

火砲射擊彈著點及跳彈點估測模型之建構

費吳琛 應俊傑

國防大學管理學院資源管理及決策研究所

摘 要

武器射擊之彈體在飛行過程，受到風速、溫度、溼度等大氣條件及地球自轉等不可控制變數之影響，實際彈著點往往和預估情形有所差異；另考慮彈體碰撞目標因未作用，所形成不規則跳彈現象，進而產生該如何訂定射擊安全範圍的問題，本研究為解決此類問題，利用迴歸模型的特點，以實際射擊所得之資料，除建構彈著點估測之迴歸模型外，並完成最大跳彈點估測之迴歸模型，經由上述兩模型之建立，再運用軟體模擬射擊時之隨機偏誤，以計算欲達最大命中率之射擊參數及射擊安全管制範圍，再配合使用者介面，期使能對不同任務性質之使用單位提供快速查詢、可靠之射擊參考依據。

關鍵字：火砲射擊、彈著點、跳彈點、預測模型

The Impact Point and Ricochet Predictions of Cannon Shot

Wu-Chen Fei, Jiunn-Jye Ing

Graduate School of Resources Management and Decision Science

Management College, Nation Defense University

ABSTRACT

The track of cannonball is influenced by shooting parameters and some uncontrollable factors, such as wind speed, temperature, humidity, and earth gravity. Therefore, the actual impact point of the cannonball is usually different from the predicted one. On the other hand, ricochet is another undesired problem while cannon shots toward the sea. To avoid the possible accident, the military will announce a restrained zone for cannon shooting. The possible biases and distributions of the impact distance and angle are the most concerned issues while setting the restrained zone. To solve above problems, this research constructs regression models for distance prediction and angle prediction. The data of cannon shoots are recorded by a certain military unit in the past several years. This dissertation also designs an information system based on the estimated regression models to look for the possible combinations of shooting parameters and restrained zone with maximum hitting rate. This information system provides the military a quick and easy reference of cannon shoot parameters.

Keywords: Cannon Shoot, Impact Point, Ricochet, Prediction Model

一、前言

依照野戰砲兵部隊指揮教則[1]中所云：提高命中精度與射擊速度，為機動作戰之重要條件；郭錫福[2]亦認為武器系統的射擊精度為全武器系統效能和作戰效能的重要基礎性能參數；而野戰砲兵觀測訓練教範[3]亦云：砲兵射擊效果之兩大要求為準度及精度，能達此要求始可導引火力於所望之目標，然而諸如火砲、彈藥、砲手操作及火砲架設、氣象及彈著點測量等，其個別及相互間的變化，都將影響彈著點的精準度。

火砲武器系統的射擊精度是受各種因素綜合影響的結果，而目前各射擊單位在執行射擊命令時，雖有將氣象條件、砲位位置、砲彈及火砲狀況等依射表作先期修正，惟如大氣狀況為持續不斷的在改變、火砲彈藥亦與在編製射表時所使用的標準裝備有所差異，此些因素均無法事前修正，須藉由每發彈著位置逐發調整射擊參數，因此導致首發命中率無法提高的情形。

此外有些射擊單位（如鑑測單位）在進行對海射擊時，為降低成本及避免危險，會以練習彈（為一擊中目標物不會爆炸之彈體，其重量、外觀等物理性質均等同實彈）來取代實彈，這在射擊過程中會有彈體落海後產生跳彈的情形，而為避免造成意外，以及鑑於無相關安全規定明確律定該如何訂定安全管制範圍（管制範圍內不得有船隻等，如有則停止射擊），因此目前均由安全管制人員依射表查出的射程，考量射角等因素，據以主觀訂定，從常理推論，管制範圍大當然安全性更加得以確保，但確會造成射擊時程延宕及造成軍民關係不合睦，反之管制範圍小則易按表定時程完成演訓任務及不致影響附近居民之生活作息，然而發生危安事件之機率相對提高，基於前述理由，本文擬探討並建構合理之安全管制範圍。

Rogers[4]、Gong[5]分別藉由不同方法來

追蹤彈體飛行的路徑及提高影響精準度之變數方面進行探討，惟此等技術僅適合研發單位使用或受限於特殊儀器設備，無法普遍適用於基層部隊；洪廷尉[6]及 Sherif[7]曾根據射表資料以迴歸分析的方法，發展出單一火砲的射程近似公式，以取代射表人工查閱及運算，張鴻源[8]根據 Siacci 彈道解析法，以 Simpson 積分法重新以電算機解算彈道，此二位學者之研究雖可達快速計算彈道的要求，惟均依射表之理論數據加以解算，並未考量到各國對於武器彈藥生產加工等技術及後勤維修上的差異；因此，本研究擬針對下列目的進行研究：（1）有鑒於國軍部份火砲使用外國所編製之射表，與自製彈藥生產加工穩定性不同產生差異，因此將以實測資料建構彈著點估測迴歸模型；（2）在射擊安全性、時效性及靶場長久性的考量下，建構最大跳彈點之估測迴歸模型；（3）運用估測模型以模擬的方式求出，在滿足最佳命中率的條件下，所須使用的藥包數、火砲仰角、射向的最佳決策組合，以及在某種射擊情境下，訂出滿足射擊安全條件下之安全管制區域。

基於上述目的，本研究將以國軍主力火砲 155 公厘自走砲之射擊資料，進行（1）包含彈著距離及彈著偏移角度兩迴歸方程式之彈著點估測模型；（2）包含跳彈距離及跳彈偏移角度兩迴歸方程式之最大跳彈點估測模型等之模型建構，並利用 Simscript II.5 語言製作一輸入介面，能使各種不同目的的使用人員如：砲兵指揮人員及安全管制人員等，依其輸入的參數種類，能得到命中目標之最佳決策及安全管制之範圍等不同資訊。

本研究參考周詳庭[9]等編譯之「彈道基礎」、阮海水[10]等編譯之「兵工譯叢」、李偉如[11]等編譯之「步兵武器射擊原理」、美國陸軍[12]編撰之「Engineering Design Handbook」、加拿大 DND[13]編撰之「Ballistic and Ammunition」、中正理工學院兵器系統中心[14,15]編撰之「兵器系統工程概論」、「膛外彈道學」及徐明友[16]編撰之「彈箭飛行動力學」等書籍，就火砲、彈藥

基本構造、武器系統發射理論及彈體外彈道分析歷程等方面，彙整出會對彈著點位置造成影

響的相關變數，計有火炮結構及架設等多種，歸納詳如圖 1 之影響要因分析圖。

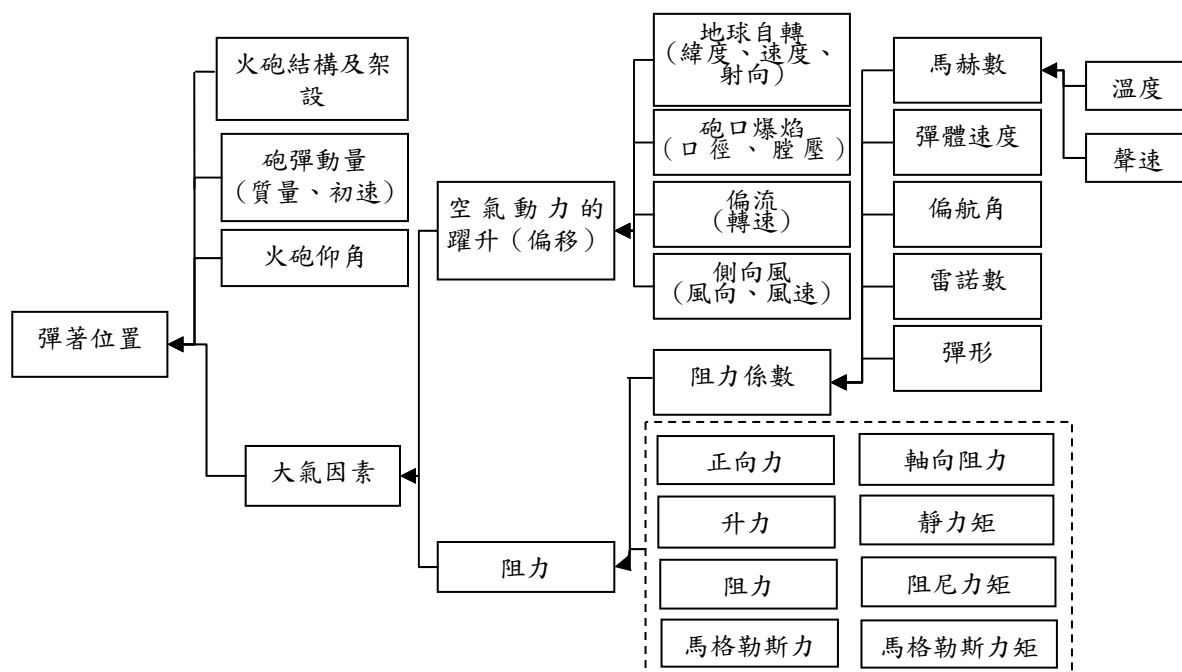


圖 1 影響彈著位置要因分析圖（資料來源：本研究整理）

二、研究方法

近二十年來，各國火炮研製及使用人員，在二大領域進行研究以提高武器射擊精度：一則以高科技技術為基礎，研製高精度的武器系統，另則由射擊理論和射擊方法上來提高射擊精度；但對於部隊使用者而言，上述方法須從設備本質上來作改善，無法以現有設備來提高射擊精度；另洪廷尉[6]曾以迴歸分析的方法，運用射表資料發展出單一火炮的射程近似公式，以取代射表人工查閱，此方法並未考量到各國對於武器彈藥生產加工等技術上的差異，因此，本研究整合上述二位學者觀點、作法及分析結果後續應用的方面，對於彈著點的預測，在找出各種影響彈著位置的因素後，利用迴歸模型進行分析，以實際射擊的環境資料及射擊結果，建構彈著點及最大跳彈點之估測模型，再以模擬的方式求出，在滿足最佳

命中率的條件下，指揮官可選擇之最佳決策組合，及在某種射擊情境下，訂出滿足射擊安全條件下之安全管制區域。

2.1 迴歸模型之建構

迴歸分析有描述、控制及預測三個主要用途，而模型建構時須將事實縮減至可控制的程度，因此只要能將模型預估之誤差降低至可接受的程度前題下，模型變數的選取只要考慮有限個的解釋或預測變數（Neter, Kutner, Nachtsheim, and Wasserman[17]），因此配合本研究之作法，整理迴歸模型建構流程如下：（1）資料蒐集及編校：當資料蒐集完成後進行分析前，可藉由散佈圖等工具對資料編校檢誤，唯若變數種類及型式繁雜則可於分析過程中，以 Leverage、DFBETAS、DFBETAS 及 Cook's Distance 等統計量綜合判斷，以期發現偏離值及其對模型之影響力；（2）模型先期研究：觀察各自變數和應變數間是否有

理論上之函數關係及交互作用情形，以使模型在建構完成後，能有較佳解釋；(3) 模型精簡及選擇：將初步探討後有關的自變數及交互作用項納入模型中一併分析，並利用 Full Model 及 Reduce Model 的方式，及 R^2_{adj} 變數刪減準則，將相對其它自變數及交互作用對應變數解釋上較不顯著之項刪除，求取一精簡且具高解釋能力的迴歸模型。

由於迴歸模型 $Y_i = X_i' \beta + \varepsilon_i, \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ 其參數估計係基於殘差項常態性、獨立性及變異數齊一性等假設條件推導而來，故當模型建構完成後，即須依假設逐一進行檢驗，本研究(1)使用 Correlation Test 將經排序後之殘差和相對應之常態期望值與由 Looney and Gullledge[18]所建構之常態分佈檢定臨界值進行比較，若小於臨界值則使用 Box-Cox 次方轉換法進行應變數之資料轉換；(2) 使用 Durbin-Watson Test 進行檢定，若有自我相關現象時，則依 Cochrane-Orcutt procedure 將模型加以修正；(3) 採用 Modified Levene's Test 檢定殘差變異數齊一性之假設，若有違反假設之現象，則利用加權最小平方法進行模型之改善。

2.2 Simscript II.5 模擬語言概述

Simscript II.5[19]是由 CACI 公司出品的高階模擬語言，蘭德公司即曾以此程式替美國國防部建構有助於決策的模擬軟體，它的資料結構功能完整，語言彈性大，可用作大系統模擬分析，此外尚具備動畫功能，可用於展示，亦可製作選單介面；而運用模擬來解決系統問題的好處在於當無法建立解析數學模型或解析數學模型無法求解時，可以得到系統運作後可能的結果。

當本研究利用迴歸分析的方法建構出彈著點估測模型(解析模析)後，因為估測模型在輸入射擊參數(自變數值)後所求出的值為應變數之平均值，若要以此射擊參數分析，命中目標的機率為何時，在無法以實況驗證觀察的情形下，乃

採模擬的方法，在已知應變數的平均數、誤差的標準差及分配時，即可模擬出以同樣一組參數射擊下的每發彈著位置，進而求出命中目標的機率，由於僅使用語言的此極小部份功能，因此對於 Simscript II.5 模擬語言的細部結構等，於本研究中即不加以詳述。

三、實證資料分析

3.1 研究限制

本研究之主要目的在建構火炮彈著點及最大跳彈點估測模型，唯受限於國軍各單位任務性質及射擊資料保存狀況，本研究之研究限制有：(1) 射擊資料來源僅取自於某火炮試驗單位；(2) 由理論探討中發現，影響彈著點散佈的變數諸如空氣密度、彈形、飛行速度、偏航角、滾動率、火炮仰角及砲管磨耗情形等，但由於某些變數須在特定環境、儀器中試驗(如風洞試驗)才得以取得，而該試驗單位並不具備此等試驗能量，或因任務需求，在其作業過程中，並未測量某些變數(如滾動率、偏航角)，因此，本研究在蒐集資料的過程中，可以取得會影響彈著位置的變數種類計有：風速、風向、溫度、溼度、火炮射向、火炮仰角及射擊時之彈體初速等七項，其中風速對彈著造成之影響，除受限於大小外，尚依風向和射向的夾角關係而有所不同，因此在分析時將風速、風向及射向三變數合併為一風力之變數；(3) 本研究分析的砲種為 155 公厘自走砲，其所射擊的砲彈為 M107 練習彈。

3.2 彈著點估測模型

由於彈著點是由彈體擊中目標的距離及角度所組成，故本研究對於彈著點之估測包含彈著距離及彈著偏移角度(偏移角度 = 彈著點角度 - 火炮射向)兩估計方程式，方程式的建構流程如圖 2。

本研究將蒐集的資料依 4:1 的比例，區分建模資料及驗證資料，其中計有建模資料 73 筆，驗證資料 18 筆，每筆的變數種類有風速、風向、

溫度、溼度、火炮射向、火炮仰角及射擊時之彈體初速等 7 項，各個自變數的資料範圍如表 1 所示。

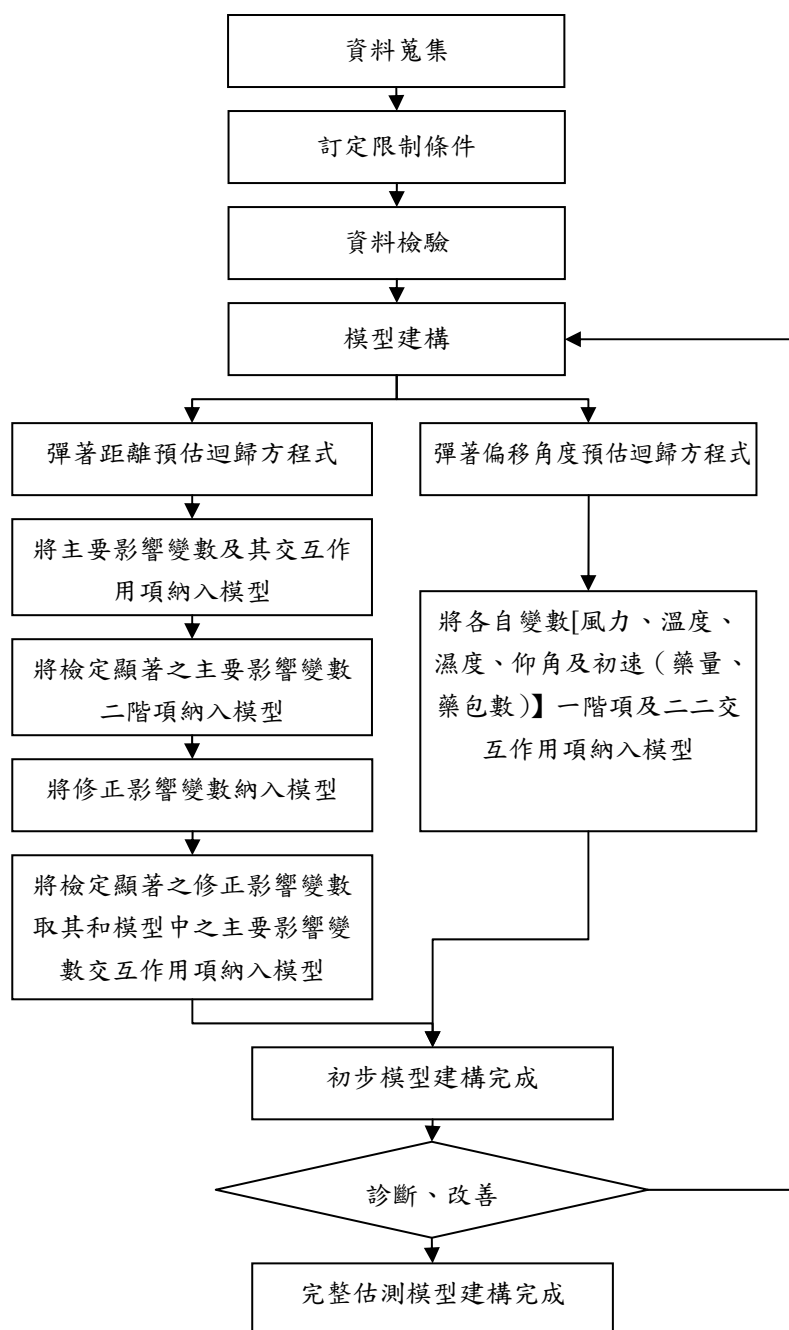


圖 2 彈著點估測模型建構流程

- 依理論探討中所找出會影響彈著位置的變數，並據以蒐集實測資料
- 依資料蒐集結果，於限制條件中說明僅探討所能蒐集的變數種類及範圍
- 因變數種類及型式眾多，無法由單一自變數和應變數的關係，判斷是否有異常值，因此此部份俟建模過程中併同檢驗
- 彈著位置以極座標(r 、 θ)表示，模型包括 r （彈著距離）及 θ （彈著偏移角度=彈著角度-射向角度）二迴歸方程式
- 鑑於相關理論無法直覺判斷各自變數和因變數間的函數關係，因此在此參考射表查詢的方式，在建立彈著距離預估迴歸方程式時，將自變數分為“主要影響變數[仰角及初速（藥量、藥包數）]”及“修正影響變數[風力、溫度及濕度]”二類
- 變數刪減原則採完整模型對縮減模型方式逐項刪減
- 模型診斷檢驗殘差常態性、獨立性及變異數齊一性等三項檢驗

表 1. 彈著點估測模型自變數資料範圍彙整表

	Min	Max
風速 (m/s)	0.5	6.8
風向(度)	30.0	306.7
溫度(攝氏)	20.9	31.5
溼度(%)	61.9	90.7
射向(度)	115.0	148.0
仰角(mil)	150.0	200.0
初速(m/s)	292.1	481.9

表 2. 彈著點估測模型殘差常態性檢驗結果

砲種	方程式	Correlation Test	檢驗結果
155 公厘自走砲	彈著距離	0.964	非常態
	彈著偏移角度	0.994	常態

註：在 $\alpha=0.05$ ， $n=73$ 的條件下，Correlation Test 的臨界值為 0.983。

表 3. 彈著點估測模型殘差獨立性檢驗結果

砲種	方程式	D-W 統計量	(d_L, d_U)
155 公厘自走砲	彈著距離	0.978	(1.36, 1.59)
	彈著偏移角度	1.553	(1.33, 1.62)

註：若 D-W 統計量 $< d_L$ ：拒絕殘差項獨立性之假設。

D-W 統計量 $> d_U$ ：不拒絕殘差項獨立性之假設。

$d_L < \text{D-W 統計量} < d_U$ ：無法判斷殘差項是否獨立。

表 4. 彈著點估測模型修正後之殘差獨立性檢定結果

砲種	方程式	Cochrane-Orcutt procedure	D-W 統計量 (修正後)	(d_L, d_U)
155 公厘自走砲	彈著距離	R=0.445	1.954	(1.36, 1.59)
	彈著偏移角度	R=0.2	1.829	(1.33, 1.62)

註：若 D-W 統計量 $< d_L$ ：拒絕殘差項獨立性之假設。

D-W 統計量 $> d_U$ ：不拒絕殘差項獨立性之假設。

$d_L < \text{D-W 統計量} < d_U$ ：無法判斷殘差項是否獨立。

表 5.完整彈著點估測模型參數估計結果

	彈著距離 $\text{Log}(r)$	彈著偏移角度 θ
截距項	-3.0120	37.814
初速	0.0027	0.003
仰角	0.0668	0.042
初速 ²	-0.000002	-----
仰角 ²	-0.0002	-----
風力	-----	0.591
溫度	-0.0011	0.313
溼度	-----	-0.751
風力*溼度	-----	0.007
殘差修正項(e_{i-1})	-0.455	-0.200
資料筆數	73	73
$\sqrt{\text{MSE}}$	0.0062	0.6740
R^2_{adj}	0.9954	0.8183

依圖 2 之流程，將自變數依序納入，並按完整模型對縮減模型的方式，逐步刪除不顯著變數，建構 155 公厘自走砲初步彈著點估測模型，再就下列三項基本假設進行檢驗及改善：(1) 殘差常態性假設檢定：以 correlation test 針對估測模型兩迴歸方程式之殘差項進行檢定後，其中模型之彈著偏移角度預估方程式未拒絕常態性假設，而彈著距離預估方程式則拒絕常態性假設，檢驗結果如表 2，為改善模型，將彈著距離預估方程式之應變數以 Box-Cox transformation 方法找出 $r' = \text{Log}(r)$ 轉換函數，轉換後其 Correlation Test 值為 0.986 均大於臨界值 0.983，因此可滿足常態假設；(2) 殘差獨立性假設檢定：以 Durbin-Watson (D-W) 統計量針對彈著點估測模型之殘差項進行檢定後，檢驗結果如表 3，其彈著距離及偏移角度預估方程式之殘差項均不滿足獨立性之假設，顯示殘差間具有自我相關情形，經將同一天射擊之資料進行檢驗發現，距離和偏移角度均有呈正向或反向的趨勢存在，研判應為在每發射擊後，火砲砲架受爆震導致偏移，而火砲又未能於每發射擊前進行校正之原因所造成，為消除殘差間自我相關情形，各方程式利

用 Cochrane-Orcutt procedure 對殘差作自我相關修正，修正結果如表 4，自我相關現象均已消除，滿足獨立性之假設；(3) 殘差變異數相等假設檢定：利用 Modified Levene Test 檢定殘差對模型是否服從變異數相等的假設，檢定結果，其中彈著距離預估方程式之 $|t_L^*| = 0.589$ ，偏移角度預估方程式之 $|t_L^*| = 0.095$ ，其值均小於臨界值 1.996 ($\alpha = 0.05$ 、 $n = 73$)，因此彈著點估測模型亦滿足殘差變異數相等的假設。經上述檢定及改善，155 公厘自走砲完整之彈著點估測模型之參數估計結果如表 5 所示。

3.3 最大跳彈點估測模型

跳彈點為彈體擊中目標後因未正常作用(爆炸)或因彈體為練習彈無法作用，造成彈體跳離目標位置的現象(如打水漂)，因此本研究建構之最大跳彈點估測模型即包含有跳彈距離及跳彈偏移角度兩估計方程式，模型建構的流程如圖 3。

蒐集的資料同彈著點估測模型，依 4:1 的比例區分建模資料及驗證資料，其中計有建模資料

73 筆、驗證資料 18 筆，每筆的變數種類有風速、風向、溫度、溼度、火炮射向、火炮仰角及射擊時之彈體初速等 7 項，各個自變數的資料範圍如表 6 所示。

依圖 3 之流程，將自變數依序納入，並按完整模型對縮減模型的方式，逐步刪除不顯著變數，建構 155 公厘自走砲初步最大跳彈點估測模型，再就下列三項基本假設進行檢驗及改善：(1) 殘差常態性假設檢定：以 correlation test 針對估測模型兩迴歸方程式之殘差項進行檢定後，模型之兩迴歸方程式均拒絕常態性假設，檢驗結果如表 7，為改善模型，將跳彈距離及跳彈偏移角度兩預估方程式之應變數以 Box-Cox transformation 方法分別找出 $r' = \text{Log}(r)$ 及 $\theta' = \sqrt{\theta}$ 轉換函數，轉換後其 Correlation Test 值分別為 0.987 及 0.984，均大於臨界值 0.983，因此滿足常態假設；(2) 殘差獨立性假設檢定：以 Durbin-Watson (D-W) 統計量針對彈著點估測模型之殘差項進行檢定後，檢驗結果如表 8，最大跳彈點估測模型跳彈偏移角度預估方程式之殘差項服從獨立性之假設，跳彈距離預估方程式則拒絕獨立性之假設，顯示跳彈距離殘差間具有自我相關情形，經將同一天射擊之資料進行檢驗發現，跳彈距離有呈正向的趨勢存在，研判應為在每發射擊後，火炮砲架受爆震導致偏移，而火炮又未能於每發射擊前進行校正之原因所造成，為消除殘差間自我相關情形，各方程式利用 Cochrane-Orcutt procedure 對殘差作自我相關修正，修正結果如表 9，自我相關現象已消除，滿足獨立性之假設；(3) 殘差變異數相等假設檢定：利用 Modified Levene Test 檢定殘差對模型是否不拒絕變異數相等的假設，檢定結果，其中跳彈距離預估方程式之 $|t_L^*| = 0.119$ ，跳彈偏移角度預估方程式之 $|t_L^*| = 0.143$ ，其值均小於 ($\alpha = 0.05$ 、 $n = 73$)，因此模型亦滿足殘差變異數相等的假設。經上述檢定及改善，155 公厘自走砲完整之最大跳彈點估測模型之參數估計結果如表 10 所示。

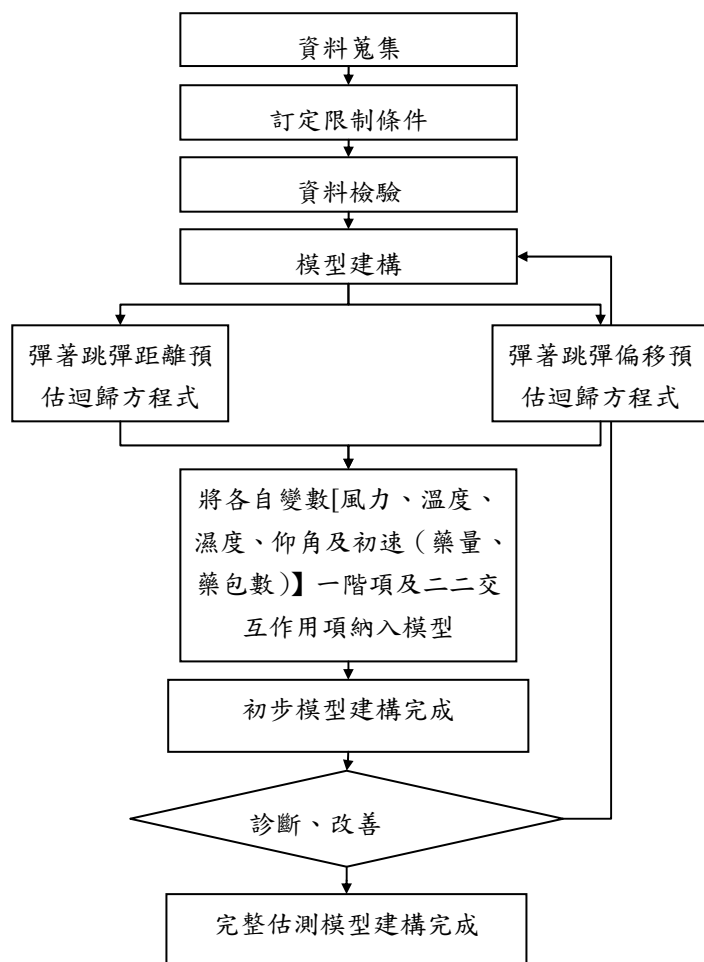
3.4 模型驗證

為驗證本研究所建構之模型和查詢射表所得結果之優劣情形，以下就驗證組資料 18 筆，依美國國防部 (1991) 所頒佈之 M109A5 式 155 公厘自走榴砲射表 [20] 查詢之彈著距離及偏移角度，其和模型預測所得之數值分別與實際彈著距離和偏移角度，分別利用平均絕對誤差率 MAPE 及平均絕對誤差 MAD 兩指標，分別計算其大小並進行比較 (唯射表查詢時有關修正的部份，僅包含所蒐集資料有的變數，如初速、氣溫、風速、風向、仰角、射向，其餘射表中之彈重、藥溫及空氣密度等變數，在查詢射表時即不做修正)，結果如表 11，由表中看出，模型預測誤差相對於實際彈著距離及角度，較射表查詢所得誤差的距離百分比及偏移角度，減少近 2 至 5 倍，可知本研究所建構模型所預測之彈著距離及角度較射表查詢之結果，可大幅提升命中目標的機率。

四、模型應用及介面設計

4.1 射擊及管制現況

目前我砲兵單位在射擊時，雖可藉由技術射擊指揮系統快速查出，在已知各項射擊參數下的彈著位置，或在已知目標位置反求所應下達的射擊參數，可是這套系統是以射表 (他國所編製) 為基本資料所建立，而誠如在前述研究目的中所提，我國所自製彈藥在生產及加工上難免會與他國當初在編製射表使用的彈藥有所差異，且射擊之環境變數、砲體本身之使用、保養狀況等亦會有所不同，因此為消弭此情形，本研究利用實際資料建構完成了彈著點估測模型；另外，鑑於國軍各射擊靶場附近居民近年來對於我砲兵射擊時，嚴重影響其生計及安全之事，履有多所不滿及抗議之聲，而國軍的靶區在安全管制上又無一有理論支持的依據此一部份本研究所建構的最大跳彈點估測模型亦可提供做為安制定射擊安全管制範圍的需要，本研究在後續各節中將對模型的應用方式作一說明並以 Simscript II.5 的模



- 依理論探討中所找出會影響彈著位置的變數，並據以蒐集實測資料
- 依資料蒐集結果，於限制條件中說明僅探討所能蒐集的變數種類及範圍
- 因變數種類及型式眾多，無法由單一自變數和應變數的關係，判斷是否有異常值，因此此部份俟建模過程中併同檢驗
- 跳彈位置以極座標(r 、 θ)表示，模型包括 r (跳彈距離) 及 θ (跳彈偏移角度=跳彈角度-射向角度) 兩迴歸方程式
- 鑑於相關理論無法直覺判斷各自變數和因變數間的函數關係，因此在此僅將各自變數之一階項及二二交互作用項同時納入模型中，並採 FULL-REDUCE MODEL 的刪減原則逐項刪減變數
- 模型診斷檢驗殘差常態性、獨立性及變異數齊一性等三項檢驗

圖 3、最大跳彈點估測模型建構流程

表 6.最大跳彈點估測模型自變數資料範圍彙整表

	Min	Max
風速 (m/s)	0.5	6.8
風向(度)	30.0	306.7
溫度(攝氏)	20.9	31.5
溼度(%)	61.9	90.7
射向(度)	115.0	148.0
仰角(mil)	150.0	200.0
初速(m/s)	292.1	481.9

表 7.最大跳彈點估測模型殘差常態性檢驗結果

砲種	方程式	Correlation Test	檢驗結果
155 公厘自走砲	跳彈距離	0.982	非常態
	跳彈偏移角度	0.951	非常態

註：在 $\alpha=0.05$ ， $n=73$ 的條件下，Correlation Test 的臨界值為 0.983。

表 8.最大跳彈點估測模型殘差獨立性檢驗結果

砲種	方程式	D-W 統計量	(d_L, d_U)
155 公厘自走砲	跳彈距離	1.524	(1.36, 1.59)
	跳彈偏移角度	1.877	(1.33, 1.62)

註：若 D-W 統計量 $< d_L$ ：拒絕殘差項獨立性之假設。

D-W 統計量 $> d_U$ ：不拒絕殘差項獨立性之假設。

$d_L < \text{D-W 統計量} < d_U$ ：無法判斷殘差項是否獨立。

表 9. 最大跳彈點估測模型修正後之殘差獨立性檢定結果

砲種	方程式	Cochrane-Orcutt procedure	D-W 統計量 (修正後)	(d_L, d_U)
155 公厘自走砲	跳彈距離	R=0.22	1.829	(1.36, 1.59)
	跳彈偏移角度	-----	-----	(1.33, 1.62)

註：若 D-W 統計量 $< d_L$ ：拒絕殘差項獨立性之假設。

D-W 統計量 $> d_U$ ：不拒絕殘差項獨立性之假設。

$d_L < \text{D-W 統計量} < d_U$ ：無法判斷殘差項是否獨立。

表 10. 完整最大跳彈點估測模型參數估計結果

	跳彈距離 $\log(r)$	跳彈偏移角度 $\sqrt{\theta}$
截距項	2.893	10.949
初速	0.001	0.001
仰角	-----	0.005
風力	0.189	0.237
溫度	0.060	0.077
溼度	-0.015	-0.172
風力*溫度	-0.009	-----
殘差修正項(e_{i-1})	-0.2200	-----
資料筆數	73	73
$\sqrt{\text{MSE}}$	0.0230	0.2950
R^2_{adj}	0.9359	0.7242

表 11.模型預測和射表查詢比較一覽表

項次	彈著距離				彈著角度			
	射表查詢 結果	模型預測 結果	實際彈著 距離	模型結果 優註 V	射表查詢 結果	模型預測 結果	實際偏移 角度	模型結果 優註 V
1	3152.03	3575.12	3600	V	136.714	136.209	136.4	V
2	3870.16	3932.50	4000	V	136.722	136.285	136	V
3	5624.31	6066.31	6060	V	130.029	129.492	129.4	V
4	2916.92	2970.22	3000	V	137.020	134.533	134.2	V
5	3770.49	3717.87	3700	V	137.121	134.804	135	V
6	3778.35	3726.28	3700	V	137.114	134.806	135.1	V
7	5845.44	6101.22	6000	V	137.242	135.276	135.2	V
8	3853.02	3806.68	3800	V	137.121	134.824	134.8	V
9	5942.34	6191.71	6100	V	137.242	135.293	135.2	V
10	3356.70	3635.59	3600	V	137.081	134.787	134.5	V
11	5685.64	5951.70	5900	V	137.236	135.248	135.3	V
12	3385.43	3712.18	3800	V	147.998	147.601	147.9	
13	5106.50	5413.84	5200		147.994	147.940	147.8	V
14	4764.37	5095.03	5060	V	114.946	118.839	115.5	
15	4682.13	4958.77	4980	V	114.942	118.895	119	V
16	4686.72	4962.64	4890	V	140.090	138.553	138.5	V
17	4870.14	5118.70	5130	V	140.090	138.554	138.3	V
18	4871.64	5119.99	5060	V	140.093	138.590	138.49	V
MAPE	4.672(%)	1.130(%)		V				
MAD					1.740(度)	0.367(度)		V

擬語言，模擬在不同藥包、仰角及射向下之彈著點位置，另在考量彈體爆炸破片半徑的情形下，其破片命中目標的機率，各種組合經模擬 10000 次後，求出命中率最高的數組決策組合，從而使決策者在考量成本及戰術需求上，決定採用何種決策組合，程式架構如圖 4。

4.3 最大跳彈點估測模型實務應用

本研究考量射擊安全管制工作是沒有萬一

的，如採用解析方式應用信賴區間的方法找出管制圍，則不論是將 α 設為 0.05 或 0.01 更甚 0.0001，均無法消除風險情形的存在，因此本研究為避免此情形，乃利用以往火砲射擊資料所建構的最大跳彈點估測模型，在將風速、風向、溫度、溼度、火砲射向、火砲仰角及彈體初速（藥包數）等射擊條件輸入模型中，並以 Simscript II.5 的模擬語言，模擬跳彈點的隨機散佈誤差，各種組合經模擬 10000 次後，求出最大跳彈距離及最

左、最右的跳彈角度等資訊，以供管制人員作一參考，程式架構如圖 5。

4.4 彈著預測輔助管理系統

以 Simscript II.5 的模擬語言設計使用者操作的簡單介面，並運用彈著點及最大跳彈點兩估測模型，模擬求出在已知射擊目標位置，破片命中率最高之最佳射擊參數及在已知各項射擊參數下，所應管制之最大安全距離及左右角度；系統之功能執行架構圖別如圖 6，最佳化射擊參數輔助查詢功能及射擊安全管制範圍預測功能之輸出結果分別如圖 7 及圖 8。

五、結論與未來研究方向

由前述研究動機可知，近年武器射擊精準度提昇發展的方向幾乎都在研製更精準的新式武器，而對於現有已在使用武器方面的探討，除了戰術戰法檢討更新外，其它方面就付之厥如；另對於射擊管制範圍的課題，或為避免危安事件發生，均採安全係數極大的管制範圍，但在近年國人自我意識抬頭，國軍各靶場頻頻發生居民圍場或抗議的情形。

上述二方面的問題，藉由本研究所建構之彈著點估測模型再配合彈著點隨機散佈誤差的模擬，除可快速求得為達命中目標，決策者所須下達的射擊參數及數組高命中率的各種射擊參數組合，以供決策者在考量成本或戰術目的的要求下，作為下達決策的參考，此外，亦可克服因我國自製彈藥穩定性和製作射表之火炮原製造商間的差異，造成預估和實際彈著點偏誤大的情形；另藉由最大跳彈點估測模型及配合跳彈點隨

機散佈誤差的模擬，可解決現行國軍在執行火炮射擊在訂定安全管制範圍時，無相關依據，僅憑個人主觀判斷的問題，且此模型亦可配合射擊場所的地方輿情、彈種（高爆彈、練習彈）等，找出不同且適當的管制範圍。

以往有關火炮彈道之研究多半係由彈道學、物理學之角度為出發點，研究射擊參數與射擊目標之關係，亦有少數之研究（洪廷尉[6]、Sherif[7]）係以原始射表為基礎推估火炮射擊模型，然而射表之數據資料原先即屬於射擊結果之估測，以估測結果之數據資料推估原始射表背後所隱含的射擊模型，此一結果包含了兩種誤差，其精確性尚有待討論，且在此種狀況之下亦無法驗證推估模型之有效性。而本文係以火炮試射實測資料建構火炮射擊估測模型，其估測值與實際試射結果之誤差可與射表之誤差大小相互比較。此外本文所建構之跳彈點估測模型則為以往之研究所未見，對於火炮試射管制區之設定，在實務上具有相當之意義。而以 Simscript 依據本研究估測模型所建構之射擊參數設定輔助系統，具有簡單及射擊參數選擇多樣化之特性，對於砲兵部隊具有實用之價值。

本研究所建構的彈著點估測模型，雖僅探討火炮系統外彈道的過程，且彈著點為一靜態目標，但未來若能將本研究建構模型中之初速，作為彈體於內彈道運動過程中各種影響因子（自變數）之應變數，建構其內彈道運動模型，再配合目標移動的軌跡預測，此三者若能整合或將更能符合戰場動態射擊的工具、技術。

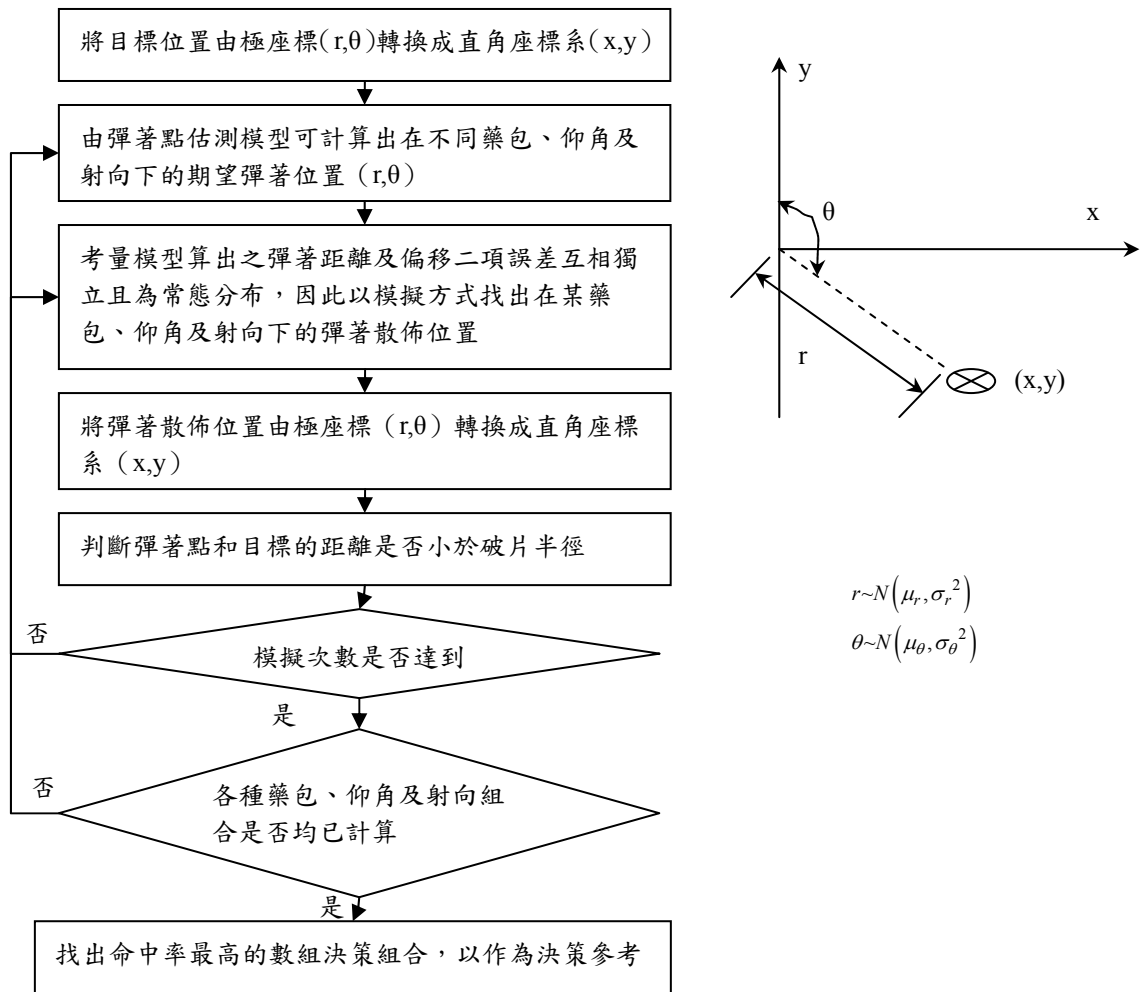


圖 4 彈著點估測模型實務應用之程式架構圖

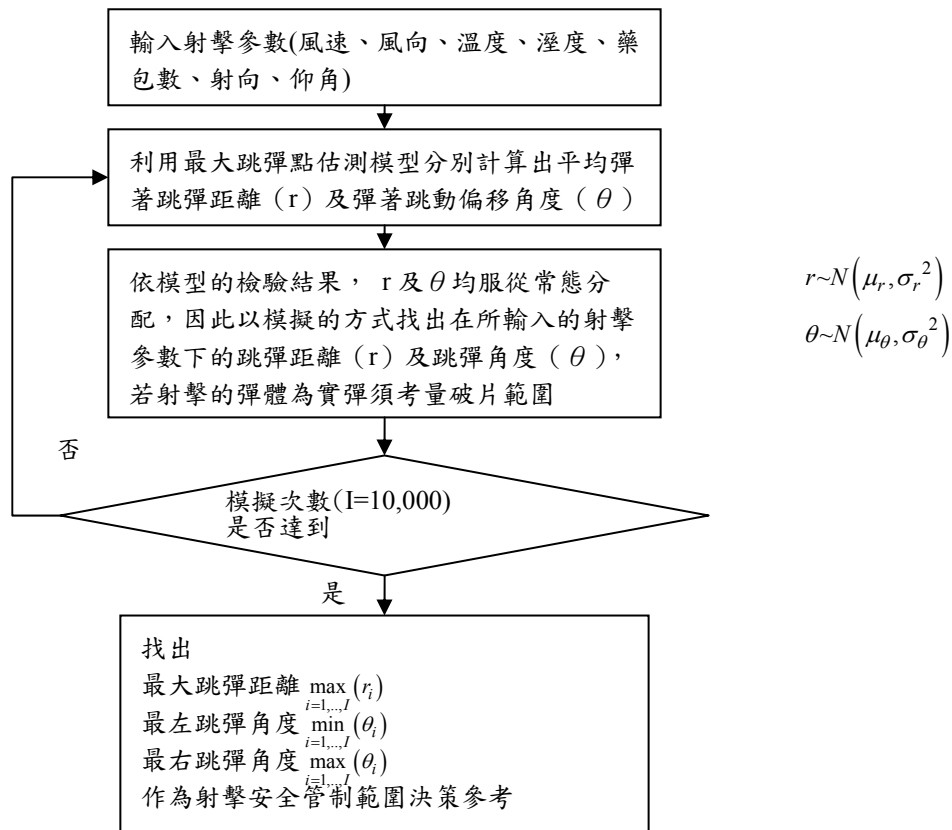


圖 5 最大跳彈點估測模型實務應用之程式架構圖

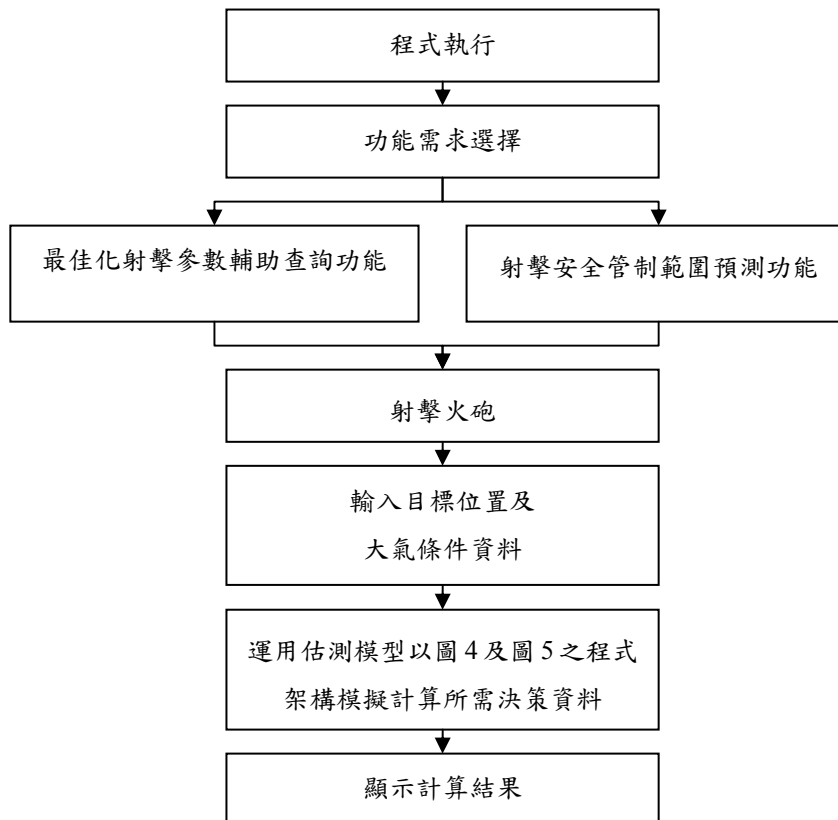


圖 6 彈著預測輔助管理系統功能執行架構圖

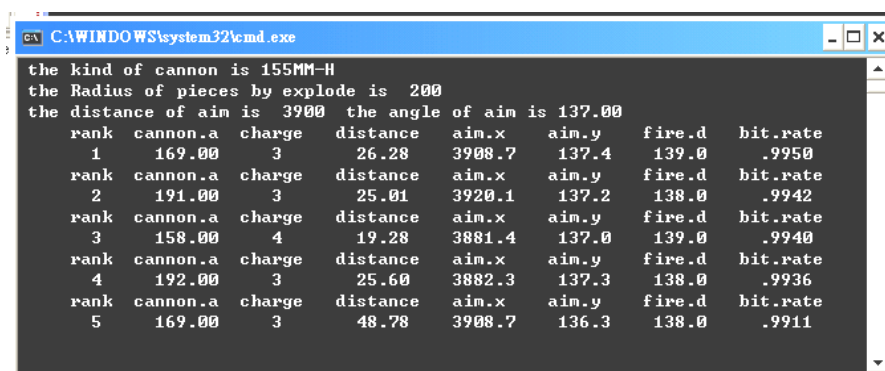


圖 7 彈著點估測模型實務應用之最佳化射擊參數輔助查詢功能輸出圖

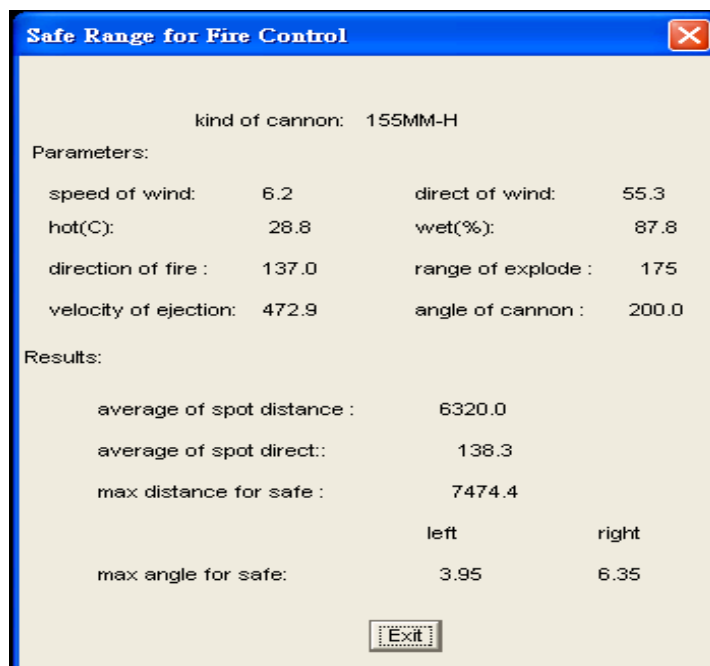


圖 8 最大跳彈點估測模型實務應用之射擊安全管理範圍預測功能輸出圖

六、參考文獻

- [1] 陸軍砲兵飛彈學校編纂，「野戰砲兵部隊指揮(軍團砲指部及砲兵群作戰)教則」，陸軍總司令部，2001。
- [2] 郭錫福，「遠程火炮武器系統射擊精度分析」，國防工業出版社，2004。
- [3] 陸軍砲兵飛彈學校編纂，「野戰砲兵觀測訓練教範」，陸軍總司令部，2004。
- [4] Roger, S. R., "Tracking Targets With Constant Heading and Variable Speed," IEEE, Vol. 26(3), pp. 543-547, 1990.
- [5] Gong, Yifan., "Stochastic Trajectory Modeling and Sentence Searching for Continuous Speech Recognition," IEEE, Vol. 5(1), pp. 33-44, 1997.

- [6] 洪延尉，「陸軍 105 公厘火炮射表轉換近似方程式之研究」，國防管理學院資源管理研究所碩士論文，1988。
- [7] Sherif, Y. S., “Modeling The Firing Tables of Field Artillery-Cannon 105mm Howitzer,” *Microelectronic Reliability*, Vol. 25(1), pp. 41-53, 1985.
- [8] 張鴻源，「Siacchi 平射彈道之電算解法及射表編製」，中正理工學院系統工程研究所碩士論文，1984。
- [9] 周詳庭、隋樹元、趙川東譯，「彈道基礎」，兵器工業出版社，1984。
- [10] 阮海水等譯，「兵工譯叢」第三輯，聯勤第 202 廠，1982。
- [11] 李偉如，「步兵武器射原理」，第 1 版，兵器工業出版社，1987。
- [12] U.S Products Co., “Engineering Design Handbook,” AMCP 706-242, 1966.
- [13] DND(Canada). “Ballistic and Ammunition,” B-GL-306-006/FP-001, Vol.6, 1992.
- [14] 中正理工學院兵器系統中心，「兵器系統工程概論」，中正理工學院兵器系統中心，1989。
- [15] 中正理工學院兵器系統中心，「膛外彈道學」，中正理工學院兵器系統中心，1989。
- [16] 徐明友，「彈箭飛行動力學」初版，國防工業出版社，2003。
- [17] Neter, J., Kutner, M. H., Nachtsheim, C. J., & Wasserman, W., “Applied Linear Regression Models”, Irwin, 2004.
- [18] Looney, S. W., and Gullledge, T. R., ”Use of the Correlation Coefficient with Normal Probability Plots,” *The American Statistician*, 39, pp.75-79, 1985
- [19] CACI Products Co., “Building Simulation Models with SIMCRIPT II .5,” 1999.
- [20] NDU(USA),”Ballistic Research Laboration,” FT155-AM-2,C-2, 1991.