

建構改良式基因演算法求解含容量限制之 車輛路徑最佳化問題

王春和¹ 盧久章²

¹國防大學理工學院動力及系統工程學系

²國防大學理工學院國防科學研究所

摘要

本研究針對「具容量限制的車輛路徑問題 (capacitated vehicle routing problem, CVRP)」，同時考量需求點相對於運輸中心為原點之位置的徑向與軸向群聚關係，將最鄰近點 (nearest addition, NA) 法嵌入掃描法 (sweep algorithm, SA) 中，建立一個優良的 GA 初始染色體族群，再導入實驗設計法中的反應曲面法 (response surface methodology, RSM)，經由有系統的實驗規劃與實驗數據解析，適配求解 CVRP 路徑長與交配率及突變率間的反應曲面模式，來決定交配率與突變率的最適組合，從而導入 GA 世代演化繁衍的機制中，搭配精英保留策略讓交配與突變後之最佳染色體，能夠進入下一世代中繼續繁衍產生更好的基因組合，不致在世代演算中流失，建構一個改良式基因演算法，有效逼近 CVRP 的全域最佳解。本研究考量 CVRP 實務應用範圍，以不大於 100 個需求點之國際題庫的 CVRP 模式題目為標竿對象，來驗證所建構演算法的有效性，最後將所建構的演算法導入國軍某地區補給庫之主動運補勤務案例中，最佳化該案例之運補路徑規劃，以提升國軍運補作業的成效。

關鍵詞：具容量限制的車輛途程問題、基因演算法、反應曲面方法、逼近最佳解

Development of an Improved GA to Optimize CVRP Path

Chung-Ho Wang¹ and Jiu-Zhang Lu²

¹*Department of Power Vehicle and Systems Engineering, Chung Cheng Institute of Technology
National Defense University*

²*Graduate School of Defense Science, Chung Cheng Institute of Technology
National Defense University*

ABSTRACT

This study aims at capacitated vehicle routing problem (CVRP) developing an improved GA (IGA) to determine the optimal path. The developed IGA simultaneously consider the axial cluster and radius cluster for locations of demand points relatively with logistic center by embedding the nearest addition methodology into sweep algorithm. Furthermore, a response surface methodology from design of experiments is employed to establish a response surface model of resolved CVRP path distance on crossover and mutation to determine the optimal crossover and mutation probability settings. The determined optimal crossover and mutation probability settings are then substituted into genetic evolution to enhance the GA searching ability. Additionally, an elite conservation strategy is also performed during the GA breeding procedure, reserving superior chromosomes in subsequent evolution process. With practical use, the cases not larger than 100 demand points from international CVRP database demonstrate the effectiveness of the developed IGA. Finally, the developed IGA was employed to resolve a real case regarding the task of local active distribution from army to determine the optimal transportation path.

Keywords : CVRP, GA, response surface methodology, close-to-optimal solution

一、前言

隨著商品導入電子條碼以及近年來無線射頻辨識系統 (radio frequency identification) 技術的發展，實體配銷在物流系統與供應鏈管理中愈來愈重要。再者，目前商業發展的型態為獲得經濟規模並滿足顧客多樣化的需求，實體配銷的據點有愈來愈多的趨勢，使得實體配銷的複雜度隨著需求點的增加而提昇，因此，如何在繁複的物流配銷系統中，有效處理車輛路徑最佳化的問題，來提昇物流配銷的效率、降低物流配銷的成本，就成為企業改善服務品質與提昇市場競爭力的關鍵因素。

求解VRP的最佳化屬於組合最佳化問題，而求解VRP的複雜度屬於NP-Hard (non-deterministic polynomial-time hard)，即此類問題無法建立多項式的數學模式求解，且其計算時間會隨需求點數的增加呈指數成長，求解過程中需消耗大量演算時間，即便使用目前最快速的電腦仍無法在有效的時間內求得確切最佳解。因此許多研究發展啟發式演算法求解VRP近似解，希望在有效的時間內逼近最佳解。以啟發式演算法求解最佳化問題時，可能面臨三項障礙[1]，第一為陷入區域最佳解；第二為產生限制迴圈 (limited cycle)，即在某些解之間反覆搜尋形成迴圈；第三為不管搜尋路徑如何改變，皆無法脫離某特定區域。一個啟發式演算法的求解能力，端視其能否克服上述三項障礙而定，因此，開發及改良演算法在於克服傳統啟發式方法陷入區域最佳解的困境，更希望能夠突破限制迴圈與無法脫離某特定區域的障礙。

近年來許多研究先後發展出不同優點之巨集式啟發式演算法 (meta-heuristic algorithm) 求解VRP，其中GA廣泛地被用來求解此類問題。GA在搜尋的機制中設計了經由複製 (reproduction)、交配 (crossover) 與突變 (mutation) 等演化繁衍過程，同時以機率之方式引導搜尋方向。根據過去研究得知，GA的初始染色體族群 (即起始解族群) 結構顯著地影響其求解能力，即良好的初始染色體族群可以大幅改善GA的求解成效，常用的方法如：掃描法 (sweep algorithm, SA) [2] 考量需求點對於運輸中心為原點的軸向 (axial) 群聚關係，建構初始染色體族群，而最鄰近點法 (nearest addition, NA) [3] 考量每一車次內各需求點對於運輸中心為原點的徑向 (radius) 群聚關係，建構初始染色體族群，以產生良好的起始解群體。此外，GA中

的參數，包括：交配率、突變率與染色體族群大小的設定等，亦為影響GA有效逼近最佳解的關鍵因素，但有關交配率與突變率的最適設定值，依求解案例不同，包括：需求點數量、需求點分布的特性及其群聚狀況與運輸中心在需求點間相對位置等而有差異，因此並未有一致性的結論。本研究針對CVRP同時考量需求點相對於運輸中心為原點之位置的徑向與軸向群聚關係，將NA[3]嵌入SA[2]中，建立一個優良的基因演算法初始染色體族群，再利用實驗設計法中的反應曲面法 (response surface methodology, RSM)，經由有系統的實驗規劃與實驗數據解析，適配求解CVRP路徑長與交配率及突變率間的反應曲面模式，以決定交配率與突變率的最適組合，從而導入GA世代演化繁衍的機制中，搭配精英保留策略讓交配與突變後之最佳染色體，能夠進入下一世代中繼續繁衍產生更好的基因組合，並保留搜尋中最佳染色體不致在世代演算中流失，建構一個改良式基因演算法有效逼近全域最佳解，以提升GA求解CVRP的能力。本研究考量CVRP實務應用規模，以不大於100個需求點之國際題庫 (<http://neo.lcc.uma.es/radi-aeb/WebVRP/>) 的CVRP模式題目為標竿對象，驗證與評估所建構之改良式GA的可行性，最後導入一個國軍某地區補給庫之主動運補勤務案例，說明所建構演算法的實用性與有效性。

二、文獻回顧

基本的VRP在探討車輛裝載容量受限但是車輛數不限情況下，車輛從單一運輸中心出發，對需求量不同的固定需求點作服務，且每個需求點僅被服務一次並滿足其需求，服務完畢後再回到原運輸中心，在此條件下規劃車輛行駛總距離為最短之路徑。常見VRP問題包括「指派問題」、「旅行推銷員問題」與「車輛路徑問題」等，隨著實務需求衍生出許多限制條件不同VRP類型的問題，例如：容量限制車輛路徑問題 (capacitated vehicle routing problem)、時窗限制車輛路徑問題 (vehicle routing problem with time window)、含回程取貨的車輛路徑問題 (VRP with Backhauls)、檢料與投遞的車輛路徑問題 (VRP with pickup and delivery) 等，有關VRP衍生相關問題之數學模式，請參見Toth[4]。由於求解VRP的複雜度屬於NP-Hard，其求解時間會隨需求點數的增加呈指數成長，利用數學規劃方式求解最佳路徑僅能解決較小規模問題，當欲處理的需求

點數增加，以傳統的數學規劃法求解相當耗時，甚至無法計算。1986 年 Glover [5] 提出全域型啟發式解法之概念後，巨集式啟發式演算法搜尋最佳解的研究陸續被發展出來，處理複雜之最佳化問題，例如：基因演算法 (genetic algorithm)、禁忌搜尋法 (tabu search)、類神經網路 (neural network)、模擬退火 (simulated snnealing) 及蟻群演算法 (ant colony algorithm) 等，其中 Baker 等人 [6] 指出 GA 廣泛地被用來求解 VRP 相關的最佳路徑問題。

GA 是演化式演算法中求解複雜最佳化問題廣泛被應用的方法，GA 強調基因型態的轉變，利用遺傳演化之運算方式找尋最佳解，其在搜尋的機制中設計了經由複製、交配與突變等演化及繁衍過程，並以機率方式引導搜尋最佳解的方向。典型的 GA 是以隨機方式給定初始染色體族群，再以機率方式建立隨機搜尋機制並進行世代演化繁衍從而決定最適搜尋方向。Goldberg [7] 依據 GA 運算的定義及規則，將 GA 的特性歸納如下：

1. GA 是由參數編碼而非參數本身進行運算。
2. GA 具有高度的平行搜尋能力，可以避免陷入區域最佳解範圍之內。
3. GA 沒有繁瑣的數學計算式，只有適應函數是其唯一應用的數學。
4. GA 沒有明確的規則引導最佳解的搜尋方向，僅使用機率規則作為導引搜尋的依據。

根據 Baker 等人 [6] 研究得知，GA 初始染色體族群結構會顯著影響此演算法的求解成效，因此許多文獻研究如何建構優良的初始染色體族群，來提昇 GA 求解 VRP 的求解能力。例如：以掃描法 [6] 考量需求點對於運輸中心為原點的軸向 (axial) 群聚關係，最鄰近點法 [3] 考量每一車次內各需求點對於運輸中心為原點的徑向 (radius) 群聚關係，建構初始染色體族群，以產生良好的起始解群體。Schaffer 等人 [8] 指出，交配率最適設定範圍應介於 0.75 至 0.95 間最恰當；Grefenstette [9] 及 Schaffer 等人 [8] 先後提出突變率為 0.005 對求解效果較佳，但確切的交配率及突變率則視問題性質而定；Shieh [10] 考慮車載容量限制下，利用 GA 進行需求點的集群分析 (clustering analysis) 建立 GA 起始解，從而求解 VRP 模式，並指出起始解是求解成效與演算法收斂重要的參數；Prins [11] 利用混合式 GA 求解 VRP，其研究指出典型啟發式演算法 (classical heuristic algorithm) 所求得的解，可以提供巨集式演算法良好的起始解，加快巨集式演算法收斂速

度。Baker 等人 [6] 將 GA 加入鄰近搜尋法 (nearest neighborhood search) 改善 VRP 的求解品質並將結果與禁忌搜尋法及模擬退火法相比較，均有較優的求解結果，同時指出雖然目前已發展出相當多的演算法，但是仍有許多的研究持續致力於開發新的演算法，以尋求最佳解的改進方法，其中 GA 是巨集式演算法中廣泛地被應用於求解 VRP 且成效良好的演算法。

綜合上述文獻得知，GA 初始染色體族群結構及交配率與突變率等參數的設定會影響 GA 求解 VRP 的能力，這些參數的設定則依 VRP 需求點的特性，包括需求點個數、需求點之需求量與運輸中心相對於需求點的位置等而有所不同，以致參數設定的相關研究並未有一致性的結論。因此本研究針對 CVRP 模式利用 GA 逼近最佳解，結合掃描法與最鄰近點法，將最鄰近點法嵌入掃描法中考慮需求點相對於運輸中心位置關係，即以運輸中心為原點，同時考量需求點位置對於原點之徑向與軸向的群聚關係，建立一個優良的初始染色體族群，並導入實驗設計法中的反應曲面法，決定交配率與突變率最適組合，從而建構一個改良式的 GA，以提升 GA 求解 CVRP 的能力。

三、研究範圍

根據 Toth 等人 [4] 論述中提到，雖然典型啟發式演算法所需運算時間較巨集式演算法短，但其求解成效較差，通常介於全域最佳解或目前已知最佳解之 2%~10%。因此，本研究考量巨集式演算法收斂時間與求解成效前提下，期望所建構的演算法能夠迅速收斂且求解的最佳值於目前國際題庫最佳解的 5% 內，另外，由於現行後勤補給之運補作業模式，符合典型 CVRP 模式，且單一補給點所支援的受補點單位不超過 100 個，因此本研究以不大於 100 個需求點之國際題庫的 CVRP 模式題目為標竿對象，來驗證本研究建構演算法的有效性。此外，一個優良的演算法應能廣泛地適用來求解各式型態的 VRP 模式，包括需求點數多寡與其需求量大小，以及需求點的分布狀態 (群聚或隨機分布) 與運輸中心在需求點之間的相對位置等。因此，本研究納入多種不同需求點分布型態的 VRP 模式，來驗證本研究建構之改良式 GA 具有廣泛的適用性，其中需求點分布型態包含運輸中心位於需求點分布範圍內與分布範圍外及需求點呈密集分布或均勻分布等組合，如圖 1 至圖 6 所示，圖中粗點為運輸中心。

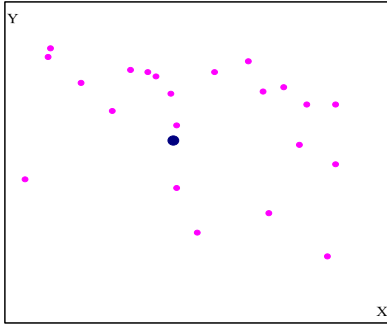


圖 1. 題號 E-n23-k3 點分布圖

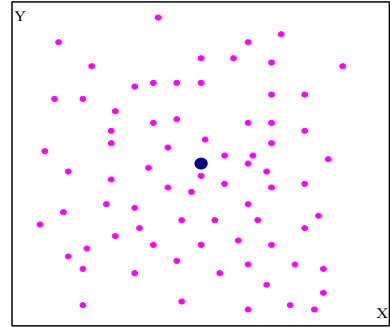


圖 5. 題號 E-n76-k7 點分布圖

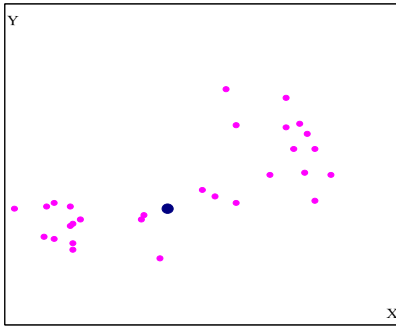


圖 2. 題號 E-n30-k3 點分布圖

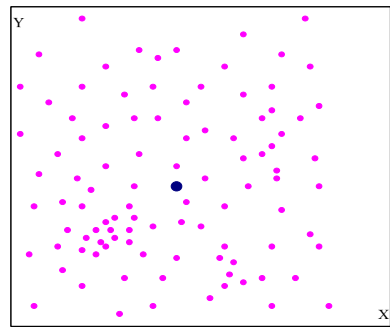


圖 6. 題號 E-n101-k8 點分布圖

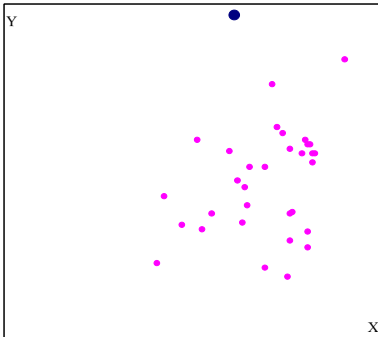


圖 3. 題號 E-n33-k4 點分布圖

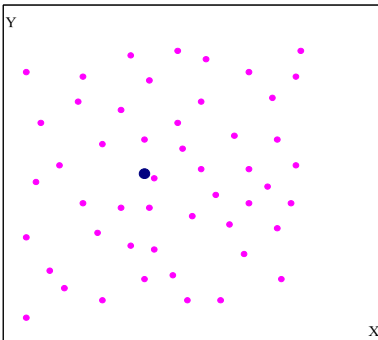


圖 4. 題號 E-n51-k5 點分布圖

CVRP 模式的特性為各需求點固定且需求量已知，車輛裝載容量受限但是車輛數不限之下，車輛從單一運輸中心出發對需求點作服務，且每個需求點僅被服務一次並滿足其需求，服務完畢後再回到原運輸中心，其數學模式如下：

$$\text{Minimize} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{dist}_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n q_i y_{ik} \leq Q, \quad k = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad S \subseteq \{2, \dots, n\} \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^m y_{ik} = \begin{cases} m, & i = 1 \\ 1, & i = 2, \dots, n \end{cases} \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = \sum_{i=1}^n x_{ji} = \begin{cases} m, & j = 1 \\ 1, & j = 2, \dots, n \end{cases} \quad (5)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, n \quad (6)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, n; \quad k = 1, \dots, m \quad (7)$$

其中 dist_{ij} 表示從第 i 需求點至第 j 需求點之距離； x_{ij} 表示從第 i 需求點至第 j 需求點是否指派，是者為 1，不是者為 0； y_{ik} 表示第 i 需求點是否由第 k 車輛負責運送需求量，是者為 1，不是者為 0； q_i 表示第 i 需求點之需求量； $|S|$ 表示

集合 S 內的元素個數； n 為 VRP 中受補點的個數； Q 表示車輛裝載最大容量。

四、研究方法及步驟

本研究所建構之改良式 GA 運算程序共分為三個階段，每一階段共分為多個步驟，現說明如下：

階段一：建構初始染色體族群

由於掃描法 [2] 建立起始染色體族群僅考量需求點對於運輸中心為原點的軸向群聚關係，而以最近點法 [3] 建立起始染色體族群僅考量每一車次內各需求點對於運輸中心為原點的徑向群聚關係，因此，本研究將最近點法 [3] 嵌入掃描法 [2] 中，同時衡量需求點對於運輸中心為原點的軸向與徑向群聚關係，建立一個優良的 GA 初始染色體族群，以產生良好的起始解族群，執行步驟說明如下：

步驟 1：建立需求點的直角座標值

以運輸中心為直角座標軸的原點，計算所有需求點相對於運輸中心的直角座標值 (X_i, Y_i) ，公式如下：

$$\begin{cases} X_i = x_i - x_0 \\ Y_i = y_i - y_0 \end{cases} \quad (8)$$

其中 (x_0, y_0) 為運輸中心座標值； (x_i, y_i) 為需求點原始座標值。

步驟 2：定義各需求點的角度值

將步驟 1 各需求點的直角座標轉為極座標之角度值，得到該需求點的角度值，計算式如下：

$$\theta_i = \begin{cases} \tan^{-1} \frac{Y_i}{X_i}, & X_i > 0, \quad Y_i > 0 \\ \pi + \tan^{-1} \frac{Y_i}{X_i}, & X_i < 0 \\ 2\pi + \tan^{-1} \frac{Y_i}{X_i}, & X_i > 0, \quad Y_i < 0 \end{cases} \quad (9)$$

其中 θ_i 為第 i 需求點的角度值。

步驟 3：依需求點的角度值排序需求點

根據步驟 2 所得之 θ_i 值由小至大排序，如下所示：

$$\theta_j < \theta_{j+1} \quad (10)$$

其中 θ_j 表示排序後第 j 需求點的角度值。接著，以個別需求點為起始點建立染色體之基因序列，若有 n 個需求點即可建立 n 個不同序列的染色體，從而建構 GA 的染色體族群。

步驟 4：決定每一車次所服務的需求點

將步驟 3 建構的每一條染色體在符合車載容量限制下，按照染色體之基因序列進行切割，每一切割點間之基因集合即為個別車次服務的需求點，切割車次的公式如下：

$$\sum_{j=r_{k-1}+1}^{r_k} q_j \leq Q < \sum_{j=r_k+1}^{r_{k+1}} q_j, j=1, \dots, n, k=1, \dots, m, r_0=0 \quad (11)$$

其中 Q 為車載最大容量； q_j 為步驟 3 排序後的第 j 需求點的需求量； k 為車次編號； r_k 為第 k 車服務點中依需求點的角度值排序之最後一個需求點。

步驟 5：以最鄰近點法改善染色體基因序列

針對步驟 4 掃描法所得之每一車次服務的需求點，以最鄰近點法進行路徑規劃，即以運輸中心為出發點，連結該車次中與其最鄰近之需求點，再以該需求點為出發點連結最鄰近且未相連的需求點，連接需求點直至該車次內所有需求點皆被連結並回至運輸中心，即完成該車次的運輸路徑規劃。重複上述最近點法的迭代程序完成 n 條染色體族群中每車次的運輸規劃，即建構完成 GA 的初始染色體族群。

階段二：以實驗設計之反應曲面法決定交配率與突變率之最佳組合

過去文獻大都以試誤法決定 GA 之交配率與突變率值，此法不僅耗時且無法有效地找到一組良好的設定值。本研究利用實驗設計方法中的反應曲面設計，以交配率與突變率為實驗因子，規劃反應曲面設計的實驗並執行 GA 運算的實驗與蒐集實驗數據，建立 CVRP 路徑長與交配率及突變率間的反應曲面模式，從而決定交配率與突變率的最佳設定值，現以下面四個步驟說明如下：

步驟 1：規劃 CVRP 路徑長的反應曲面實驗

以交配率與突變率為二個實驗因子，反應變數值為適應函數值，亦即最佳路徑總長度值，利用面心立方中心混成設計 (faced center cube central composite design, FCCD) 規劃反應曲面實驗，實驗設計內容包括：4 個端點 (factorial point)、4 個面心軸點 (faced axial point) 與 5 個中心點 (center point) 的重複實驗設計，總計 13 個實驗設計點。有關中心混成設計之更詳細內容，請參見 Montgomery [12]。

步驟 2：執行實驗並蒐集實驗數據

根據 FCCD 之實驗配置的設計點，在不同交配率與突變率組合下進行 GA 運算，其中適應函數值即為 CVRP 路徑長。

步驟 3：建立 CVRP 路徑長與 GA 之交配率及突變率間的反應曲面模式

以交配率及突變率為獨立變數，CVRP 路徑長為反應變數，建立 CVRP 路徑長與交配率及突變率間的反應曲面模式，若二次反應曲面模式為適配，其數學式可表示如下：

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \varepsilon \quad (12)$$

其中 y 為 CVRP 路徑長； x_1 與 x_2 分別為交配率與突變率對 CVRP 路徑長的線性效應； $x_1 x_2$ 表示交配率與突變率之間對 CVRP 路徑長的交互作用效應； x_1^2 與 x_2^2 分別為交配率與突變率對於 CVRP 路徑長的二次項效應； β_0 、 β_j 、 β_{ij} 、 β_{jj} 為迴歸模式參數； ε 表示隨機的殘差項。本研究經由適缺度檢定 (lack of fit test) 分析，以決定最適配的反應曲面模式，當模式適缺度檢定下的 p 值 (p -value) 大於顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，判定該模式適配。

步驟 4：決定交配率及突變率的最佳設定值

根據步驟 3 所建立的反應曲面模式，決定最佳交配率與突變率組合，以得到最短 CVRP 路徑長，從而代入 GA 的搜尋機制中有效逼近最佳解。

階段三：改善 GA 初始染色體族群逼近 CVRP 最佳解

根據過去文獻對 GA 運算元的結構分析，得知輪盤篩選法考量所有染色體適應函數，不致忽略目前最佳適應函數之染色體；線性次序交配法運算後的染色體不致變化太大，可有深度的搜尋最佳解；互換突變法對適應函數值的變化效應為最低，染色體相對可有大幅度的突變，因此所建構的演算法採用輪盤篩選法、線性次序交配法與互換突變法的組合執行 GA 運算，來強化 GA 廣度探索與深度搜尋能力，從而決定搜尋方向以逼近 CVRP 的最佳解。此外，本演算法執行精英保留策略讓交配與突變後之最佳染色體，能夠進入下一世代中繼續繁衍產生更好的基因組合，並保留搜尋中最佳染色體不致在世代演算中流失，以獲取 GA 運算的最佳解，此階段之步驟說明如下：

步驟 1：複製與淘汰初始染色體族群

以輪盤選擇法，依據個別染色體之適應函數值，決定哪些染色體要被複製或淘汰，經複製或淘汰後染色體個數不變。

步驟 2：執行染色體交配

根據階段一決定的最佳交配率，採不放回隨機抽樣之方式隨機選取成對染色體後，以線性次序交配法進行交配。

步驟 3：執行染色體突變

根據階段一決定的最佳突變率，隨機選取步驟 2 所得到的染色體族群，以決定欲突變之染色體後，再利用互換突變法進行染色體之基因改變。

步驟 4：執行菁英保留策略

為了讓交配與突變後之最佳染色體，能夠進入下一世代中繼續繁衍產生更好的解，本研究之菁英保留策略區分三部份，首先於步驟 1 執行複製前保留一個演算過程中歷代最佳適應函數值之染色體 (染色體 A)，其次經由步驟 2 執行交配後再保留一個最佳適應函數值之染色體 (染色體 B)，最後以染色體 A 與染色體 B 取代於步驟 3 執行突變後適應函數值最差的兩個染色體，若該代最佳適應函數值優於歷代最佳值之染色體則取代染色體 A，也就是染色體 A 之適應函數值為 GA 世代演化繁衍之最佳值，而染色體 B 則為交配後具最佳適應函數值的染色體。

步驟 5：判斷 GA 之運算停止條件是否成立

本演算法的演算停止條件如下：

1. 演算代數達 100,000 代，即停止運算。
2. 適應函數值在連續 10,000 演算代數內，其值變化不大於 0.01 時，即停止運算。

本研究所建構之改良式 GA 的演算流程，可以圖 7 表示如下。

五、演算法驗證

本研究以國際題庫 (<http://neo.lcc.uma.es/radi-aeb/WebVRP/>) 為標竿，驗證與評估所建構之「改良式基因演算法求解含容量限制之車輛路徑最佳化問題」演算法的可行性，以說明其實用性與有效性。現以國際題庫之案例 (題號：E-n30-k3)，逐步說明演算法的流程與分析結果。

階段一：建構初始染色體族群

利用公式(8)至公式(11)建立染色體基因序列，再將每一條染色體基因序列利用步驟 5 之最鄰近點法進行路徑規劃，以建立初始染色體族群，由於本案例共有 29 個需求點，因此共產生 29 條初始染色體族群，結果如表 1 所示。

階段二：以實驗設計之反應曲面法決定交配率與突變率之最佳設定值

步驟 1：規劃 CVRP 路徑長的反應曲面實驗

以交配率與突變率之設定範圍 0 與 1，分別為實驗因子的高、低水準值，利用實驗設計軟體

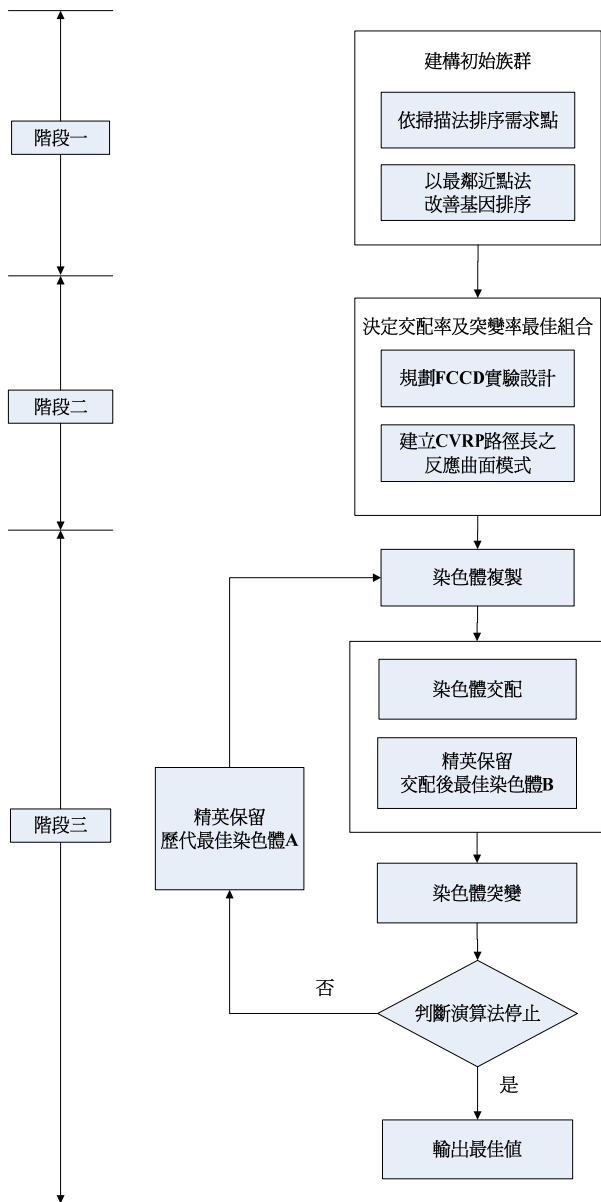


圖 7. 改良式 GA 運算流程圖

「Design Expert」, 規劃 FCCD 反應曲面設計並進行實驗數據解析。此實驗規劃共產生 13 個實驗設計點, 因子水準配置如表 2 所示, 個別因子水準組合下求解 CVRP 路徑長結果, 如表 3 所示。

步驟 2: 建立 CVRP 路徑長與 GA 之交配率及突變率間的反應曲面模式

由適缺度檢定結果得知, 二次模式下適缺度檢定的 p 值(p-value)為 0.3869 大於顯著水準 $\alpha = 0.05$, 因此適配二次反應曲面模式, 如下所示。

$$y = 591.18 - 18.86x_1 - 100.76x_2 - 5.39x_1x_2 + 15.63x_1^2 + 68.46x_2^2$$

此模式下的 $R^2 = 0.9595$, 變異數分析表如表 4 所示。依據變異數分析表得知, 突變率的線性效應與二次效應對 CVRP 路徑長有顯著影響, 但交配率的線性效應、二次效應以及交配率與突變率間之交互作用效應對 CVRP 路徑長影響不顯著。進一步繪製反應曲面圖, 如圖 8 所示, 從反應曲面圖的變化趨勢, 亦可分析此案例中交配率與突變率變動對求解 CVRP 路徑長影響的趨勢。

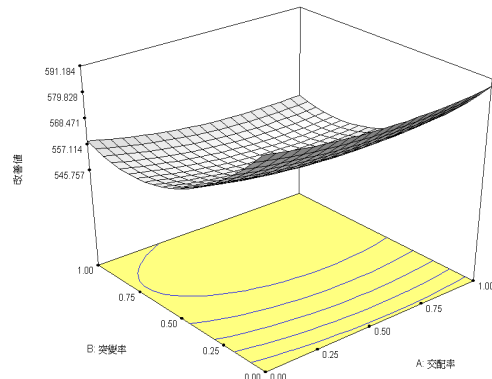


圖 8. 題號 E-n30-k3CVRP 路徑長與 GA 的交配率與突變率間的反應曲面圖

步驟 3: 決定最佳的交配率及突變率的設定值

根據步驟 2 所建立的反應曲面模式, 以數學規劃法求得交配率及突變率最佳組合, 分別為 0.73 及 0.76 並代入 GA 的演化機制中, 有效逼近最佳的 CVRP 路徑長。

階段三: 改善 GA 初始染色體族群逼近 CVRP 最佳解

將階段一建構之初始染色體族群, 配合階段二得到的最適交配率值 0.73 與突變率值 0.76, 搭配菁英策略執行 GA 演算法, 即可求得 CVRP 路徑長。重複此演算實驗 30 次, 共得到 30 筆 CVRP 的最佳逼近值, 整理如表 5 所示。根據表 5 顯示, 該題最佳的 CVRP 路徑長為 508.14 優於目前國際題庫最佳解, 進一步計算 30 筆的 CVRP 路徑長的變異係數 (即標準差除以平均值) 為 0.00%, 表示以所建構的演算法求解此案例的成效良好, 且求解結果穩定性佳。依此演算法求解國際題庫中其它 9 種不同型態的案例, 分別建構 GA 初始染色體族群、決定交配率與突變率的最佳組合, 並代入 GA 的演化機制中, 引導逼近最佳解的搜尋方向, 得到個別 CVRP 路徑長之值, 並將此結果與現行國際題庫的最佳解相比較, 從而計算偏差率, 相關計算結果如表 6 所示, 而個別案例的路徑規劃, 如附錄 1 所示。

表 1. 初始染色體族群

染色體 編號	染色體基因序列																												路徑長	
1	11	12	16	17	14	8	27	29	28	26	30	19	24	22	15	9	10	18	13	21	23	4	5	6	3	2	7	20	25	777.57
2	19	24	22	15	9	10	18	13	12	11	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	29	28	26	30	25	16	17	14	8	625.52
3	19	24	22	15	9	10	18	13	12	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	29	28	26	30	25	11	16	17	14	8	644.47
4	19	24	22	15	9	10	18	13	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	29	28	26	30	25	11	16	17	14	8	12	792.65
5	19	24	22	15	9	10	18	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	29	28	26	30	25	11	16	17	14	8	12	13	795.04
6	19	24	22	15	9	10	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	29	28	26	30	25	11	16	17	14	8	12	13	18	884.92
7	19	24	22	15	9	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	29	28	26	30	25	11	16	17	14	8	12	13	18	10	872.33
8	19	11	12	13	10	18	14	17	16	8	27	29	28	30	24	22	15	9	21	23	4	5	6	3	2	7	20	25	26	908.85
9	19	24	11	12	13	9	15	10	18	14	17	16	8	27	29	28	22	21	23	4	5	6	3	2	7	20	30	26	25	761.16
10	19	24	11	12	13	9	15	10	18	14	17	16	8	27	29	22	21	23	4	5	6	3	2	7	20	30	26	25	28	753.26
11	19	24	11	12	13	9	15	10	18	14	17	16	8	29	22	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	30	26	25	28	804.59
12	19	24	11	12	13	9	15	10	18	14	17	16	8	22	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	29	28	26	30	25	751.28
13	19	24	11	12	13	9	15	10	18	14	16	8	22	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	29	28	26	30	25	17	831.14
14	19	24	22	15	9	10	18	13	12	11	14	8	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	29	28	26	30	25	16	17	611.10
15	19	24	22	15	9	10	18	13	12	11	8	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	29	28	26	30	25	16	17	14	616.75
16	20	21	23	4	5	6	2	25	26	30	7	28	27	19	24	11	12	13	9	15	10	18	14	17	16	8	29	22	3	633.44
17	20	21	4	5	6	2	25	26	30	7	28	27	29	19	24	11	12	13	9	15	10	18	14	17	16	8	22	3	23	560.76
18	20	21	4	5	2	25	26	30	7	28	27	29	17	19	24	11	12	13	9	15	10	18	14	16	8	22	23	3	6	678.06
19	20	21	4	7	2	25	26	30	28	27	29	17	19	24	11	12	13	9	15	10	18	14	16	8	22	23	5	6	3	712.19
20	20	4	7	2	25	26	30	28	27	29	17	19	24	11	12	13	9	15	10	18	14	16	8	22	21	23	5	6	3	718.55
21	20	27	29	28	26	30	25	2	7	16	17	19	24	22	15	9	10	18	13	12	11	14	8	21	23	4	5	6	3	588.27
22	20	27	29	28	26	30	25	7	11	16	17	14	8	19	24	22	15	9	10	18	13	12	21	23	4	5	6	3	2	646.30
23	20	27	29	28	26	30	25	11	16	17	14	8	19	24	22	15	9	10	18	13	12	21	23	4	5	6	3	2	7	704.82
24	20	27	29	28	26	30	11	16	17	14	8	19	24	22	15	9	10	18	13	12	21	23	4	5	6	3	2	7	25	701.74
25	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	29	28	26	30	25	11	16	17	14	8	19	24	22	15	9	10	18	13	12	596.24
26	22	15	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	29	28	26	30	25	11	16	17	14	8	19	24	12	13	9	10	18	871.05
27	22	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	29	28	26	30	25	11	16	17	14	8	19	24	12	13	9	15	10	18	818.43
28	24	22	15	9	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	29	28	26	30	25	11	16	17	14	8	12	13	18	10	19	871.79
29	24	15	22	21	23	4	5	6	3	2	7	20	27	29	28	26	30	25	11	16	17	14	8	19	12	13	9	10	18	915.18

表 2. 因子水準配置表

實驗因子	低水準	高水準
交配率	0	1
突變率	0	1

表 3. 實驗規劃與求解的 CVRP 路徑長

實驗設計點	交配率	突變率	CVRP 路徑長
1	0	0	560.76
2	1	0	588.27
3	0	1	559.19
4	1	1	553.79
5	0	0.5	560.58
6	1	0.5	548.18
7	0.5	0	588.27
8	0.5	1	546.92
9	0.5	0.5	555.06
10	0.5	0.5	546.92
11	0.5	0.5	553.79
12	0.5	0.5	546.92
13	0.5	0.5	553.79

表 4. 變異數分析表

Source Model	Sum of Squares	DF	Mean Square	F Value	P Value
A(交配率)	52.739	1	52.739	2.864	0.1344
B(突變率)	1833.918	1	1833.918	99.608	< 0.0001
A2	42.149	1	42.149	2.289	0.174
B2	809.120	1	809.120	43.947	0.0003
AB	7.272	1	7.272	0.395	0.5497
Residual	128.879	7	18.411		
Lack of Fit	63.895	3	21.298	1.311	0.3869
Pure Error	64.984	4	16.246		
Cor Total	3183.177	12			

表 5. 最佳交配率與突變率組合下 CVRP 路徑長的值

run	交配率	突變率	最佳起始值	CVRP 路徑值	run	交配率	突變率	最佳起始值	CVRP 路徑值
1	0.73	0.76	560.76	508.14	16	0.73	0.76	560.76	508.14
2	0.73	0.76	560.76	508.14	17	0.73	0.76	560.76	508.14
3	0.73	0.76	560.76	508.14	18	0.73	0.76	560.76	508.14
4	0.73	0.76	560.76	508.14	19	0.73	0.76	560.76	508.14
5	0.73	0.76	560.76	508.14	20	0.73	0.76	560.76	508.14
6	0.73	0.76	560.76	508.14	21	0.73	0.76	560.76	508.14
7	0.73	0.76	560.76	508.14	22	0.73	0.76	560.76	508.14
8	0.73	0.76	560.76	508.14	23	0.73	0.76	560.76	508.14
9	0.73	0.76	560.76	508.14	24	0.73	0.76	560.76	508.14
10	0.73	0.76	560.76	508.14	25	0.73	0.76	560.76	508.14
11	0.73	0.76	560.76	508.14	26	0.73	0.76	560.76	508.14
12	0.73	0.76	560.76	508.14	27	0.73	0.76	560.76	508.14
13	0.73	0.76	560.76	508.14	28	0.73	0.76	560.76	508.14
14	0.73	0.76	560.76	508.14	29	0.73	0.76	560.76	508.14
15	0.73	0.76	560.76	508.14	30	0.73	0.76	560.76	508.14

表 6. 本研究最佳化國際題庫的彙整表

題目編號	交配率	突變率	求解路徑長 變異係數	求解路徑長 (A)	目前國際 最佳解 (B)	偏差率
E-n23-k3	1	0.69	0.16%	568.563	568.563	0.00%
E-n30-k3	0.73	0.76	0.00%	508.139	538.958	-5.72%
E-n33-k4	1	0.77	1.43%	846.167	838.721	0.89%
E-n51-k5	0.84	0.76	0.70%	524.611	524.944	-0.06%
E-n76-k7	0.68	0.65	1.21%	702.327	687.603	2.14%
E-n76-k8	0.9	0.72	0.90%	763.35	735	3.86%
E-n76-k10	0.71	0.7	1.20%	868.003	832	4.33%
E-n76-k14	1	0.79	0.78%	1067.265	1032	3.42%
E-n101-k8	0.5	0.68	1.16%	857.57	817	4.97%
E-n101-k14	0.84	0.7	0.75%	1138.288	1077	5.69%

根據表 6 分析本研究所建構演算法的特性並驗證其可行性，說明如下：

1. 經由實驗設計得知 GA 中交配率與突變率的最佳組合，會受到演算法內建的機制以及案例的特性，包括需求點個數、需求點之需求量與運輸中心相對於需求點的位置等而有所不同，經由反應曲面法可以有效地找出個別案例之交配率與突變率的最佳組合。本演算法內建的機制具有高突變率的趨勢，可以提升隨機搜尋的廣度，所分析案例之最佳突變率皆高於 0.65 以上，其中題號 E-n30-k3 與 E-n101-k8 突變率值大於交配率值。
2. 需求點數為 29 點之題號 E-n30-k3 與需求點為 50 點之題號 E-n51-k5，以本演算法求解所得之結果均優於目前國際最佳解。
3. 雖然題號 E-n33-k4 之需求點數少於題號 E-n51-k5，但其運輸中心位於需求點分布之外，此分布狀態的求解困難度較高不易逼近全域最佳解，而本演算法求解該案例的結果僅大於目前國際題庫最佳解的 0.89%，顯示本演算法的求解成效良好。

4. 相同需求點數、位置分布及需求量之下，需求點數為 100 點題號 E-n101-k14 的車載最大容量小於需求點數亦為 100 點題號 E-n101-k8，使得可行解增加，相對增加求解困難度，因此題號 E-n101-k14 的求解結果不如題號 E-n101-k8。

根據上述的分析得知，本研究所建構的「改良式基因演算法求解含容量限制之車輛路徑最佳化問題」的演算法，適用於求解實際案例中，包含 100 個需求點以內之 CVRP 模式最佳化問題。

六、國軍實際案例的應用

本研究將所建構的演算法導入「國軍某地區補給庫之主動運補勤務案例」，求解該案例之最佳化運輸路徑規劃。此案例現行作業是以人工規劃方式排定運補路徑，運補車輛為單一型式之 10.5 噸卡車，其裝載最大容量為 5,000 單位，支援區域內規劃之 22 條運補路線，其路徑涵蓋 70 個受補點位置，各受補點位置座標與需求量如附

錄 2 所示，現行各車之路徑規劃與運補路徑分別如表 7 與圖 9 所示，其中行駛距離為點對點間的實際運補距離。根據表 7 可知，該案例之主動運補共需 24 車次，其中第四條路線共需 3 車次。在車輛裝載率方面，僅第 1、4、8、15 及 19 等五條路徑裝載率達 50% 以上，而第 5、7、14、16 及 17 等路徑之裝載率低於 10% 偏低，總平均裝載率僅達 34.26%，顯示各車裝載率明顯偏低，

行總行駛距離為 1,450.5 公里。由圖 9 顯示，該案例之補給點位於需求點分布之外，且有 4 個受補點位置明顯離補給點甚遠。綜合分析得知，現行人工規劃作業造成裝載率偏低，使得所需派遣的車輛數增加，且各車次執行任務之負荷不均，導致現有資源無法充分運用，無形中造成人力與物力等資源浪費。

表 7. 國軍案例之現行 22 條運補路線、各車裝載率與行駛距離

路線	路徑	裝載率	行駛距離	路線	路徑	裝載率	行駛距離
1	1→4→64→63→1	79.14%	35.2	11	1→39→58→59→61→11→68→1	14.84%	42.2
2	1→47→48→42→49→46→1	15.52%	43.6	12	1→67→66→1	17.58%	127.3
3	1→6→65→5→41→1	26.58%	50.1	13	1→60→51→44→1	44.74%	134.0
4	1→38→36→1	95.22%	58.6	14	1→43→1	3.62%	148.2
	1→37→62→1	75.70%	28.2	15	1→40→10→12→13→1	50.68%	34.6
	1→35→24→34→1	84.70%	80.1	16	1→45→1	6.02%	46.2
5	1→50→1	5.78%	76.2	17	1→7→1	2.50%	39.6
6	1→55→54→53→57→1	16.62%	77.1	18	1→9→8→31→1	32.66%	43.4
7	1→25→1	3.04%	44.6	19	1→14→1	54.66%	53.0
8	1→20→71→56→69→21→19→18→52→22→1	70.86%	83.3	20	1→15→16→1	16.14%	49.3
9	1→26→27→30→29→28→1	38.82%	22.4	21	1→23→2→3→1	19.32%	43.9
10	1→33→32→70→1	37.38%	18.1	22	1→17→1	10.14%	33.6

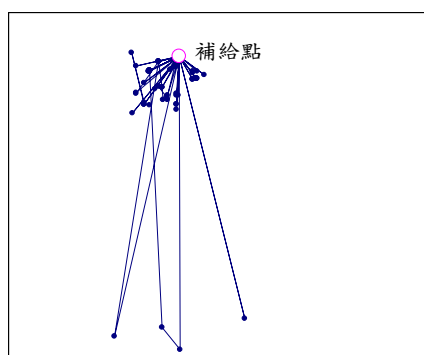


圖 9. 國軍案例的運補路線示意圖

本研究將所建構的演算法，導入該國軍案例中規劃運補路徑，各階段執行結果說明如下。

階段一：建構初始染色體族群

由於本案例共有 70 個受補點，因此共產生 70 條初始染色體族群。

階段二：以實驗設計之反應曲面法決定交配率與突變率之最佳設定值

適配 CVRP 路徑長與交配率及突變率間的二次反應曲面模式如下：

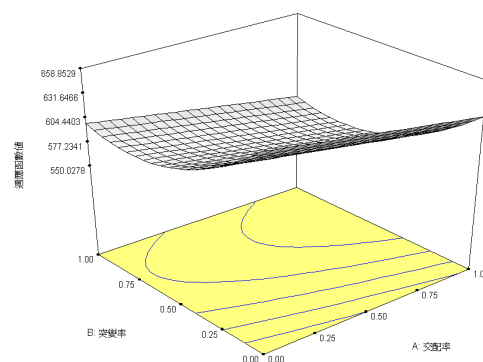


圖 10. 國軍案例 CVRP 路徑長與 GA 之交配率及突變率間的反應曲面圖

$$y = 832.43 - 83.88x_1 - 305.42x_2 - 15.50x_1x_2 + 55.00x_1^2 + 178.20x_2^2$$

其中 y 為 CVRP 路徑長； x_1 為交配率； x_2 為突變率；此模式下的 $R^2 = 0.9449$ ；反應曲面圖如圖 10 所示。此模式下得到交配率及突變率最佳組合為 0.89 與 0.9。

表 8. 最佳運補路徑規劃

車次	路徑	裝載率	行駛距離
1	1→64→63→10→12→13→17→58→59→40→39→61→68→60→11→1	97.04%	35.1
2	1→70→33→32→53→30→66→29→26→28→27→45→62→1	95.22%	60.3
3	1→31→42→65→48→49→47→46→6→41→5→9→8→1	74.76%	54.3
4	1→69→57→22→23→2→3→51→67→44→43→7→1	97.54%	239.3
5	1→25→54→55→34→38→37→1	97.66%	66.8
6	1→14→15→16→19→18→20→1	97.26%	55.6
7	1→35→50→24→21→71→1	98.30%	79.5
8	1→56→52→36→1	96.52%	59.4
9	1→4→1	67.96%	2.6

表 9. 運補成效分析表

	現行作業方式	本研究	改善率
車次	24	9	-62.50%
平均裝載率	34.26%	91.36%	57.10%
裝載率變異數	0.2889	0.1150	-0.1739
總行駛距離(km)	1450.5	652.9	-54.99%

階段三：改善 GA 初始染色體族群逼近 CVRP 最佳解

經由本演算法獲得最佳運補路徑規劃及求解成效分別如表 8 與表 9 所示。根據表 9 結果得知，本演算法將現行人工規劃之 24 條路徑簡化為 9 條路徑；車輛平均裝載率從 34.26% 增加到 91.36%，增加達 57.1%；總行駛距離從 1,450.5 公里縮減為 652.9 公里，減少幅度達 54.99%。綜合此分析結果顯示，本演算法不但能大幅降低車輛與駕駛人力派遣，同時提升車輛裝載率，總行駛距離也大幅縮減，可有效提升現行人工規劃之運補效能。

七、結論

近年來許多研究先後發展出不同優點之演算法求解 VRP，其中 GA 在搜尋的機制中經由複製、交配與突變等演化繁衍過程，並以機率方式引導搜尋最佳解的方向，被廣泛地用來求解複雜之 VRP 最佳化問題。根據以往研究顯示，GA 的初始染色體族群結構以及交配率與突變率的組

合會顯著影響 GA 的求解品質。本研究將最鄰近點法嵌入掃描法中，建立一個優良的 GA 初始染色體族群，以產生良好的起始解群體，再利用 FCCD 規劃反應曲面實驗，建立 CVRP 路徑長與交配率及突變率間的反應曲面模式，有效率地決定交配率與突變率的最佳組合，從而建構一個求解成效良好且穩定性佳的改良式 GA 演算法，並經由國際題庫驗證有效性，最後導入一個國軍主動運補案例，提升其運補成效。現將本研究結果歸納如下：

1. 所建構的改良式 GA 演算法，同時衡量需求點對於運輸中心為原點的軸向與徑向群聚關係，建立優良的 GA 初始染色體族群，可提升 GA 的求解能力。
2. 由於 GA 的交配率與突變率之最佳組合依問題特性而有差異，本研究以實驗設計之反應曲面法，可以有效獲得交配率與突變率之最佳組合。
3. 應用精英保留策略讓交配與突變後之最佳染色體，能夠進入下一世代中繼續繁衍產生更好的染色體，並保留搜尋中最佳染色體不致在世代演算中流失，能迅速逼近全域最佳解。
4. 不同案例下即使需求點個數相同，若運輸中心位置於需求點分布之外，以及需求點分布呈群聚狀態，皆會大幅提升 CVRP 之複雜度與求解最佳解的困難度。
5. 經由國際題庫驗證，所建構演算法適用於求解實際案例中，包含 100 個需求點以內之 CVRP 模式最佳化問題。
6. 本演算法導入「國軍實體運補案例」中，來規劃最佳的運補路徑，其平均裝載率提升 57.1%，總行駛距離縮短 54.99%，確實可幫助國軍改善運輸成效，從而提升運補能量。

參考文獻

- [1] Battiti, R., and Tecchiolli, G., "The Reactive Tabu Search," ORSA Journal on Computing, Vol. 6, pp. 126-140, 1994.
- [2] Gillett, B. E., and Miller, L. R., "A Heuristic Algorithm for the Vehicle-Dispatch Problem," Operations Research, Vol. 22, pp. 340-349, 1974.
- [3] Bentley, J. J., "Fast Algorithms for Geometric Traveling Salesman Problem," ORSA Journal on Computing, Vol. 4, pp. 387-411, 1992.
- [4] Toth, P., and Vigo, D., The Vehicle Routing Problem, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2002.
- [5] Glover, F., "Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence," Computers and Operations Research, Vol. 13, pp. 533-549, 1986.
- [6] Baker, B. M., and Ayeche, M. A., "A Genetic Algorithm for the Vehicle Routing Problem," Computers & Operations Research, Vol. 30, pp. 787-800, 2003.
- [7] Goldberg, D. E., Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison-Wesley, MA, 1989.
- [8] Schaffer, J. D., Caruana, R. A., Eshelman, L. J., and Das, R., "A Study of Control Parameters Affecting Online Performance of Genetic Algorithms for Function Optimization," Proceedings of the third international conference on Genetic algorithms, pp. 51-60, 1989.
- [9] Grefenstette, J., "Optimization of Control Parameters for Genetic Algorithms," IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics, Vol. 16, pp. 122-128, 1986.
- [10] Shieh, H. M., and May, M. D., "Solving the Capacitated Clustering Problem with Genetic Algorithms," Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers, Vol. 18, pp. 1-12, 2001.
- [11] Prins, C., "A Simple and Effective Evolutionary Algorithm for the Vehicle Routing Problem," Computer and Operations Research, Vol. 31, pp. 1985-2002, 2004.
- [12] Montgomery, D. C., Design and Analysis of Experiments, 6th Edition: John Wiley & Sons, NY, 2005.

附錄 1. 本演算法求解國際題庫之最佳路徑規劃

題號	E-n23-k3															
車次	路徑															
1	1	19	20	21	23	18	15	16	17	4	3	2	7	12	13	1
2	1	8	10	9	6	5	22	1								
3	1	11	14	1												

題號	E-n30-k3															
車次	路徑															
1	1	21	4	5	6	2	7	25	26	30	28	29	27	20	1	
2	1	19	24	11	12	13	9	15	10	18	8	14	17	16	1	
3	1	3	23	1												
4	1	22	1													

題號	E-n33-k4															
車次	路徑															
1	1	4	3	13	33	11	10	9	8	7	6	5	1			
2	1	15	18	26	25	24	23	21	22	20	19	1				
3	1	30	29	17	28	27	16	1								
4	1	31	32	2	14	12	1									

題號	E-n51-k5															
車次	路徑															
1	1	47	6	50	11	40	34	46	16	45	38	13	1			
2	1	9	27	32	29	4	37	36	21	23	2	33	1			
3	1	12	3	30	22	17	51	35	31	10	39	1				
4	1	19	14	42	41	20	43	18	5	48	1					
5	1	28	49	24	8	44	25	26	15	7	1					

題號	E-n76-k7															
車次	路徑															
1	1	31	75	22	48	37	38	21	71	61	72	70	62	29	69	1
2	1	18	52	17	64	24	57	50	25	19	51	33	45	4	1	
3	1	7	34	74	2	44	42	43	65	23	63	3	76	1		
4	1	68	47	9	20	55	14	58	16	6	49	30	46	1		
5	1	27	13	73	59	11	32	56	26	10	40	41	1			
6	1	8	36	54	15	60	12	67	66	39	1					
7	1	5	28	53	35	1										

題號	E-n76-k8														
車次	路徑														
1	1	46	30	6	38	21	71	61	72	70	37	48	49	1	
2	1	7	52	17	64	24	57	50	25	19	45	4	1		
3	1	47	9	20	55	14	58	16	28	53	35	1			
4	1	34	74	2	44	42	43	65	23	63	69	1			
5	1	13	73	32	67	66	39	11	59	27	1				
6	1	18	41	33	51	56	26	10	40	1					
7	1	76	3	29	62	22	75	31	5	1					
8	1	68	36	15	60	12	54	8	1						

題號	E-n76-k10												
車次	路徑												
1	1	28	58	16	38	21	71	61	72	6	30	1	
2	1	52	17	64	24	57	50	25	45	4	1		
3	1	31	75	22	70	37	48	49	46	1			
4	1	7	34	44	42	43	2	74	76	1			
5	1	69	3	29	62	65	23	63	1				
6	1	18	33	51	19	56	26	41	1				
7	1	59	11	32	10	40	73	13	1				
8	1	47	9	20	55	14	53	5	1				
9	1	8	12	67	66	39	27	1					
10	1	35	36	15	60	54	68	1					

題號	E-n76-k14									
車次	路徑									
1	1	37	70	72	61	71	21	38	1	
2	1	7	34	74	2	23	63	1		
3	1	44	42	43	65	62	75	1		
4	1	46	30	6	16	58	28	1		
5	1	17	50	25	57	24	64	1		
6	1	59	73	32	11	39	1			
7	1	14	55	20	9	47	1			
8	1	10	26	56	19	51	1			
9	1	40	33	45	4	52	1			
10	1	5	53	35	68	1				
11	1	8	12	67	66	1				
12	1	49	48	22	29	1				
13	1	54	60	15	36	1				
14	1	27	13	41	18	1				
15	1	76	31	3	69	1				

題號	E-n101-k8															
車次	路徑															
1	1	28	70	2	71	31	21	67	33	91	64	11	63	89	32	1
2	1	19	84	9	47	48	37	50	65	12	20	49	83	8	53	1
3	1	7	97	100	62	17	45	39	87	18	46	85	6	61	90	1
4	1	41	22	73	57	68	24	76	42	23	75	74	59	54	1	
5	1	29	13	81	69	4	30	25	55	56	26	40	5	27	1	
6	1	77	78	80	79	35	36	66	72	10	52	82	34	51	1	
7	1	95	96	98	93	99	38	101	92	86	94	60	1			
8	1	14	88	3	58	16	44	15	43	1						

題號	E-n101-k14												
車次	路徑												
1	1	96	93	38	101	15	39	45	92	99	1		
2	1	14	98	88	43	44	16	58	3	54	1		
3	1	89	63	12	65	50	20	8	53	1			
4	1	51	77	78	4	30	25	81	69	1			
5	1	28	70	71	33	91	64	11	32	1			
6	1	41	22	74	73	75	23	42	59	1			
7	1	31	21	67	66	72	52	2	1				
8	1	29	13	55	56	26	40	27	1				
9	1	83	49	48	37	47	9	19	1				
10	1	34	82	80	79	35	36	10	1				
11	1	90	61	84	46	18	85	6	1				
12	1	86	17	87	62	7	1						
13	1	95	60	94	100	97	1						
14	1	76	57	24	68	5	1						

附錄 2. 國軍案例之各受補點位置坐標與需求量

受補點 編號	X 座標值	Y 座標值	需求量	受補點 編號	X 座標值	Y 座標值	需求量	受補點 編號	X 座標值	Y 座標值	需求量
1	0.00	0.00	0	25	-80.26	-61.87	152	49	42.16	-52.41	117
2	-5.02	-91.28	269	26	-47.75	-12.80	284	50	-108.61	-131.78	289
3	-0.92	-91.18	290	27	-47.80	-12.96	196	51	-39.25	-623.61	174
4	-0.70	-0.49	3398	28	-47.81	-13.08	338	52	-47.55	-70.30	9
5	32.97	-53.73	418	29	-47.84	-13.21	738	53	-47.78	-12.51	366
6	33.00	-53.40	583	30	-47.86	-13.32	385	54	-99.51	-85.35	150
7	60.79	-44.18	125	31	42.95	-35.28	835	55	-99.57	-85.10	226
8	31.93	-35.98	394	32	-19.40	-30.21	1218	56	-39.19	-71.40	513
9	31.92	-40.08	404	33	-6.18	-24.83	209	57	-39.12	-71.34	89
10	-69.61	-35.67	562	34	-80.94	-111.22	334	58	-68.84	-32.70	81
11	-69.63	-35.83	146	35	-80.35	-110.45	2828	59	-68.84	-32.60	145
12	-69.63	-35.99	468	36	-80.45	-110.16	4304	60	-68.82	-32.54	510
13	-69.62	-35.98	851	37	-80.82	-105.85	3564	61	-68.82	-32.43	150
14	-6.13	-123.01	2733	38	-80.72	-110.28	457	62	-110.53	8.18	221
15	-5.70	-111.27	443	39	-69.09	-32.66	83	63	-69.73	-35.68	137
16	-5.79	-111.38	364	40	-68.94	-32.67	653	64	-69.75	-35.79	422
17	-68.47	-33.85	507	41	33.06	-53.56	143	65	42.30	-52.30	185
18	-28.92	-93.67	705	42	42.27	-52.16	343	66	-47.75	-12.67	63
19	-26.34	-100.93	95	43	154.49	-604.19	181	67	-149.87	-644.14	816
20	-26.73	-90.64	523	44	2.81	-674.84	1553	68	-68.77	-32.71	137
21	-37.01	-101.04	179	45	-99.78	-22.26	301	69	-39.21	-71.47	548
22	-55.22	-75.87	425	46	42.19	-52.18	85	70	-9.78	-21.99	442
23	-6.12	-85.62	407	47	42.17	-52.26	110	71	-9.79	-22.07	546
24	-69.41	-113.60	1073	48	42.17	-52.32	121				