

微型化對矩形封閉區自然對流影響之蒙地卡羅模擬

曾培元¹ 劉明和² 劉東平³ 嚴祖煦⁴

¹國防大學理工學院機電能源及航太工程學系

²國防部陸軍司令部計畫處

³興國管理學院資訊科學系

⁴海軍官校電機工程學系

摘 要

本文旨在以直接模擬蒙地卡羅法(DSMC)模擬微尺度矩形封閉區之自然對流運動，探討尺度微小化對熱驅動流動的影響。為了解實際封閉區內的流動，兩側壁不像過去的研究採鏡反射邊界條件，而是參考 Rapaport 以分子動力法模擬 RB 對流的絕熱邊界條件設定方式，以及根據絕熱壁之觀念，自行發展出半鏡反射邊界條件。模擬區之寬高比為 4，Knudsen 數(Kn)分別為 0.01、0.016 及 0.02，Rayleigh 數(Ra)則從 80 至 4800。模擬結果顯示，當 Kn 愈大，即系統尺度愈小，對流狀態發生轉換的 Ra 會隨之降低，而在較低的 Kn 值，不穩定性的臨界 Ra 數會受側壁邊界條件的影響而略有差異，另外，當側壁絕熱邊界條件設定方式改變時，會產生不同的流動模態，顯示此種流動相當敏感。

關鍵詞：Rayleigh-Bénard 對流、稀薄氣體、直接模擬蒙地卡羅法、微尺度封閉區間

Influence of Miniaturization on DSMC Modeling of Natural Convection in a Rectangular Enclosure

Pei-Yuan Tzeng¹, Ming-Ho Liu², Tung-Ping Liu³, and Tsu-Hsu Yen⁴

¹ Dept. of Mechatronic, Energy and Aerospace Engineering, Chung Cheng Institute of Technology, National Defense University

² Planning Division, Army Headquarters, MND

³ Dept. of Information Science, Hsing Kuo University

⁴ Dept. of Electrical Engineering, Navy Academy

Abstract

In this paper, the natural convection in a rectangular enclosure has been investigated numerically using direct simulation Monte Carlo method at various Knudsen number to observe the miniaturization effects. Since the real enclosure is bounded by solid walls, specular boundary conditions which used for lateral side walls in the past studies are not suitable for solid walls. Two ways of prescribing wall-molecule collision rules are used to achieve an adiabatic wall condition. The results show that as Knudsen number increases, i.e. the scale of enclosure smaller, the Rayleigh number of flow pattern transition becomes lower. The critical Rayleigh number can be affected by the different side wall boundaries when the simulations are at lower Knudsen number. In addition, the flow patterns may also be changed with different adiabatic wall boundary treatment. This illustrates that the thermally driven flows in a rectangular enclosure are very sensitive to the changes of size and boundary condition.

Keywords: Rayleigh-Bénard convection, Rarefied gas, DSMC, Micro-scale enclosure

一、前言

近年來，由於微機電系統(MEMS, Micro-electromechanical Systems)的蓬勃發展，使得在微系統中的流體流動與熱傳特性吸引了許多學者的注意而相繼的投入研究 [1]。在微系統中，其內部流體分子平均自由徑與系統特徵尺度相當，流體是不連續的，流動特性必須以分子尺度模式處理，而直接模擬蒙地卡羅法(DSMC, Direct Simulation Monte Carlo) [2,3]則是目前最廣泛應用於微尺度幾何中，氣體流動與熱傳特性的模擬研究方法之一。由於DSMC法是以少量的模擬粒子代替大量的真實分子，採用機率方法判斷分子間是否發生碰撞，且只考慮兩個分子的碰撞，也就是平均分子間隙(Mean Molecular Spacing)遠大於分子有效直徑(Effective Molecular Diameter)，這是稀薄氣體的假設條件，而氣體在微系統中的流動具有稀薄氣體的特性，因此，DSMC法適合用於解算微系統中氣體的流動與熱傳問題 [4,5]。

本文係以DSMC法對微尺度Rayleigh- Bénard (RB)對流進行模擬研究。所謂RB對流通常是指底部加热的水平封閉區或流體層，其對流流動的發展與成形問題，在自然界中是一種普遍的現象，例如，是海洋、大氣、及恆星與行星內部動力學的一個主要特性，同時也有許多工程系統的應用，如太陽能集熱器(Solar Energy Collector)、晶體成長反應器(Crystal Growth Reactor)、冷凍儲存(Cryogenic Storage)、建築上的多層壁(Multilayer Walls)、熱交換器和雙層窗(Double Windows)等。另外，這類的流動常用來作為一些基本流體動力性質研究的理論模式，如流體動力的不穩定性、分歧(Bifurcation)、自我組成(Self-Organization)、以及流體中的混沌行為(Chaotic Behavior)等 [5-10]。過去的研究係以連續模式為主，近幾年來，則開始有學者以DSMC法進行相關的模擬研究。

Garcia [11]首先以DSMC法計算稀薄氣體中的RB對流。而Garcia and Penland [12]則是應用主要振盪模式 (POP, Principal Oscillation Pattern)分析由DSMC法獲得的數據資料，並將其結果與線性化Navier-Stokes方程式的數值解比較，發現此二種方法獲得的結果在定量上相當接近。

Stefanov and Cercignani [13]則是首先以DSMC法探討不同參數，包括 Kn 、Froude數(Fr)及上、下板溫度比(r_T)，對稀薄氣體RB對流不穩定性的影響。證明在稀薄氣體中，RB對流不穩定性非由單一無因次參數 Ra 決定，尚須考慮稀薄效

應與溫度比的影響。

Watanabe et al. [14]以DSMC法模擬二維RB系統，由傳導狀態過渡至對流狀態的過程，兩側壁採用鏡反射邊界條件。模擬結果顯示，當上、下壁採用散反射邊界條件時，傳導與對流狀態的分歧點與巨觀流體動力方程式獲得的結果吻合；而當上、下壁採用半滑移(Semi-slip)邊界條件時，則高於巨觀的結果。

Golshtein and Elperin [15]以DSMC法結合數位影像過濾法(Method of Digital Image Filtering)探討稀薄氣體RB對流之不穩定性，以消去統計變動(Statistical Fluctuation)並縮短計算時間，預測的臨界值低於線性穩定性分析的值。

Watanabe and Kaburaki [16]以平行化DSMC法模擬一個三維RB系統，結果發現，當一個六角形對流模態(Hexagonal Flow Pattern)出現時，其 Ra 值高於由線性理論分析獲得的臨界值。

Hirano et al. [17]針對稀薄氣體RB對流比較有限差分法(FD, Finite Difference)以及DSMC法的結果。研究結果發現隨著 Kn 降低，DSMC法解得之速度與溫度曲線分佈愈接近FD之結果。

Stefanov et al.[18,19]以DSMC法模擬稀薄單原子氣體的RB流動之最終狀態(Attractors)，包括對流區、混沌(Chaotic)與週期(Periodic)對流區，同時與FD法的結果比較。研究結果描繪出對流區範圍，並且發現在低的 Kn 值，DSMC法所得之不穩定性的啟動接近FD法獲得的結果。

Tzeng and Liu [20,21]則以DSMC法探討不同初始條件包括加熱條件、系統尺度以及模擬粒子數對RB流動模態的影響，模擬區兩側均採用鏡反射邊界條件。結果發現，當初始條件改變時，流動模態會出現多解現象。

由過去的文獻發現，所有的研究在兩側邊界的處理上，都是採用鏡反射邊界條件，相當於模擬兩無限大平行板間的對流流動。然而，真實封閉區的兩側是有壁的存在，兩側邊界若採用鏡反射條件，則無法反映真實側壁對流動的影響。Tzeng et al. [22]曾對絕熱邊界的處理進行探討，其採用Rapaport [23-24]以MD法模擬矩形封閉區間的RB對流時之方法，將側壁劃分為許多小區段(Segments)，每個區段長度約等於分子半徑，並依鏡反射及速度逆反射(Velocity Reversal)交錯排列，另外，也根據絕熱壁的觀念，自行發展出半鏡反射(Semi-specular Reflection)邊界條件，模擬結果顯示，所採用之邊界條件確實是可用於絕模擬具絕熱側壁的真实矩形封閉區內的流動現象。因此，本研究將採用Tzeng et al. [22]之絕熱壁邊界條件設定方式進行DSMC法模擬。

本文主要目的係以DSMC法模擬底部加熱之微尺度水平矩形封閉區間中的自然對流現象，應用Tzeng et al. [22]之絕熱壁邊界條件設定方式，探討模擬區微型化對臨界Rayleigh數以及流動模態的影響，另外，Tzeng et al. [22]採用的模擬區寬高比為2.016，而本研究則採用較大的寬高比，以觀察當寬高比增大時，對流動有何影響。

二、問題描述

模擬之二維水平矩形區間的幾何形狀及座標如圖1所示。模擬區的寬高比($As=L/H$)為4，內部氣體假設為HS (Hard Sphere)模式之空氣，其質量 $m=4.8\times 10^{-26}$ Kg，分子直徑為 $d=3.7\times 10^{-10}$ m，初始壓力及溫度分別為 $p_0=200$ Pa和 $T_0=80$ K，在此條件下可得數量密度 $n_0=1.81\times 10^{23}$ m⁻³ 以及分子平均自由徑 $\lambda_0=9.08\times 10^{-6}$ m，Knudsen數 ($Kn=\lambda_0/H$) 分別為0.01、0.016及0.02。由於模擬區高度 $H=\lambda_0/Kn$ ，在本研究中，模擬區內氣體的初始條件係維持不變，即 λ_0 固定，因此，當 Kn 增加，則是 H 相對變小，使得模擬區尺度變小，本研究稱之為“微型化 (Miniaturization)”以取代“稀薄化 (Rarefaction)”， Kn 的增加，即表示微型化效應增強，本文即在探討微型化對RB系統的影響。上壁溫度固定在 $T_c=80$ K，下壁溫度 T_h 的範圍則隨不同之 Kn 而分別從100至500K，均為均勻分佈，且在每次模擬計算一開始時即給定，然後在計算過程中均維持固定不變，故其相應模擬之Rayleigh數(Ra) 從80至4800。

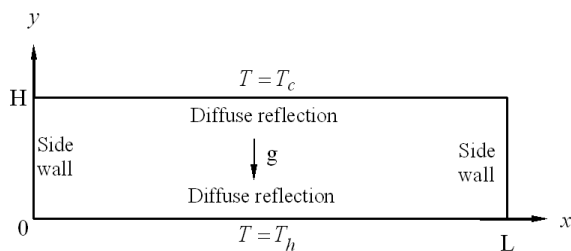


圖 1 水平矩形區間之物理模型示意圖

三、數值模擬

根據DSMC法則，模擬區分割成 100×25 個抽樣網胞，每個抽樣網胞劃分成 4×4 個碰撞網胞，而每個抽樣網胞及碰撞網胞初始時分別均勻分佈有160及10個模擬粒子，故總模擬粒子數為

400,000個。在模擬時步方面，採用 $\Delta t=0.9\tau_i$ ， $\tau_i=\lambda_0/v_h$ 為平均碰撞時間(Mean Collision Time)，而 $v_h=(2k_B T_h/m)^{-1/2}$ 則是以熱壁溫度計算之最可能分子熱速率。在計算過程中，每兩個時步抽樣一次，每抽樣100次取一次平均，而在30,000時步之後，開始進行流動性質的統計平均，至50,000時步。

在邊界條件方面，因模擬區上、下壁為等溫固體邊界，故採用散反射邊界條件，而兩側則是絕熱固體壁，根據Tzeng et al. [22]的設定方式，分別為：

3.1 鏡反射—速度逆反射邊界條件

如圖2所示，將側壁劃分為數個小區段，每個區段的長度 δ 等於分子的參考半徑 r_{ref} ，因此，區段數目 $N_s=H/\delta$ ，在本文中， H 隨著 Kn 而變，故 N_s 也不同，但大約 H 為 10^7 量級。當分子與側壁碰撞時，自底部開始至頂部為止，每個區段依鏡反射、速度逆反射順序交錯排列分佈。所謂速度逆反射，是假設分子與壁碰撞後，反射分子的速度 $\mathbf{c}^*$ 與入射分子的速度 $\mathbf{c}$ 大小相同，但方向相反，即 $\mathbf{c}^*=-\mathbf{c}$ 。由於無論是鏡反射或速度逆反射，速度大小並未改變，因此，與壁沒有能量交換，故無穿過側壁之熱傳產生，符合絕熱條件。另外，由於 $\delta=r_{ref}$ ，相當於側壁是無數個分子緊密的排列，而氣體分子與壁碰撞又是鏡反射、速度逆反射交錯式的排列，因此，側壁相當於波紋狀的 (Corrugated) 粗糙表面，以S-R BC表示此一邊界條件。

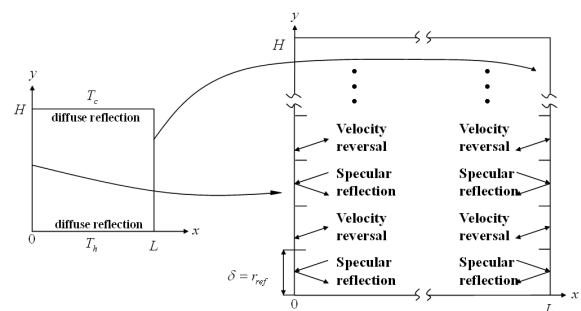


圖 2 鏡反射與速度逆反射交錯排列之側壁邊界條件示意圖(S-R BC)

3.2 半鏡反射邊界條件

所謂半鏡反射(Semi-specular Reflection)邊界條件，如圖3所示，是假設分子與壁碰撞後，反射分子速度與入射分子速度大小相等，但在垂直壁面方向的速度分量，即水平方向速度分量，與

入射分子的水平方向速度分量，大小相等，方向相反，而其餘速度分量之大小及方向則採隨機方式分佈，若入射分子速度為 $\vec{c} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$ ，反射分子速度為 $\vec{c}^* = u^*\vec{i} + v^*\vec{j} + w^*\vec{k}$ ，則可以數學式表示如下：

$$|\vec{c}^*| = |\vec{c}| \quad (1)$$

$$u^*\vec{i} = -u\vec{i},$$

$$v^*\vec{j} = \sin(2\pi R_f)(|\vec{c}|^2 - u^2)^{1/2}\vec{j}, \quad (1)$$

$$w^*\vec{k} = \cos(2\pi R_f)(|\vec{c}|^2 - u^2)^{1/2}\vec{k}$$

式中 R_f 為一隨機數。

由於分子與壁碰撞後，入射速度與反射速度之大小不變，因此，動能並未減少，而未與壁產生能量交換，也就是無穿過邊界之熱傳產生，另外，由於在水平速度分量的反射方式與鏡反射相同，但是其餘速度分量之大小及方向則與鏡反射不同，而是隨機分佈，類似在粗糙面的反射行為，此種邊界條件設定方式，不同於以往的鏡反射或散反射條件，因此，稱之為半鏡反射條件，並以U-U BC表示。由於此種邊界條件滿足絕熱以及碰撞後速度隨機分佈等特性，故可適用於兩側為絕熱壁之封閉區間的RB模擬研究。

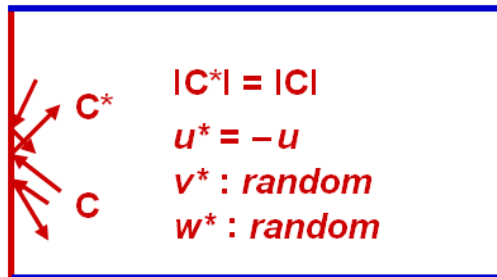


圖3 半鏡反射之側壁邊界條件示意圖(U-U BC)

四、結果與討論

圖4顯示在S-R BC側壁邊界條件下，不同 Kn 數模擬所得之最大無因次流線值 $\Psi_{\max}$ 與 Ra 變化關係。由圖可看到，當 $Kn=0.01$ ，在 $Ra \leq 2000$ ，隨著 Ra 的增加， $\Psi_{\max}$ 幾乎沒有變化，在 $Ra > 2000$ ，則逐漸增加，而至 $Ra=2600 \sim 3000$ 之間， $\Psi_{\max}$ 突然增大許多，出現躍升的現象，之後，隨著 Ra 的增加 $\Psi_{\max}$ 持續上升。這似乎顯示，流動狀態在 $Ra=2600 \sim 3000$ 之間發生了變化。當Knudsen數增為 $Kn=0.016$ ，約在 $Ra=2200$ 附近 $\Psi_{\max}$ 即出現了躍升的現象，較 $Kn=0.01$ 提前許多，當再增高至 $Kn=0.02$ ，可以發現，在接近 $Ra=2200$ 時， $\Psi_{\max}$ 即

已出現了躍升現象，而在 $Ra=2200 \sim 2400$ 之間， $\Psi_{\max}$ 的躍升更大，此 Ra 值較 $Kn=0.016$ 又略為提前，這顯示， Kn 增加，即系統微型化會導致流動狀態提前發生變化。

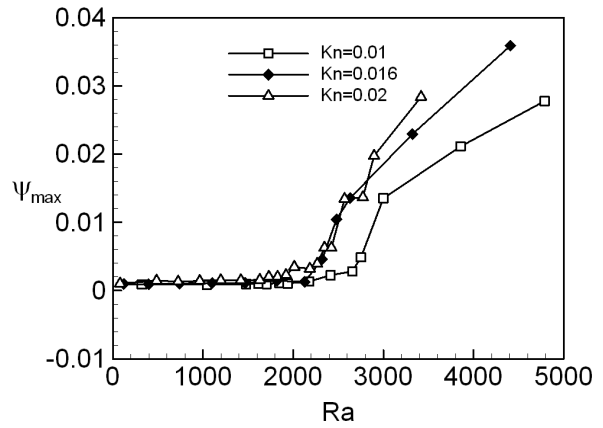


圖4 $As=4$, S-R BC，在不同 Kn 數模擬所得之最大無因次流線值 $\Psi_{\max}$ 與 Ra 變化關係

圖5顯示在U-U BC側壁邊界條件下，不同 Kn 數模擬所得之最大無因次流線值 $\Psi_{\max}$ 與 Ra 變化關係。由圖可看出，在 $Kn=0.01$ ， $\Psi_{\max}$ 在 $Ra=2400$ 之後出現明顯的躍升，較圖4 S-R BC之 $\Psi_{\max}$ 出現躍升之 Ra 值略小，而當 Kn 值增加至0.016及0.02，即系統尺度逐漸縮小， $\Psi_{\max}$ 躍升現象則分別發生在 $Ra=2200$ 及2000附近，與S-R BC的結果相當接近，這顯示，在低 Kn 值，流動不穩定性的臨界 Ra 值會受側壁邊界條件的影響，而 Kn 值愈高，臨界 Ra 值愈小。

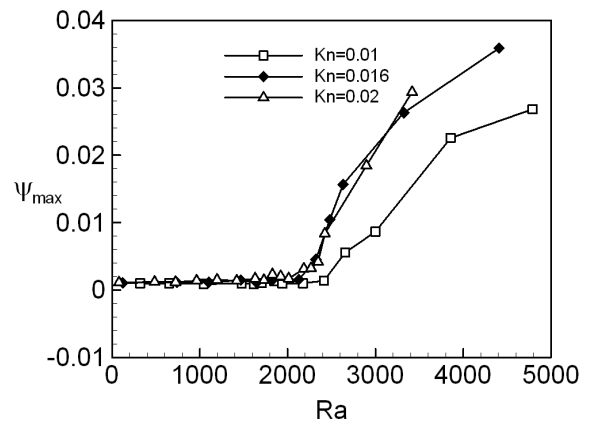


圖5 $As=4$, U-U BC，在不同 Kn 數模擬所得之最大無因次流線值 $\Psi_{\max}$ 與 Ra 變化關係

接著觀察不同 Ra 時的流動現象，以確定流動轉換的位置。圖6-8分別顯示在S-R BC側壁邊界條件下， $Kn=0.01$ 、 0.016 及 0.02 時，不同 Ra 之流動狀態，以無因次正規化速度向量圖表示。在 $Kn=0.01$ ，如圖6所示，當 $Ra=1043$ ，模擬區內的流動是相當紊亂的，對流卷尚未形成，隨著 Ra 的增加，模擬區內漸漸出現了一些對流現象，至 $Ra=2656$ 時，已約略看出對流卷出現，然而，並未形成完整的對流卷，這顯示流動尚未完全處於對流狀態，但已逐漸接近臨界值。當Rayleigh數增加至 $Ra=2752$ 時，模擬區內已形成 $(-, +, -, +)$ 之四卷結構，這結果顯示，流動模態的轉換是在 $Ra=2752$ 附近，故在圖3中 $Kn=0.01$ 之最大流線值 $\Psi_{\max}$ 亦在此 Ra 值附近出現明顯躍升現象，這與連體區線性理論分析值 $Ra \sim 2800$ 接近，但略低一些，這可能是因為稀薄效應及側壁邊界條件的影響所導致。當Knudsen數增至 $Kn=0.016$ ，如圖7所示，在 $Ra=1102$ ，流動仍相當紊亂，時，隨著 Ra 的增加，對流效應逐漸增強，至 $Ra=2127$ ，模擬區兩側因受壁的影響首先出現對流卷，但中間區域仍相當紊亂，並未形成完整的對流卷，而再增加至 $Ra=2322$ 時，模擬區內已形成 $(-, +, -, +)$ 之四卷結構，因此，故在圖4中 $Kn=0.016$ 之 $\Psi_{\max}$ 值在此 Ra 值附近出現大幅躍升。當Knudsen數再增高， $Kn=0.02$ ，如圖8所示，可以看到，在 $Ra=1127$ 時，模擬區兩側已開始出現對流現象，較 $Kn=0.016$ 時明顯，當 $Ra=1921$ 時，已約略可看出四卷結構的流動模態，但渦卷的強度很弱，故

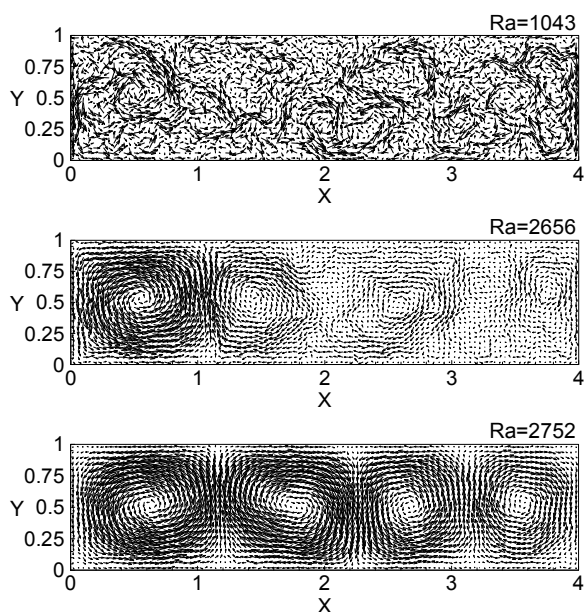


圖 6 $As=4$ ，S-R BC 條件下，在 $Kn=0.01$ 於不同 Ra 模擬所得之速度向量圖

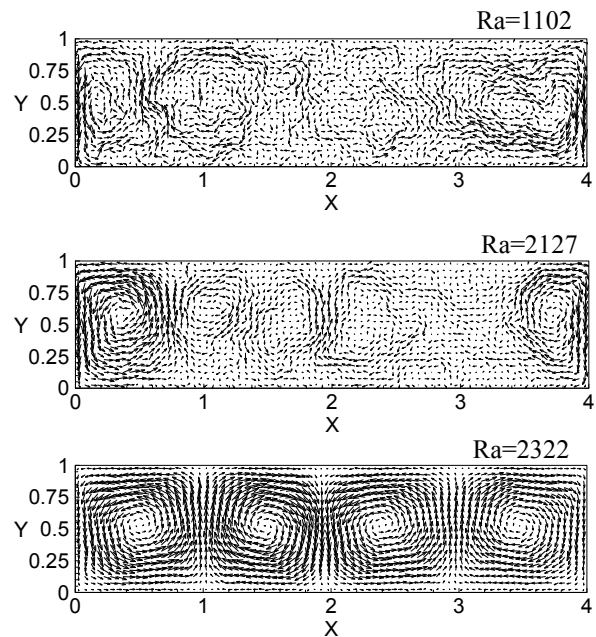


圖 7 $As=4$ ，S-R BC 條件下，在 $Kn=0.016$ 不同 Ra 模擬所得之速度向量圖

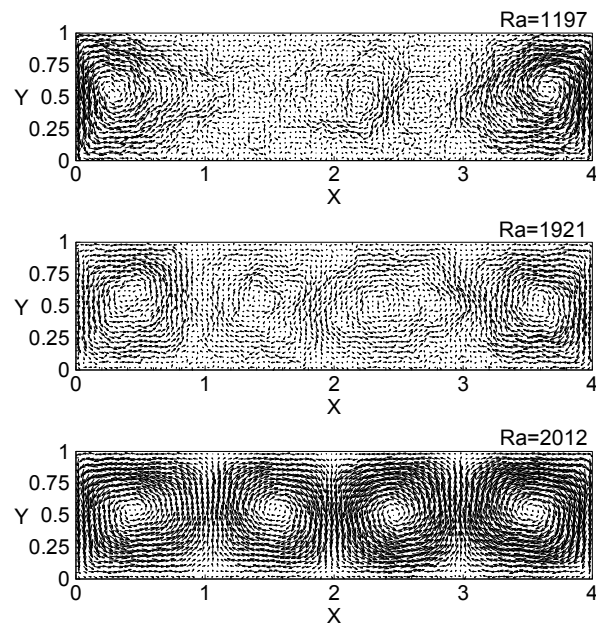


圖 8 $As=4$ ，S-R BC 條件下，在 $Kn=0.02$ 於不同 Ra 模擬所得之速度向量圖

在圖4中 $Kn=0.02$ 之 $\Psi_{\max}$ 值在此 Ra 值雖有躍升，但幅度很小，至 $Ra=2012$ 時，流動才形成完整 $(-, +, -, +)$ 的四卷結構， $\Psi_{\max}$ 值才有明顯躍升，這顯示流動模態在 $Ra=1921 \sim 2012$ 之間轉換為四卷結構。由這結果可以得到，在較低 Kn 時，因接近連體區，故流動狀態轉換的臨界Rayleigh數較高且接

近線性理論分析的結果，而隨著 Kn 的增加， Ra 值降低。

圖9-11則分別顯示在U-U BC側壁邊界條件下， $Kn=0.01$ 、 0.016 及 0.02 時，不同 Ra 之流動狀態。如圖9所示，當 $Kn=0.01$ ，在 $Ra=1043$ 時，模擬區並未形成對流卷，而在 $Ra=2415$ 時，對流卷已約略形成，但仍有些紊亂，顯示在此 Ra 值，正處於流動轉換之過渡區，當 Ra 再增加至 2656 時，模擬區內即形成完整(-, +, -, +)的四卷結構，因此，在圖5中 $Kn=0.01$ 之最大流線值 $\Psi_{\max}$ 在 $Ra=2400$ 附近之後出現明顯躍升現象，流動轉換的 Ra 值較S-R BC的結果略低些。當Knudsen數增加至 $Kn=0.016$ ，如圖10所示，在 $Ra=1102$ ，對流卷仍未形成，當 Ra 增加至 2127 時，已可看到(-, +, -, +)的對流卷出現，但強度不強，至 $Ra=2322$ 時，才形成結構完整之四卷結構，因此，流動轉換的 Ra 值較 $Kn=0.01$ 之 Ra 值小。Knudsen數再增加至 $Kn=0.02$ ，如圖11所示，可以發現，其形成四卷結構之 Ra 值較 $Kn=0.016$ 時又低一些，在 $Ra=2012$ 時，已約略出形成四卷結構，惟模擬區中間的流動速度較慢，因此，對流卷較不明顯，當Rayleigh增至 $Ra=2185$ 時，對流效應增強，模擬區內即形成明顯的四卷結構，故在圖5中 $Kn=0.02$ 之最大流線值 $\Psi_{\max}$ 在 $Ra=2000$ 附近之後出現明顯躍升現象，由模擬結果發現，在U-U BC側壁邊界條件，流動狀態轉換的臨界 Ra 值隨 Kn 值的增加也是提前，與S-R BC的結果相同，惟臨

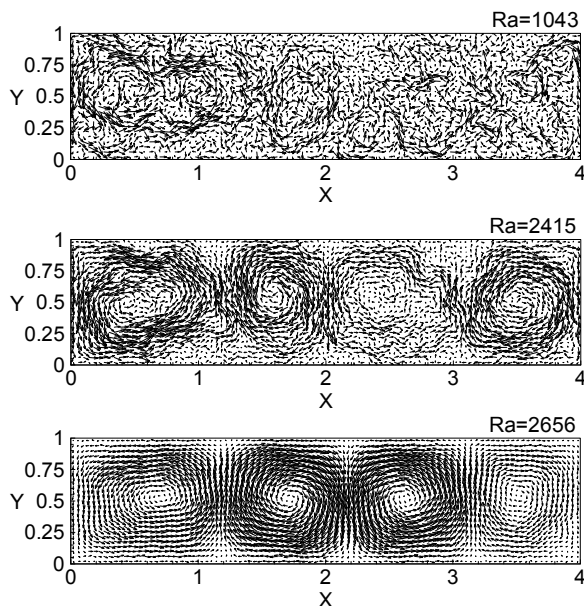


圖9 $As=4$ ，U-U BC 條件下，在 $Kn=0.01$ 於不同 Ra 模擬所得之速度向量圖

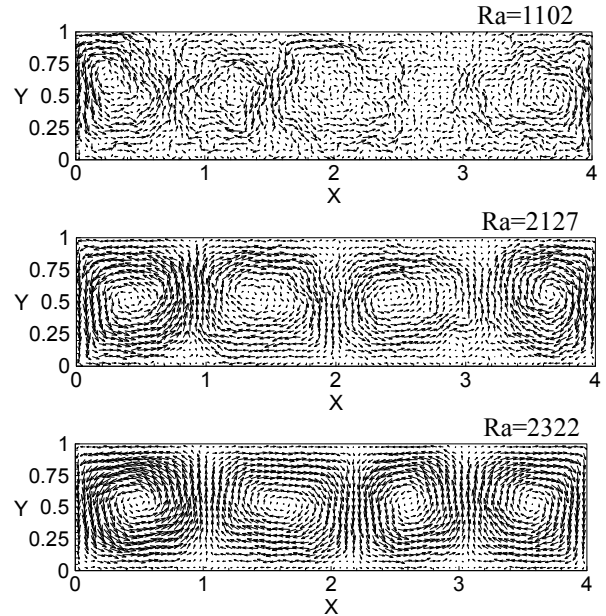


圖10 $As=4$ ，U-U BC 條件下，在 $Kn=0.016$ 於不同 Ra 模擬所得之速度向量圖

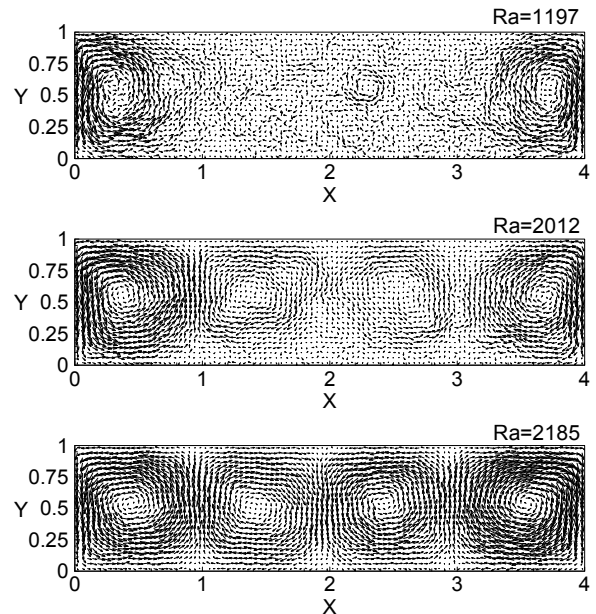


圖11 $As=4$ ，U-U BC 條件下，在 $Kn=0.02$ 於不同 Ra 模擬所得之速度向量圖

界 Ra 值略低，在 $Kn=0.01$ 相差較多，在 $Kn=0.02$ 時，則相差很小，這可能在較低的 Kn 值時，邊界條件設定的誤差效應較大所導致。

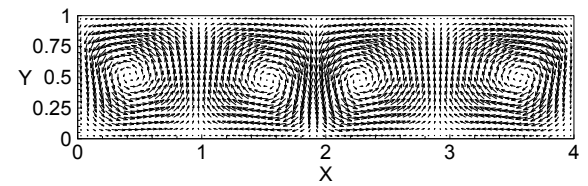
將本研究在 $Kn=0.016$ 的模擬結果與Tzeng et al. [22]在 $Kn=0.016$ ， $As=2.016$ 的模擬結果比較發現，當模擬區寬高比增加時，封閉區內流場完全形成對流狀態之Rayleigh數也會增大，根據由連體模式之線性理論分析兩無限大平行板內的流動所得之不穩定性結果[6]，當 $As=4$ 時，流動穩定

與不穩定性轉換的臨界Rayleigh數約在 $Ra=2800$ 左右，較 $As=2.016$ 之臨界Rayleigh數 $Ra_c=1708$ 為高。由此可知，本模擬結果在定性上的趨勢與理論分析的結果一致，但在流動轉換的Rayleigh數則提前許多，這是因為模擬的Knudsen數為 $Kn=0.016$ ，已有稀薄效應產生，導致流動模態轉換提前發生，另外，封閉區內的流動受到側壁的影響也是原因之一。由上述結果可知，模擬區寬高比 $As=4$ 之臨界Rayleigh數較 $As=2.016$ 的臨界值高，但較理論分析的值為低，這可能是稀薄氣體效應以及側壁邊界條件的影響。

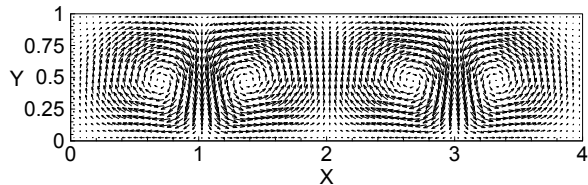
在模擬中，同時也發現，無論採何種邊界條件，其所形成之對流卷大多為 $(-, +, -, +)$ 之四卷結構，但在某些條件下，當側壁邊界條件改變時，則會出現 $(+, -, +, -)$ 之四卷結構，渦卷流動方向不同。如圖12所示，在 $Kn=0.016$ ， $Ra=5200$ 時，不同側壁邊界條件模擬所得之速度向量圖，在S-R BC流動模態為 $(-, +, -, +)$ 之四卷結構，當改變邊界條件為U-U BC時，流動模態則變為 $(+, -, +, -)$ ，兩者流動方向完全相反。圖13則顯示在 $Kn=0.02$ ， $Ra=3418$ ，不同側壁邊界條件模擬所得流動情形，可看到，在S-R BC流動模態為 $(+, -, +, -)$ 之四卷結構，而在U-U BC流動模態則是 $(-, +, -, +)$ ，兩者流動方向也是完全相反。由此可知，在 $As=4$ 的RB對流系統，存在有雙解，不同的條件，可能產生不同的流動模態。一般而言，在連體區中，由於近兩側壁的流體受壁的黏滯效應影響，不易產生向上的流動，離側壁較遠的流體則因壁的影響較小而易產生向上的流動，故以CFD法解N-S方程式獲得的流動模式均為 $(-, +, -, +)$ 之四卷結構。然而，當系統尺度縮小時，氣體相對稀薄，每個分子運動具有相當大的隨機性，而DSMC法是應用機率統計法，將個別分子的性質轉換成流體巨觀性質，由於此種隨機的特性，加上RB對流對於擾動又是非常敏感，因此，使得流動模態有時會出現不同於以往以連體模式獲得的結果，而形成 $(+, -, +, -)$ 之四卷結構，而側壁邊界條件的假設所導致的誤差有可能使流動模式產生變化。

五、結論

由本研究結果可以得知，在較大寬高比的矩形封閉區間， Kn 愈高，對流狀態發生轉換的Rayleigh數也會隨之降低，在定性上的趨勢和連體流區中理論分析的結果相當一致。而 Kn 值愈小，即流動愈接近連體流區，其臨界Rayleigh數愈接近線性理論分析之值。另外，在較低的 Kn 時，

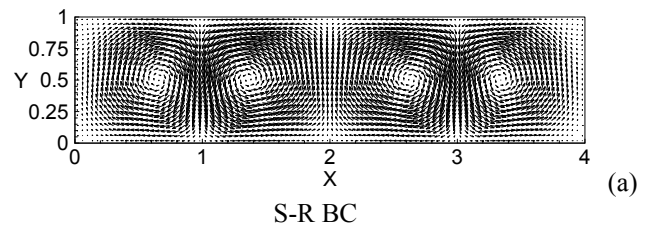


(a) S-R BC

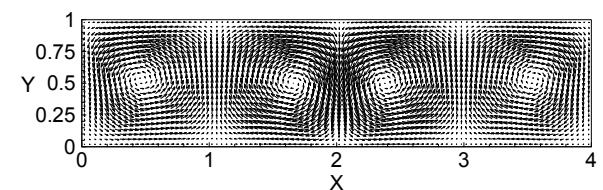


(b) U-U BC

圖 12 $As=4$ ， $Kn=0.016$ ， $Ra=5200$ ，不同側壁邊界條件模擬所得之速度向量圖



S-R BC



(b) U-U BC

圖 13 $As=4$ ， $Kn=0.02$ ， $Ra=3418$ ，不同側壁邊界條件模擬所得之速度向量圖

不穩定性的臨界Rayleigh數會受側壁邊界條件的影響而略有差異，但在較高的 Kn 時，則較不受影響，各邊界條件的結果相近。還有，當對流模態形成後，在不同的模擬條件，可能得到不同的流動方向的對流卷，這表示系統中有雙解的存在，且顯示RB對流是相當敏感的，然而，渦卷數目卻是完全相同，例如，在 $As=4$ 均為四卷結構，不像之前採用鏡反射側壁邊界條件時，會出現三卷或五卷結構的情形[20-21]，這也顯示採用絕熱側壁邊界條件獲得的解相對於鏡反射邊界條件獲得的解更為穩定。

六、致謝

本論文承蒙國科會計畫NSC 94-2212-E-014-008之補助，方得以完成，謹此誌謝。

七、參考文獻

- [1] Gad-el-Hak, M., The MEMS Handbook, CRC Press, USA, 2002.
- [2] Bird, G. A., Molecular Gas Dynamics and Direct Simulation of Gas Flow, Clarendon Press, Oxford, New York, 1994.
- [3] Oran, E. S., Oh, C. K., and Cybyk, B. Z., "Direct Simulation Monte Carlo: Recent Advances and Applications," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 30, pp. 403-441, 1998.
- [4] Bird, G. A., "The Direct Simulation Monte Carlo Method: Current Status and Perspectives," in Microscopic Simulations of Complex Flows, Mareschal, M., Ed., Plenum Press, New York, pp. 1-13, 1990.
- [5] Karniadakis, G. E., and Beskok, A., Micro Flows: Fundamentals and Simulation, Springer-Verlag, New York, pp. 257, 2002.
- [6] Chandrasekhar, S., Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Clarendon Press, Oxford, New York, 1961.
- [7] Yang, K. T., "Transitions and Bifurcations in Laminar Buoyant Flows in Confined Enclosures," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1191-1203, 1988.
- [8] Koschmieder, E., Bénard Cells and Taylor Vortices, Part I, Cambridge Univ. Press, Cambridge, England, UK, 1993.
- [9] Gelting, A. V., Rayleigh-Bénard Convection: Structures and Dynamics, World Scientific, Singapore, 1998.
- [10] Bodenschatz, E., Pesch, W., and Ahlers, G., "Recent Developments in Rayleigh-Bénard Convection," *Annual Review Fluid Mechanics*, Vol. 32, pp. 709-778, 2000.
- [11] Garcia, A. L., "Hydrodynamic Fluctuations and the Direct Simulation Monte Carlo Method," Microscopic Simulations of Complex Flows, Mareschal, M., Ed., Plenum, New York, pp. 141-162, 1990.
- [12] Garcia, A. L., and Penland, C., "Fluctuating Hydrodynamics and Principal Oscillation Pattern Analysis," *Journal of Statistical Physics*, Vol. 64, pp. 1121-1132, 1991.
- [13] Stefanov, S., and Cercignani, C., "Monte Carlo Simulation of Bénard's Instability in a Rarefied Gas," *European Journal of Mechanics*, Vol. 11, pp. 543-553, 1992.
- [14] Watanabe, T., Kaburaki, H., and Yokokawa, M., "Simulation of a Two-Dimensional Rayleigh-Bénard System Using the Direct Simulation Monte Carlo Method," *Physical Review E*, Vol. 49, pp. 4060-4064, 1994.
- [15] Golshtein, E., and Elperin, T., "Convective Instabilities in Rarefied Gases by Direct Simulation Monte Carlo Method," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 10, No. 2, pp. 250-256, 1996.
- [16] Watanabe, T., and Kaburaki, H., "Particle Simulation of Three-dimensional Convection Patterns in a Rayleigh-Bénard System," *Physical Review E*, Vol. 56, No. 1, pp. 1218-1221, 1997.
- [17] Hirano, H., Seo, M., and Ozoe, H., "Two-Dimensional Numerical Computation for Rayleigh-Bénard Convection with Both the Navier-Stokes Equation and the Boltzmann Equation," *Modeling and Simulation in Material Science and Engineering*, Vol. 10, pp. 765-780, 2002.
- [18] Stefanov, S., Roussinov, V., and Cercignani, C., "Rayleigh-Bénard Flow of a Rarefied Gas and Its Attractors. I. Convection Regime," *Physics of Fluids*, Vol. 14, No. 7, pp. 2255-2269, 2002.
- [19] Stefanov, S., Roussinov, V., and Cercignani, C., "Rayleigh-Bénard Flow of a Rarefied Gas and Its Attractors. II. Chaotic and Periodic Convection Regime," *Physics of Fluids*, Vol. 14, No. 7, pp. 2270-2288, 2002.
- [20] Tzeng, P. Y., and Liu, M. H., "Direct Simulation Monte Carlo Modeling on Two-dimensional Rayleigh-Bénard Instabilities of Rarefied Gas," *Numerical Heat Transfer: Part A*, Vol. 47, No. 8, pp. 805-823, 2005.
- [21] Tzeng, P. Y., and Liu, M. H., "Influence of Number of Simulated Particles on DSMC Modeling of Micro-Scale Rayleigh-Bénard Flows," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, No. 14, pp. 2841-2855, 2005.
- [22] Tzeng, P. Y., Liu, M. H., Soong, C. Y., and Yen, T. H., "Adiabatic Boundary Treatment in Monte Carlo Simulation of Micro-scale Rayleigh-Bénard Flow," *The 12th National Computational Fluid Dynamics Conference*, Aug., Kaoshiung, 2005.
- [23] Rapaport, D. C., "Time-dependent Patterns in Atomistically Simulated Convection," *Physical Review A*, Vol. 43, No. 12, pp. 7046-7048, 1991.
- [24] Rapaport, D. C., "Unpredictable Convection in A Small Box: Molecular-dynamics Experiments," *Physical Review A*, Vol. 46, No. 4, pp. 1971-1984, 1992.