

利用 CHAMP 衛星資料計算地球重力場之研究

黃立信

國防大學理工學院環境資訊及工程學系

摘 要

本文主要的目的在於採用二步法，證明精密定軌及高精度重力計算之相關性。首先求出 CHAMP 衛星之精密定軌，以 GEODYN II 軟體為軌道積分工具，利用不同的地諧係數重力模型帶入漸進高階（5 階，10 階，50 階，70 階）之軌道積分，驗證了軌道積分（七天）之均方根值是隨階數大小的比值成正比。其次再以該軌道積分量，代入大地起伏與重力異常差值變化量之程式計算，結果顯示 Count2 與 GGM01S 二種地諧係數在 70 階時，計算大地起伏與計算重力異常的差值約在 19 公分和 1.144 毫伽(mgal)上下，證明本研究利用二步法對 CHAMP 衛星精密定軌，確實增進地球重力場計算的精度。

關鍵詞：二步法，重力計算，CHAMP 衛星，GEODYN II

Computation of Earth's Gravity Field Using CHAMP Satellite Data

Lih-Shinn Hwang

*Department of Environmental Information and Engineering,
Chung-Cheng Institute of Technology, National Defense University*

ABSTRACT

This research aims to prove relationship between precise orbit determination and gravity recovery improved with using a two-step method. First, we determine CHAMP satellite orbits with GEODYN II software, and investigate orbit determination in degrees (5, 10, 50 and 70 degrees) based on various geopotential coefficients. It proves that root-mean-square values computed with moments of 7-day orbit determination has a relationship of direct proportion in geopotential coefficient's degrees. Second, we calculate changes of geoid undulation's and gravity anomaly's values by moments of the orbit determined. Results show that differences of geoid undulation and gravity anomaly between Count2 and GGM01S of 70-degree geopotential coefficients achieve a level of 19 cm and 1.145 mgal. It is suggested that high accuracy of CHAMP satellite orbit determined by using a two-step method are good to improve the global gravity recovery.

Keywords: Two-step method, Gravity Recovery, CHAMP satellite, GEODYN II

一、前言

精密衛星軌道計算與地球位模式求解，一直是許多大地測量學者努力的目標。自 CHAMP、GRACE 衛星發射以來，開創了衛星重力測量的新紀元。國際地學界產生了對衛星重力測量的濃厚興趣；特別是近年來飛彈軍事的需要，更促進了衛星重力測量的發展。基於上述理由，本文選擇收集 CHAMP 衛星定軌資料為研究對象。

衛星軌道受到許多擾動力的影響，其中最大的擾動是來自地球重力場。吾人可以藉由對衛星的觀測量來推求地球重力場及軌道擾動，進而對地球重力場有更深入的了解[1]。經過幾十年的努力，到二十世紀末，重力場係數可從 3 階發展到 70 階計算，係數精度也達到了量級化的計算。衛星定位和地球重力場模型解算是自然科學中的基礎研究，對大地測量學、地球物理學、地球動力學、地質學、海洋科學、空間科學等的發展具有十分重要的意義[2]。地球重力場影響和限制著一切空間運動的物體，是人造衛星的主要受力來源；而對衛星的觀測提供了更多的地球重力場的信息，可以彌補地面觀測資料的不足。因此，人造衛星和地球重力場模型研究是相輔相成的，對國民經濟建設、國防建設和科學研究等具有十分重要的作用。

由人造衛星軌道來求解重力場模型有兩種可行方法，分別是一步法及兩步法。本研究採用兩步法的原理來解算地球重力場模型，所以必須先求出 CHAMP 衛星之精密定軌，方能解算預期高精度的地球重力場。經本研究長時間的模式設定和參數測試，以 GEODYN II 軟體為軌道積分工具，利用不同的地諧係數重力模型帶入漸進高階（5 階，10 階，50 階，70 階）之軌道積分，均成功驗證了軌道積分（七天）之均方根值是隨階數大小的比值成正比，完全符

合軌道積分之基本要則。再以該軌道積分，代入大地起伏與重力異常差值之變化量程式計算，結果顯示 Count2 與 GGM01S 二種地諧係數在 70 階計算大地起伏的差值為 19 公分上下，在 70 階計算重力異常的差值約在 1.144 毫伽(mgal)上下，均優 Tapley and Reigber 於 2004 年 GOCE 國際會議公佈的成果[3]；本研究成功證明利用二步法所設定之 CHAMP 衛星軌道積分模式參數，增進了計算地球重力場的精度，且成果優於前人之研究。同時也驗證測定精密軌道資料及計算高精度地球重力場之相關性。

二、衛星運動理論

2.1 克卜勒函數表達之地球擾動位

地球並非是一個均質的圓球體，其形狀是不規則且質量分佈也不均勻，所以在計算地球引力時，必須將此部分列入考慮。根據地位理論[4]，衛星在地球重力場所受到的引力作用，可採球諧函數展開式表示如下：

地球引力位的球諧函數展開式可寫為：

$$\begin{aligned} V(r, \phi, \lambda) &= \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{N_{\max}} \left(\frac{a_e}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \right] \\ &= \frac{GM}{r} + R \end{aligned} \quad (1)$$

其中，

r, ϕ, λ ：衛星於地固座標系距離、地心緯度及地心經度；

a_e ：參考橢球體長軸半徑；

$\bar{P}_{nm}$ ：正規化締合勒間德函數(Fully Normalized Associated Legendre Function)。

$\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ ：正規化球諧係數；

上式中，第一項是地球為一均勻球體所造成的中心引力，其餘各項為地球非球體的擾動位 R 。

當考慮衛星高度與軌道離心率時，我們可以將上式中的擾動位 R ，以下列級數展開：

$$R = \sum_{n=2}^K \sum_{m=0}^n \sum_{p=0}^n \sum_{q=-Q}^Q R_{nmpq} \quad (2)$$

式中 K 為相對於衛星高度之球諧函數展開式之最大階數 (Degree)， Q 為相對於軌道離心率的最高指標 (Index)；舉例來說，當高度為 800km 時， K 約為 50，而近似圓形軌道之 Q 值則約為 1。

根據 Lagrange's 運動方程 [5]，克卜勒軌道元素可與擾動位建立數學關係式，如 (3a-3f) 所示：

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial M} \quad (3a)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial M} - \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial \omega} \quad (3b)$$

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{\cos i}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \omega} \\ &- \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \Omega} \end{aligned} \quad (3c)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{\cos i}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} \\ &+ \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} \end{aligned} \quad (3d)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{na^2e\sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} \quad (3e)$$

$$\frac{dM}{dt} = n - \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a} \quad (3f)$$

為了配合擾動函數之應用以及 Lagrange 之運動方程及線性解，吾人可將公式 (2) 之地球擾動位以克卜勒軌道元素表達為 [6]：

$$R_{nmpq} = \frac{GMa_e^n}{a^{n+1}} \bar{F}_{nmp}(I) G_{npq}(e) S_{nmpq}(\omega, M, \Omega, \theta) \quad (4)$$

式中 θ 為格林威治恆星時， $\bar{F}_{nmp}$ 為完全正規化傾角函數， G_{npq} 為偏心率函數，又

$$\begin{aligned} S_{nmpq}(\omega, M, \Omega, \theta) &= \begin{pmatrix} \bar{C}_{nm}^+ \\ -\bar{S}_{nm}^- \end{pmatrix} \cos(\psi_{nmpq}) \\ &+ \begin{pmatrix} \bar{S}_{nm}^+ \\ \bar{C}_{nm}^- \end{pmatrix} \sin(\psi_{nmpq}) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\psi = (n-2p)\omega + (n-2p+q)M + m(\Omega - \theta) \quad (6)$$

其中在 (5) 式中使用 $\bar{C}_{nm}$, $\bar{S}_{nm}$ 係數時，”+”代表 $(n-m)$ 為偶數，”-”代表 $(n-m)$ 為奇數。

而完全正規化球諧係數則可由克卜勒軌道元素表達之擾動位反函數推導求得，如 (7) 式所示：

$$\begin{bmatrix} \bar{C}_{nm} \\ \bar{S}_{nm} \end{bmatrix} = R^{-1}(a, e, i, \omega, \Omega, M) \quad (7)$$

2.2 球諧函數函數表達之地球重力場

擾動位是地球外部空間的調和函數，若以球諧係數級數表示，則可由下式 [7] 表達。

$$\begin{aligned} R &= T(r, \phi, \lambda) \\ &= \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{N_{\max}} \left(\frac{a_e}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n \left(\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm}^* \sin m\lambda \right) \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \end{aligned} \quad (8)$$

其中， $\bar{C}_{nm}^* = \bar{C}_{nm} - \bar{C}_{nm}^{ref}$ ，且 $\bar{S}_{nm}^* = \bar{S}_{nm} - \bar{S}_{nm}^{ref}$ ，

而 $\bar{C}_{nm}^{ref}$ 為正常重力位的參考係數，若假設地球質量與參考橢球體的質量一致，則上式中之零階項為零。此外利用 (8) 之擾動位配合 Bruns'

formula 可得大地起伏 N

$$N = \frac{T}{\gamma} \quad (9)$$

其中 γ 為正常重力，利用(8)及(9)兩式，亦可將大地起伏以球諧函數展開的方式表示為

$$N = \frac{T}{\gamma} = \frac{GM}{r\gamma} \left[\sum_{n=2}^{N_{\max}} \left(\frac{a_e}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm}^* \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin\phi) \right] \quad (10)$$

重力異常與 (8) 式 T 之關係式為

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2T}{r} \quad (\text{Heiskanen and Moritz, 1967})$$

將 (8) 式對 r 一次微分得下式。

$$\Delta g = \frac{GM}{r^2} \left[\sum_{n=2}^{N_{\max}} (n-1) \left(\frac{a_e}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm}^* \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin\phi) \right] \quad (11)$$

2.3 二步法

由衛星數據解算地球重力場模型，通常有兩種方式：一是直接利用衛星觀測量（如距離、相位、距離變率、方向等）同時進行衛星定軌和重力場模式計算，稱為一步法；二是利用衛星軌道解算重力場模式，先定軌再算重力，稱為二步法。所謂的一步法是用低軌衛星和地面站的原始觀測數據，同時求解衛星軌道和重力場模型，而其他訊息（如軌道、衛星鐘差，地面站大氣折射改正等）都無須預先知道，將低軌衛星資料作為運動的站，與其他地面站一起求解，求解的參數包含：衛星軌道、低軌衛星軌道，地面站座標、大氣折射參數等。這種方法的特性是計算工作量巨大，對硬體的要求也相對的提高；而二步法是先定衛星軌道，接著再解算重力場模型先後兩個程序[8]；第一步驟

先由 IGS (International GNSS Service) 的 GPS 地面站求軌道，也可利用 IGS 提供的 GPS 精密軌道[9]。第二步驟則是利用已知的 GPS 軌道進行低軌衛星定軌；其方法有非差法和雙差法，使用之計算數據需由幾何法、半動力學和等效觀測法得知。

三、高精度定軌軟體— GEODYN II

本研究係使用 GEODYN II 軟體完成部分計算工作。世界上主要衛星大地計算軟體及其開發機構如表 1，各軟體之簡介請參見[10]。目前許多衛星的高精度定軌，如 TOPEX/POSEIDON，皆以 GEODYN 進行計算，配合 SLR 等資料，其軌道徑向精度可達 4 公分 [11]。係於 1971 年由美國太空總署(NASA)機構下的 Wolf Research and Development Group (EG&G) 所發展的，其處理問題主要的功能可分為『軌道預估』(Orbit Prediction) 及『參數估計』(Parameter Estimation) 兩種模式，且能同時處理不同衛星不同觀測資料如 GPS，SLR，VLBI，DORIS 等。以 GEODYN II 做軌道預估時，需提供各種擾動力模式及初始狀態向量，經由積分運動方程得到衛星軌道。積分所使用的演算法是高階固定時間步長的 Cowell 預估糾正法。在參數預估模式則是經由追蹤資料求解出特定模式的參數，如大氣阻力係數 C_D 和太陽輻射壓係數 C_R 等。求解這些參數所用的方法是貝式 (Bayesian) 最小二乘估計法[12]。動力法(Dynamic Method)解算軌道必需考慮到各種擾動力模式對衛星的影響，擾動力模式包括有固體潮擾動、海潮擾動、大氣阻力擾動、太陽輻射壓擾動、地球輻射壓擾動、相對論效應等[13]，因此利用動力法解算軌道相當複雜，故本研究係以 GEODYN II 軟體作為軌道解算

之工具。

表 1. 衛星大地計算軟體

計算軟體	所屬機構
GEODYN II	NASA(美國)
UTOPIA	CSR/Austin(美國)
GIN/DYNAMO	CRGS/CNES (法國)
DOGS	DGFC (德國)

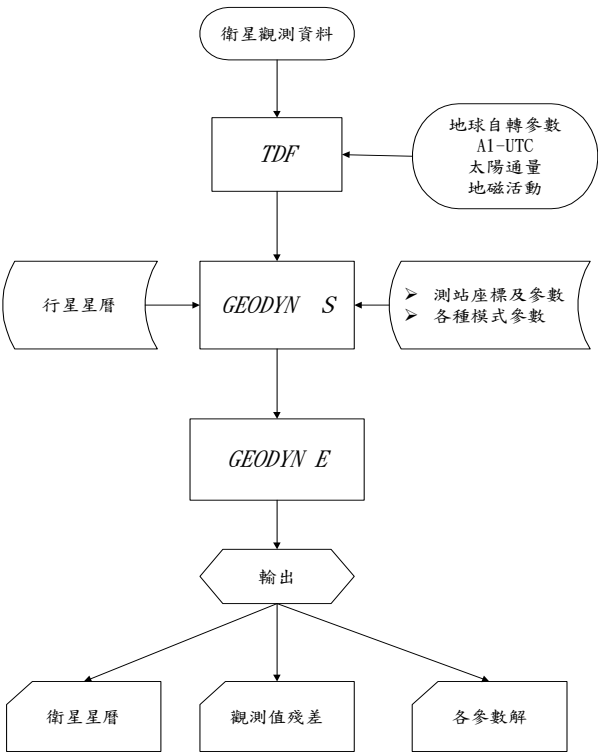


圖 1. GEODYN II 計算流程圖

GEODYN II 軟體執行之計算流程如圖 1 所示，軟體在執行時可分為三大步驟[14]，其三大步驟作用分別說明如下：

1. TDF (Tracking Data Formatter)：選擇所需的

觀測資料並將格式轉換為 GEODYN S 所需的格式。同時，必須建立與觀測時間相對應的資料庫，即 gdntable.data，這個資料庫包括了時間系統、太陽通量 (Solar Flux)、地磁活動 (Geomagnetic Activity) 和地球自轉參數等資料，以供後續步驟執行所用。

2. GEODYN S：讀入 TDF 的觀測資料，及輸入軌道測定和參數估計所需的參數值，並轉換為 GEODYN E 格式。該步驟中之參數設定檔 ftn05，為求解衛星軌道參數之重要關鍵。

3. GEODYN E：此部份為軟體主要計算部份，包含軌道積分與參數求解計算，所輸出的結果包含參數解、觀測值殘差及衛星星曆等。

本研究所使用的 TDF 版本為 2002 年 11 月版，GEODYN S 與 GEODYN E 版本為 2003 年 2 月，更詳盡之操作說明請參閱手冊內容 [12]。

四、CHAMP 衛星軌道積分

4.1 CHAMP 衛星介紹

CHAMP(CHALLENGING Minisatellite Payload)衛星其特點為近似圓形軌道、低軌和長週期性，同時間偵測高精度之重力場和磁場，偵測兩場間隨時間改變的空間變化，因此學界多利用其特性，從事研究地球重力場/磁場回復、電磁場研究、大氣探測和電離層探測等科技研究。

CHAMP 為德國發展的衛星任務，針對地球科學(Geoscience)和大氣 (Atmosphere) 研究和應用，由 GFZ (GeoForschungsZentrum Potsdam Public Law Foundation)機構管理[15]。CHAMP 衛星在 2000 年 7 月 15 日發射升空，其衛星系統壽命設計為 5 年，傾角為 87 度，初始高度為 454 公里。表 2 為 CHAMP 衛星之軌道參數[16]；其衛星軌道之地面軌跡圖，如圖 2

所示。在計劃發展過程前期，參與的機構有 NASA、CENS(Centre National des Études Spatiales)、AFRL，其間陸續有許多的機構加入研發，至後期共同參與的主要機構有 GFZ（德國）、DLR（德國）、NASA（美國）、CNES（法國）、AFRL(Air Force Research Laboratories，美國)、JPL(Jet Propulsion Laboratory，美國)和 ESA（歐洲）。

表 2. CHAMP 衛星軌道參數

衛星數目	1
軌道傾角	87°
離地表高度	454 公里
離心率	≈ 0
繞地球一週時間	101 分鐘
軌道面數目	8
昇交點週期	約 314 天
任務壽命	5 年

因為利用人造衛星進行重力測量的侷限性有下列三點：

1. 衛星的高度要低
2. 衛星軌道投影地面之軌跡要全球分佈
3. 非保守力的影響

此三點亦為改進人造衛星重力場模型的關鍵，重點就是要有精進改善模式的設定。以目前現實條件而言，CHAMP 衛星資料之計算正符合上述之要求。

CHAMP 等重力衛星的發射，把衛星重力測量的技術與精度向前邁進了一大步。影響人造衛星求解重力模型的因素，包含衛星的高度要低，因越低的衛星對重力場越敏感；衛星軌跡須全球性均勻的分佈，因極溝(Polar Gap)地區重力值無法直接觀測，需利用地面重力測量資料或極地區域航空重力測量資料來補充；非

保守力的影響，在低軌道的衛星中，空氣阻力是一個很主要的擾動，且難有好的模型的來模擬[17]。CHAMP 衛星針對上述問題設計特點是衛星高度低、傾角接近 90 度、軌道為均勻分佈，載具裝有加速儀可直接量測衛星表面受力的影響。本研究以 CHAMP 衛星為研究對象，就是在於它具有高精度地球重力場模型解算的功能。

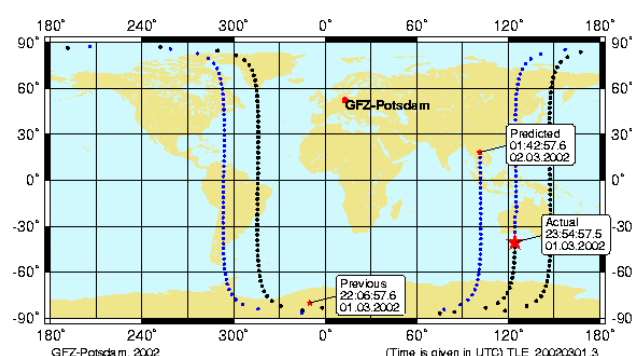


圖 2. CHAMP 衛星軌道之地面軌跡圖

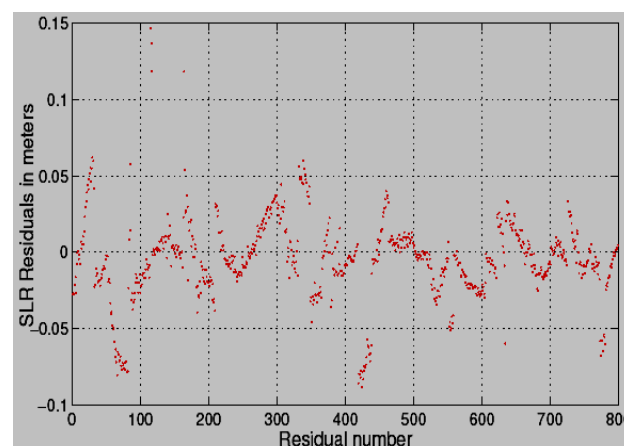


圖3. CHAMP幾何定軌軌與SLR的比較

因本文求解地球重力場模型是選擇二步法，所以需要CHAMP的衛星軌道數據，而此資料是由德國Muenchen科技大學(TUM, Technical University of Munich)所提供，Muenchen技術大學的Svehla D.博士利用運動學原理由星載GPS相位原始數據對CHAMP衛星進行軌道求解，

CHAMP軌道解算結果與2002年1175GPS周的SLR(Satellite Laser Ranging)定軌結果比較如圖3，其軌道差異之標準差為23mm[18]。

4.2 CHAMP 衛星積分模式設定

基本上積分天數對地球重力場之影響值成正比[19]。本文自 Svehla 博士所提供之一年CHAMP 軌道資料，直接選取 2002 年 11 月 18 日-24 日七天數據以 EGM96 地諧係數為初始值來解算地球重力場模型，最後由 GEODYN 軟體解得之重力場模型 Count1、Count2 與 EIGEN-3P、GGM01S 進行比較。其中 EIGEN-3P 是由 GFZ 衛星數據所得之地諧係數重力場模型，GGM01S 由 GRACE 衛星數據所得之地諧係數重力場模型。表 3 為 GEODYN 步驟 GEODYN S 之 CHAMP 衛星定軌參數設定。在解算的過程中發現經驗參數的設定可左右解算精度，所以在軌道的徑向(Radial)、沿軌方向(Along-Track)和軌道法向(Cross-Track)解算加速度模型，且於七天的計算期間每一個小時即解算一個空氣阻力係數。

每顆衛星都有若干年的觀測資料，不能把若干年作為一個長弧段，一方面商業電腦計算機 CPU（硬體）的限制，另一方面弧段長雖然對提取重力場訊息有利，但定軌誤差太大，使重力場估值的精度降低，因此通常要分割成若干子弧段，子弧段長度依衛星而不同，每一顆的每一個子弧段單獨形成法方程式，最後把所有子弧段的法方程式疊加。

由於種種侷限性，只有低階係數及部分高階“共振”項，才能有較高的精度估值，一般高階係數受限於精度限制，在模式和軌道參數之設定有其困難度。本研究即嘗試以漸進高階（5 階，10 階，50 階，70 階）積分方式，觀察比較大地起伏與重力異常差值之變化量。

表 3. CHAMP 衛星定軌之擾動力模式

模組 (Model)		參數 (Reference)
慣性系統		J2000
行星星曆		JPL DE200
極移		IERS
參考橢球		$a_e = 6378136.3m$ $1/f = 298.257$
多體攝動		太陽、月亮、金星、火星、水星、土星、木星、天王星、海王星、冥王星
海潮、固體潮、極潮		EGM96
GM_e		$396800.4415km^3/s^2$
大氣模型		MSIS Empirical Drag model
地球輻射		ALBEDO
光速		$299792458.0ms^{-1}$
太陽輻射係數		1.0
經驗加速度	5 階	9 參數模型/3hour
	10 階	9 參數模型/3hour
	50 階	9 參數模型/3hour
	70 階	9 參數模型/3hour
空氣阻力係數		1 係數值/hour

4.3 軌道積分結果

經過 4.2 節對 CHAMP 衛星的定軌模式與參數設定，吾人可從不同地諧係數計算大地起伏和重力異常之均方根值來判斷軌道積分之精度高低。理論上，越低階的軌道積分，積分時間越短，精度越高；若同一衛星軌道初始之模式和參數設定正確，其軌道之均方根值理應和積分階數之大小成正比。表 4 及表 5 分別為不同地諧係數計算大地起伏與重力異常時，於各階積分之均方根值統計表格。

表 4. 地諧係數計算大地起伏於各階積分之均方根值統計表 單位：公尺 (m)

階數 地諧	EGM96 — EIGEN-3P	Count1 — EIGEN-3P	EGM96 — GGM01S	Count2 — GGM01S
5 階	0.00783432	0.00785417	0.0246545	0.0244932
10 階	0.0204903	0.0194189	0.528379	0.0502331
50 階	0.344521	0.313587	0.181227	0.177142
70 階	0.567713	0.54813	0.202277	0.198085

表 4 中 70 階一欄的均方根值可知計算值 Count1 與真值 EIGEN-3P 計算之大地起伏差值 0.54813 公尺(m)，皆比初始值 EGM96 與真值 EIGEN-3P 計算之大地起伏差值 0.567713 公尺(m)小，表示所解算的 Count1 比 EGM96 更接近重力場模型真值 EIGEN-3P，第 5、10、50 階各欄比較之結果亦相同。同理證明計算值 Count2 與真值 GGM01S 計算之大地起伏差值 0.198085 公尺(m)，皆比初始值 EGM96 與真值 GGM01S 計算之大地起伏差值 0.202277 公尺(m)小，Count2 比 EGM96 更接近重力場模型真值 GGM01S。

表 5. 地諧係數計算重力異常於各階積分之均方根值統計表單位：毫伽(mgal)

階數 地諧	EGM96 — EIGEN-3P	Count1 — EIGEN-3P	EGM96 — GGM01S	Count2 — GGM01S
5 階	0.00404919	0.0041016	0.00943606	0.0093174
10 階	0.0241198	0.0022932	0.0473956	0.0439277
50 階	1.9711	1.85639	0.890455	0.881363
70 階	4.67987	4.62031	1.16299	1.14572

表 5 中 70 階一欄的均方根值可知計算值 Count1 與真值 EIGEN-3P 計算之重力異常差值 4.62031 毫伽(mgal)，皆比初始值 EGM96 與真值 EIGEN-3P 計算之重力異常差值 4.67987 毫伽(mgal)小，第 5、10、50 階各欄比較之結果亦相同，表示採用兩步法所得之所解算的 Count1 比 EGM96 更接近重力場模型真值 EIGEN-3P。同理亦可證明計算值 Count2 與真值 GGM01S 計算之重力異常差值 1.14572 毫伽(mgal)，皆比初始值 EGM96 與真值 GGM01S 計算之重力異常差值 1.16299 毫伽(mgal)小，Count2 比 EGM96 更接近重力場模型真值 GGM01S。證明本文於二步方法所設定之積分模式及參數符合定軌原則。

五、地球重力場模型計算

EGM96、EIGEN-3P、GGM01S 為本研究所試驗的三種基礎重力場模型。EGM96 為美國太空總署 (NASA Goddard Space Flight Center)、俄亥俄州立大學 (Ohio State University) 和美國國防製圖局 (National Imagery and Mapping Agency) 共同合作發展出完全達 360 階的全球重力場模型，包含的重力資料有地面重力資料、海洋重力資料、衛星測高重力資料等[20]，為當前最通行使用的全球重力場模型。而 GGM01S 為 GRACE 衛星利用 111 天 (資料天數為 2002 年 5 月到 11 月間) K 波段距離變化率、姿態角和加速度的資料整合得完全達 120 階的地諧係數重力場模型[21]。EIGEN-3P 則是 2003 年針對 CHAMP 衛星模式，利用三年資料，所發展出達 140 階的地諧係數重力場模型[15]。

5.1 模型計算流程

本研究係以二步法為計算基礎，先以 EGM96 地諧係數重力場模型為參考模型，以

EIGEN-3P 地諧係數重力場模型當做真值、利用 GEODYN II 軟體，進行 CHAMP 衛星之軌道積分(定軌參數如表 2)，計算求解得出新的球諧係數 Count1；以 EGM96 地諧係數為參考模型，以 GGM01S 地諧係數重力場模型當作真值、相同 CHAMP 定軌參數設定，利用 GEODYN II 軟體，則求解得出新的球諧係數 Count2。所有計算參考公式請參見公式(1)至(7)。

利用 EGM96 與 Count1 代入(10)、(11)，求得與 EIGEN-3P 計算之大地起伏與重力異常之差值。同理，利用 EGM96 與 Count2 代入(10)、(11)，求得與 GGM01S 計算之大地起伏與重力異常之差值。

5-2 模型計算結果分析

根據 5.1 節所述內容，本研究將計算分為兩部份：第一部分為 EIGEN-3P 地諧係數重力場模型當做真值，EGM96 地諧係數重力場模型為參考模型，利用 GEODYN II 軟體計算求解得出新的球諧係數 Count1，利用三組地諧係數，求得重力計算之結果。表 6、表 7 為 EGM96 與 EIGEN-3P 分別為 5 階、10 階、50 階、70 階的大地起伏及重力異常差值統計結果；表 8、表 9 為 Count1 (積分七天) 與 EIGEN-3P 分別在 5 階、10 階、50 階、70 階的大地起伏及重力異常差值統計結果。

第二部份為 GGM01S 地諧係數重力場模型當做真值，EGM96 地諧係數重力場模型為參考模型，利用 GEODYN II 軟體計算求解得出新的球諧係數 Count2，利用三組地諧係數，求得重力計算之結果。表 10、表 11 為 EGM96 與 GGM01S 分別在 5 階、10 階、50 階、70 階的大地起伏及重力異常差值統計結果；表 12、表 13 為 Count2 (積分七天) 與 GGM01S 分別在 5 階、10 階、50 階、70 階的大地起伏及重力異

常差值統計結果。依據上述計算之結果，可歸納以下幾點：

1. 第一部份中，EGM96 與 EIGEN-3P(如表 6 所示)、Count1 與 EIGEN-3P(如表 8 所示)兩組的大地起伏差值統計結果，圖 4、圖 5 則分別為依據二組結果繪製之大地起伏之差值圖。再比較第二部份的結果，EGM96 與 GGM01S(如表 10 所示)、Count2 與 GGM01S(如表 12 所示)兩組的大地起伏差值統計結果，圖 6、圖 7 則分別為依據二組結果繪製之大地起伏之差值圖。
2. 同樣結果顯示亦所解算的重力場模型在重力異常值之計算上。由 EGM96 與 EIGEN-3P(如表 7 所示)、Count1 與 EIGEN-3P(如表 9 所示)兩組的重力異常差值統計結果比較，圖 8、圖 9 則分別為依據二組結果繪製之重力異常之差值圖。以 EGM96 與 GGM01S(如表 11 所示)、Count2 與 GGM01S(如表 13 所示)兩組的重力異常差值統計結果來比較，圖 10、圖 11 則分別為依據二組結果繪製之重力異常之差值圖。
3. 就本研究表 8 之結果顯示：Count1 與 EIGEN-3P 大地起伏在 70 階的差值為 54 公分上下，表 9 之結果顯示：Count1 與 EIGEN-3P 重力異常在 70 階的差值為 4.620 毫伽(mgal)上下；本研究表 12 之結果顯示：Count2 與 GGM01S 大地起伏在 70 階的差值為 19 公分上下，表 13 之結果顯示：Count2 與 GGM01S 重力異常在 70 階的差值為 1.144 毫伽(mgal)上下；證明本研究利用二步法所計算之地球重力場模型，精度確實有所改善。

表 6. EGM96 與 EIGEN-3P 大地起伏差值統計結果 單位：公尺(m)

EGM96— EIGEN-3P	最大差值 (MAX-Difference)			最小差值 (MIN-Difference)			平均值 (MEAN)	標準差值 (STDEV)
5 階	經(度)	173	0.0217209	經(度)	291	-0.0172997	-0.000929643	0.00777903
	緯(度)	3		緯(度)	9			
10 階	經(度)	160	0.0632706	經(度)	132	-0.0646172	0.000344675	0.0204876
	緯(度)	4		緯(度)	33			
50 階	經(度)	312	2.02324	經(度)	68	-3.39056	-0.00533238	0.344483
	緯(度)	-74		緯(度)	-74			
70 階	經(度)	57	3.53541	經(度)	67	-6.29254	-0.00274817	0.567711
	緯(度)	-71		緯(度)	-73			

表 7. EGM96 與 EIGEN-3P 重力異常差值統計結果 單位：毫伽(mgal)

EGM96— EIGEN-3P	最大差值 (MAX-Difference)			最小差值 (MIN-Difference)			平均值 (MEAN)	標準差值 (STDEV)
5 階	經(度)	176	0.010422	經(度)	167	-0.00918603	-0.000122291	0.00404737
	緯(度)	3		緯(度)	41			
10 階	經(度)	43	0.0661443	經(度)	131	-0.0748997	0.00192985	0.0240427
	緯(度)	-24		緯(度)	33			
50 階	經(度)	68	11.8967	經(度)	68	-17.7125	-0.034443	1.97081
	緯(度)	-74		緯(度)	-74			
70 階	經(度)	60	30.2818	經(度)	66	-45.3746	0.0037133	4.6799
	緯(度)	-70		緯(度)	-74			

表 8. Count1 (七天) 與 EIGEN-3P 大地起伏差值統計結果 單位：公尺(m)

Count1— EIGEN-3P	最大差值 (MAX-Difference)			最小差值 (MIN-Difference)			平均值 (MEAN)	標準差值 (STDEV)
5 階	經(度)	173	0.02108	經(度)	292	-0.01791	-0.000928099	0.00779921
	緯(度)	3		緯(度)	8			
10 階	經(度)	31	0.0606556	經(度)	133	-0.0609779	0.000484643	0.019413
	緯(度)	16		緯(度)	33			
50 階	經(度)	311	2.01037	經(度)	69	-2.98644	-0.0026806	0.313578
	緯(度)	-74		緯(度)	-74			
70 階	經(度)	57	3.70585	經(度)	67	-5.9341	-6.48242e-5	0.548517
	緯(度)	-71		緯(度)	-73			

表 9. Count1（七天）與 EIGEN-3P 重力異常差值統計結果 單位：毫伽(mgal)

Count1— EIGEN-3P	最大差值 (MAX-Difference)			最小差值 (MIN-Difference)			平均值 (MEAN)	標準差值 (STDEV)
5 階	經(度)	177	0.0100131	經(度)	166	-0.00902104	-0.000121364	0.00409983
	緯(度)	4		緯(度)	40			
10 階	經(度)	31	0.067421	經(度)	132	-0.00696793	0.00209953	0.0228358
	緯(度)	15		緯(度)	33			
50 階	經(度)	311	11.8738	經(度)	69	-16.2231	-0.0246947	1.85624
	緯(度)	-74		緯(度)	-74			
70 階	經(度)	60	30.692	經(度)	67	-44.2123	0.0136947	4.62033
	緯(度)	-70		緯(度)	-73			

表 10. EGM96 與 GGM01S 大地起伏差值統計結果 單位：公尺(m)

EGM96— GGM01S	最大差值 (MAX-Difference)			最小差值 (MIN-Difference)			平均值 (MEAN)	標準差值 (STDEV)
5 階	經(度)	18	0.0512619	經(度)	129	-0.0546451	-0.00707448	0.0236179
	緯(度)	41		緯(度)	84			
10 階	經(度)	34	0.12775	經(度)	83	-0.14088	-0.0119383	0.051472
	緯(度)	64		緯(度)	-73			
50 階	經(度)	205	0.75406	經(度)	352	-0.91748	-0.00170201	0.18122
	緯(度)	88		緯(度)	86			
70 階	經(度)	201	0.96202	經(度)	347	-1.1745	0.000263503	0.202279
	緯(度)	89		緯(度)	86			

表 11. EGM96 與 GGM01S 重力異常差值統計結果 單位：毫伽(mgal)

EGM96— GGM01S	最大差值 (MAX-Difference)			最小差值 (MIN-Difference)			平均值 (MEAN)	標準差值 (STDEV)
5 階	經(度)	18	0.0216894	經(度)	355	-0.0238209	-0.00197463	0.00922721
	緯(度)	44		緯(度)	1			
10 階	經(度)	346	0.140881	經(度)	84	-0.126643	-0.00674713	0.0469132
	緯(度)	66		緯(度)	-74			
50 階	經(度)	197	4.53492	經(度)	352	-4.47562	0.046613	0.889241
	緯(度)	89		緯(度)	86			
70 階	經(度)	208	6.58137	經(度)	345	-6.77768	0.0639475	1.16124
	緯(度)	89		緯(度)	86			

表 12. Count2 (七天) 與 GGM01S 大地起伏差值統計結果 單位：公尺(m)

Count2— GGM01S	最大差值 (MAX-Difference)			最小差值 (MIN-Difference)			平均值 (MEAN)	標準差值 (STDEV)
5 階	經(度)	19	0.0499306	經(度)	141	-0.054244	-0.00706972	0.0234509
	緯(度)	41		緯(度)	85			
10 階	經(度)	159	0.113129	經(度)	267	-0.135611	-0.0118243	0.048822
	緯(度)	-62		緯(度)	80			
50 階	經(度)	159	0.840179	經(度)	165	-0.90181	0.000346675	0.177143
	緯(度)	89		緯(度)	-86			
70 階	經(度)	163	1.02169	經(度)	345	-1.11585	0.00232482	0.198073
	緯(度)	89		緯(度)	86			

表 13. Count2 (七天) 與 GGM01S 重力異常差值統計結果 單位：毫伽(mgal)

Count2— GGM01S	最大差值 (MAX-Difference)			最小差值 (MIN-Difference)			平均值 (MEAN)	標準差值 (STDEV)
5 階	經(度)	18	0.0209208	經(度)	355	-0.00230269	-0.0019724	0.00918834
	緯(度)	45		緯(度)	0			
10 階	經(度)	345	0.121159	經(度)	271	-0.114006	-0.00661021	0.0434278
	緯(度)	66		緯(度)	78			
50 階	經(度)	165	4.60093	經(度)	348	-4.5911	0.053815	0.879725
	緯(度)	89		緯(度)	86			
70 階	經(度)	175	6.20986	經(度)	345	-6.85057	0.0712994	1.14351
	緯(度)	89		緯(度)	86			

六、結論

本研究採用兩步法的原理來解算地球重力場模型，先對 CHAMP 衛星的精密定軌，再以其定軌資料計算地球重力場。歸納所有計算結果，可得下列幾點結論：

1. 表 4 及表 5 於各階積分之均方根值統計結果來看：本研究成功驗證了軌道積分（七天）之均方根值是隨階數大小的比值成正比，積分的階數到一定值，對大地起伏及重力異常值之影響有限。由大地起伏與重力異常差值
2. 利用不同地諧係數比較之結果來看：計算值 Count1 與 EIGEN-3P 為真值之大地起伏差值約在 0.5 公尺(m)上下，計算值 Count1 與 GGM01S 為真值之大地起伏差值約在 0.2 公

之變化量來分析：高階係數的計算確受精度限制，至於在何種模式和軌道參數之設定的影響量，則有待進一步的實驗分析。科技領域發展迅速，結合已發展至 2190 階之地諧係數 EGM06，或是改良型之擾動力模式應用在未來衛星大地計算，相信對衛星定軌精度改進有一定的成效。

尺(m)上下。計算值 Count2 與 EIGEN-3P 為真值之重力異常差值約在 4.6 毫伽(mgal)上下，計算值 Count1 與 GGM01S 為真值之重力異常差值約在 1.15 毫伽(mgal)上下。皆證明利用 GEODYN II 軟體作衛星軌道積分計算，產生新的球諧係數值 Count1 和 Count2，均優於設定的初始值 EGM96。

3. 以上述重力計算之結果，所繪製之圖 4、圖 5、圖 8、圖 9 大地起伏差值圖之走勢來看均呈東西走向，以圖 6、圖 7、圖 10、圖 11 所繪製之重力異常差值圖分析，其走勢均呈南北走向，形成之原因尚待進一步之研究。
4. Tapley and Reigber 的文獻[3]指出：當 EGM96 與 GGM01S 展開至 70 階重力場模型解析度為 300 公里(km)時，EGM96 於大地起伏的最大值可達 38 公分(cm)以上，而 GGM01S 的誤差直接小於 2 公分(cm)，同樣得知 EGM96 的重力異常的最大誤差高於 3 毫伽(mgal)，而 GGM01S 誤差值皆小於 0.2 毫伽(mgal)。就本研究表 12 之結果顯示：Count2 與 GGM01S 大地起伏在 70 階的差值為 19 公分上下，表 13 之結果顯示：Count2 與 GGM01S 重力異常在 70 階的差值為 1.144 毫伽(mgal)上下；成功證明本研究利用二步法所設定之 CHAMP 衛星軌道積分模式參數，增進了計算地球重力場的精度，且成果優於前人之研究。同時也應驗了精密定軌及高精度重力計算之高度相關性。

參考文獻

- [1] 陸仲達、吳曉平，人造地球衛星與地球重力場，測繪出版社，北京，1994。
- [2] Anderson A. J., Cazenave A., et al.,空間大地測量與地球動力學[M]。胡国理、李軍、苏华、王興濤譯，解放軍出版社，北京，1990。
- [3] Tapley, B. D., and Reigber, C., "GRACE Gravity Recovery and Climate Experiment", 2nd International GOCE User Workshop Frascati, Italy, 2004.
- [4] Heiskanen, W. A., and Moritz, H., Physical Geodesy, W. H. Freeman & Company, San Francisco, 1967.
- [5] Kaula, W. M., Theory of Satellites Geodesy, Blaisdell Publ. Co., London, 1966.
- [6] Balmino, G., Perosanz, F., Rummel, R., Sneeuw, N., Sünkel, H., and Woodworth, P., European Views on Dedicated Gravity Field Missions: GRACE and GOCE, ESA rep ESD-MAG-REP-CON-001, European Space Agency, 1989.
- [7] Rapp, R. H., "Combination of Satellite, Altimetric and Terrestrial Gravity Data [J]" In: Sanso F., Rummel R. (eds) Theory of satellite geodesy and gravity field determination. Lecture Notes in Earth Sciences, Springer, Berlin Heidelberg New York, 25:261-284, 1989.
- [8] 朱聖源、施闢，衛星重力測量及精密定軌，GeoForschungsZentrum (GFZ) Potsdam Germany，2003。
- [9] IGS home page: <http://igsceb.jpl.nasa.gov/>
- [10] Reigber, C., "Gravity Recovery From Satellite Tracking data, in: Theory of Satellite of Geodesy and Gravity Field Determination", Sanso F and Rummel R (eds), Lecture Notes in Earth Sciences, Vol. 25, Springer, Berlin, pp197-234, 1989.
- [11] Tapley, B. D., Ries, J. C., Davis, G. W., Eanes, R. J., Schutz, B. E., Shum, C. K., Watkins, M. M., Marshall, J. A., Nerem, R. S., Putney, B. H., Klosko, S. M., Lutcke, S. B., Pavlis, D., Williamson, R. G. and Zelensky, N. P., "Precise Orbit Determination For TOPEX/POSEIDON" [J]. J Geophys Res, 99(C12): 24383-24404, 1994.
- [12] McCarthy J. J., Geodyn: Systems Description Volume 1, GSFC/NASA, 1993.
- [13] Montenbruck O. and Gill, E., Satellite Orbit-Models, Methods, and Application, Springer, New York, 2001.
- [14] 陳俊德，以 GEODYN II 模擬精密軌道計算，國立交通大學碩士論文，新竹，1998。
- [15] GFZ home page: <http://op.gfz-potsdam.de/>.
- [16] CHAMP-ISDC home page: <http://isdc.gfz-potsdam.de/champ/>.
- [17] Long, A. C., Cappellari, J. O., Velez, C. E. and Fuchs, A. J., Mathematical Theory of the Goddard Trajectory Determination System, Goddard Space Flight Center,

- FDD/522-89/001, Greenbelt, Maryland, 1989.
- [18] Svehla, D. and Rothacher, M., Kinematic and Reduced-Dynamic Precise Orbit Determination of Low Earth Orbiters. Advances in Geosciences, 2002.
- [19] 黃立信，利用低軌衛星負載之定軌資料測定高精度之軌道及地球位模式，國立交通大學博士論文，新竹，2002。
- [20] Lemoine, F. G. et al., New High-Resolution Model Developed for Earth's Gravity Field, EOS, Trans. Amer. Geophy. Union, 79, pp.113-118, 1998.
- [21] GRACE home page:
<http://www.csr.utexas.edu/grace/gravity/>.

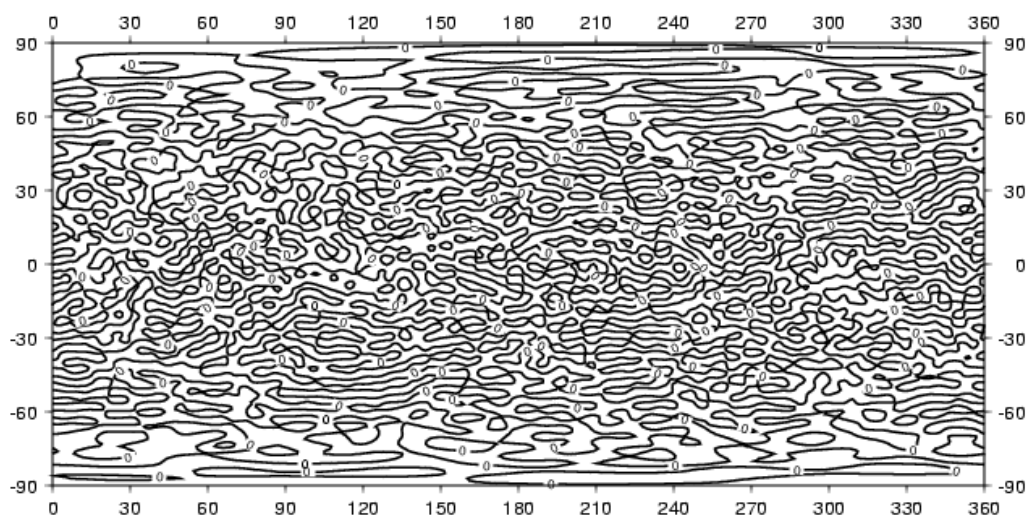


圖 4. EGM96 與 EIGEN-3P 展開至 70 階所繪製大地起伏之差值圖

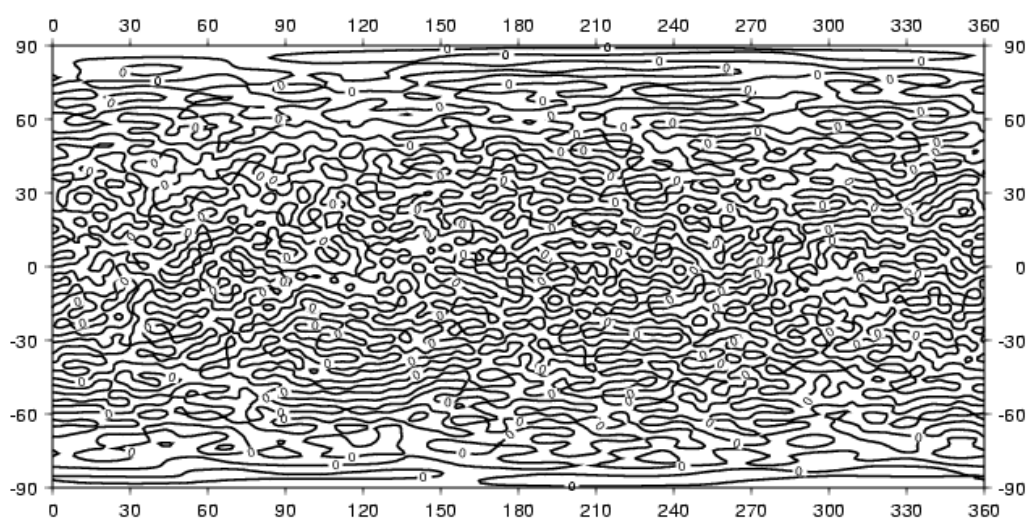


圖 5. Count1 與 EIGEN-3P 展開至 70 階所繪製大地起伏之差值圖

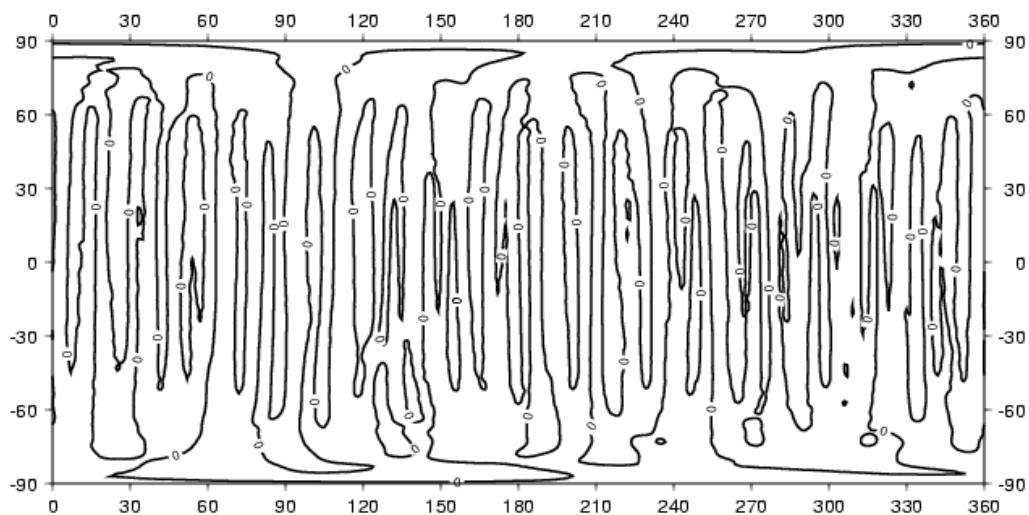


圖 6. EGM96 與 GGM01S 展開至 70 階所繪製大地起伏之差值圖

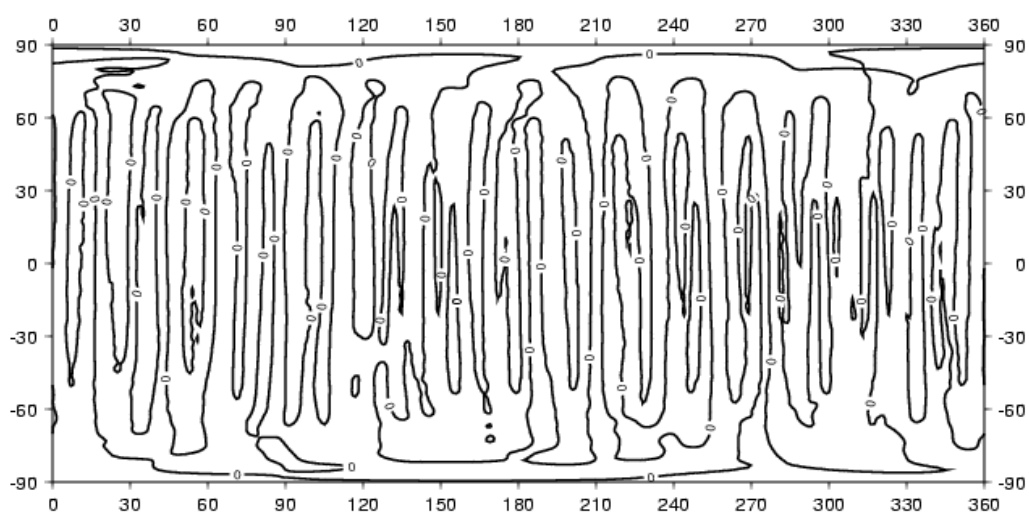


圖 7. Count2 與 GGM01S 展開至 70 階所繪製大地起伏之差值圖

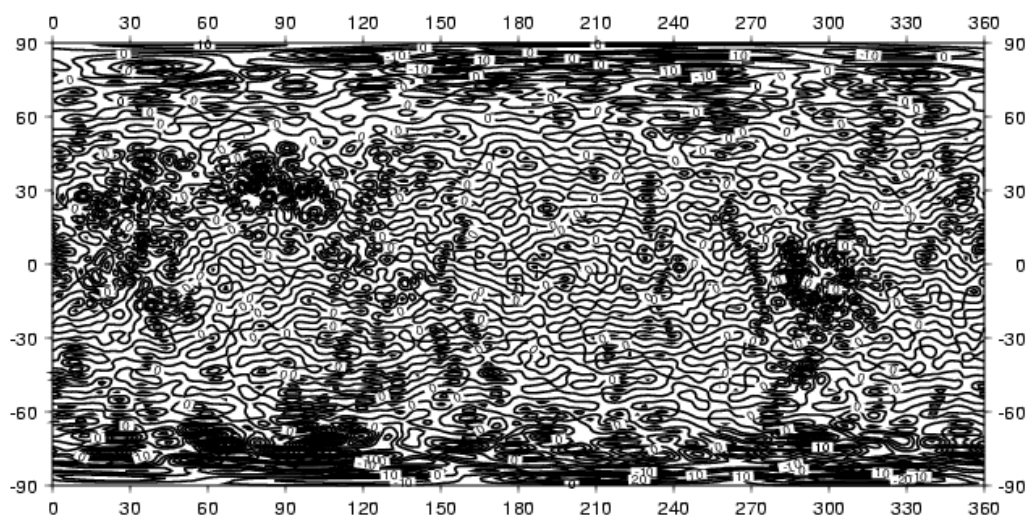


圖 8. EGM96 與 EIGEN-3P 展開至 70 階所繪製重力異常之差值圖

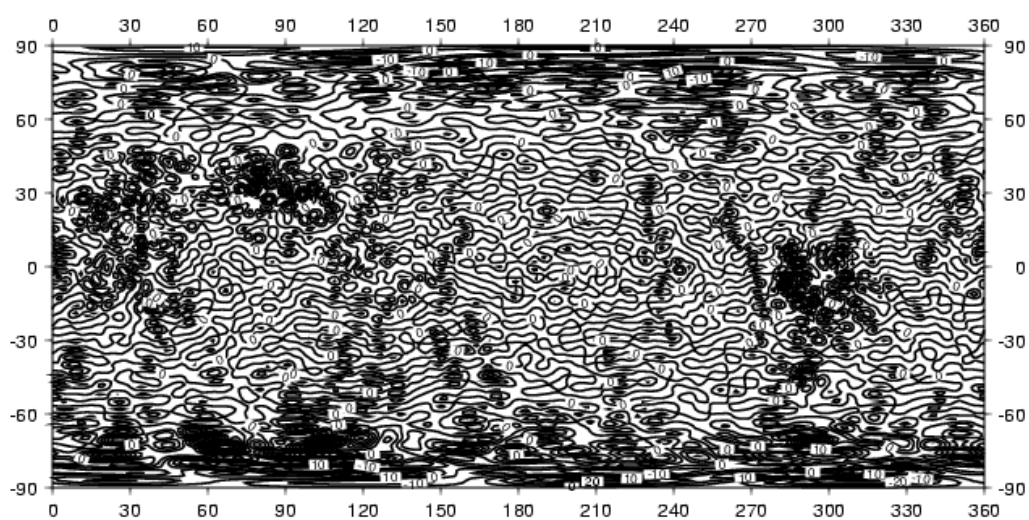


圖 9. Count1 與 EIGEN-3P 展開至 70 階所繪製重力異常之差值圖

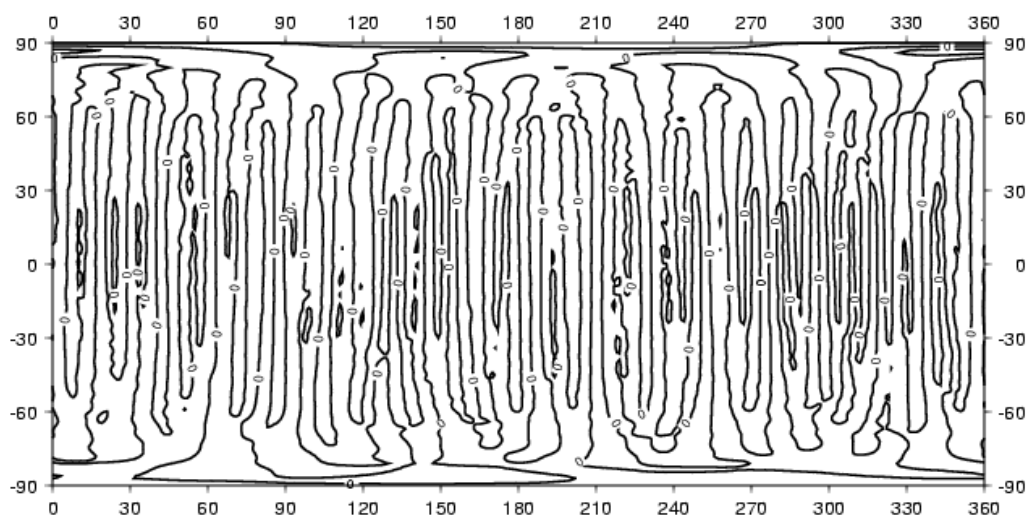


圖 10. EGM96 與 GGM01S 展開至 70 階所繪製重力異常之差值圖

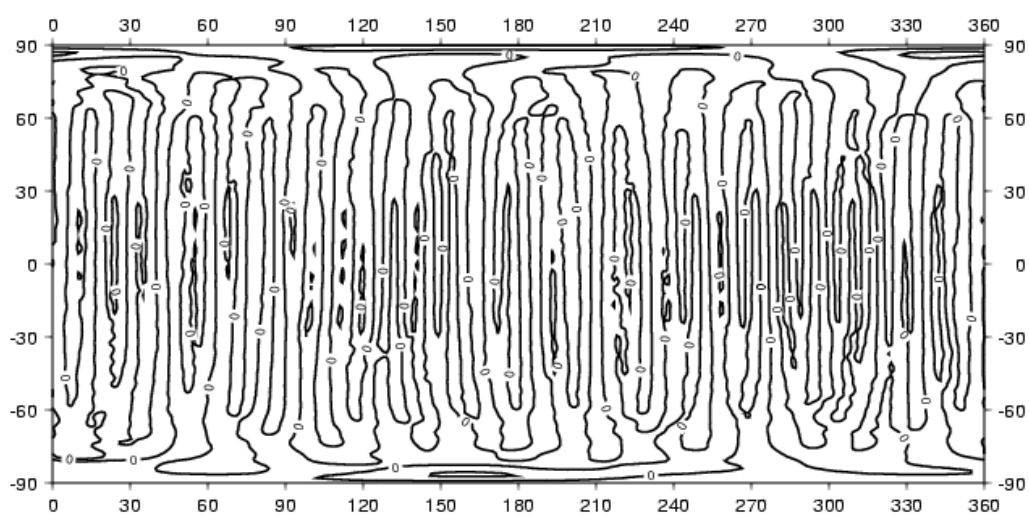


圖 11. Count2 與 GGM01S 展開至 70 階所繪製重力異常之差值圖