

低空無人機航跡濾波與預報研究

趙嘉琦¹ 洪兆宇² 方友霖³

¹陸軍軍官學校機械系

²空軍軍官學校航空太空學系

³國防大學理工學院機械及航空工程學系

摘要

結合低空無人機在巡航或攻擊地面目標的特性，發展出無人機航跡模型為均方根平穩隨機模型。根據音源紅外線混合探測方式，推出了測量模型。對無人機航跡進行卡爾曼濾波與預報，最後對航跡進行仿真研究。

關鍵詞：卡爾曼濾波，航跡模式，低空無人機

一、前言

俄烏戰爭爆發至今已逾三年，初由俄軍閃擊入侵拉開序幕，隨著歐美大力援助烏軍，雙方形成拉鋸戰，終至今日陣地戰之局面。兩軍陣地間佈滿雷區、阻絕、壕溝，戰爭型態產生了巨大變化，形成對耗之勢。雖是古老傳統陸上陣地戰之重新出場，但由於無人機之大量投入實戰，且顯示出極大的作戰能力，戰爭局面隨之改變。在俄烏戰場中最常被雙方使用之無人機，按美軍分類標準，屬第一、二類無人機，亦微、小型無人機，本文概以低空無人機稱之。

低空無人機的特性為成本低廉，容易獲得，體積小，機體結構由木材、塑膠、碳纖複合材料等製成，其雷達截面積(RCS)為 0.5m^2 以下，雷達偵蒐不易；再加上機群以低速、低空飛行，躲避野戰防空預警雷達，因此易造成奇襲效果。飛行動力來自電能或低燃料引擎，甚至無法被紅外線飛彈鎖定。飛行噪音 $65\sim 85\text{dB}$ 且高頻，人耳不易早期發覺。

低空無人機在戰場突出的優點，計操

控靈活簡單，飛手可隱藏於陣地後、樹林內、小徑上、殘壁間、壕溝內操作，因其視野廣闊，能最大限度利用地形地貌進行貼地隱蔽飛行，突防能力強，飛行速度變化大，沒有固定航路且轉彎半徑小，機動靈活，起降場地要求甚低，不受地形限制，戰場適應能力強；其集火力和機動力於一身，將電視導引(Television guidance)聯合攻擊彈藥的準確性和無人飛行載具的機動性結合在一起，充分發揮了彈-機各自的特點。各國都十分重視無人機反制系統的發展，而且進程十分迅速及保密。

實戰證明，現今防空武器系統，如飛彈、防砲、旋翼機、定翼機在對付低空無人機攻擊方面，已顯得無能為力；最先進的各國陸戰王牌坦克，紛紛加裝烏籠式防護罩，否則只能坐以待斃。面對此嚴峻挑戰，吾人應開始探索研究適合臺澎防衛作戰的反制系統。在目前的技術條件下，反制常用的方式為建立多層火力防護網，軟硬殺兼施。尤其硬殺極為重要，不容漠視，面對低空無人機威脅，更應有「以硬克硬」的堅決措施，畢竟攻擊是最好的防禦，徹

底將其擊落，迫使其戰損提高，當頭棒喝，立竿見影，士氣倍增，才是應對之道。

在硬殺中，首先要能及時發現，並進行跟蹤，繼而產生預報，提供設置伏擊區（霰彈狙擊網）運用。由於現行單一探測技術均無法及時發現目標，應改採複合偵測手段。幾經檢討，採用聲源+紅外線等複合探測手段比較合適，經過目標識別，捕捉目標，通過預估航跡，進行跟蹤，廣播預報，直到摧毀。通過聲源+紅外線等複合探測手段，實時探測目標徑向距離 $r(t)$ 、迴旋角 $\beta(t)$ 、伏仰角 $\alpha(t)$ ，通過這些資訊可正確地對目標航跡進行預報。

本文結合反制低空無人機的特點。給出航跡模型、濾波與估測算法，經過模擬研究，結果令人滿意。

二、低空無人機航跡模型

本文目標主要用來配合攻擊進入前言所述偵察系統量測區域之低空無人機，其正在巡航或搜索地面目標。由於攻擊武器偏向前瞻選擇具有鋼霰彈發射功能之快砲或機槍，其模型目標匹配實時探測目標徑向距離 $r(t)$ 、迴旋角 $\beta(t)$ 、伏仰角 $\alpha(t)$ ，應由砲令射控考量為基礎[1、2]。

無人機在這種工作狀態下可以認為是一種直線運動，觀察無人機飛行中受到平穩隨機波動性的影響，故本文航跡模型採用均方根平穩隨機誤差模型[3-5]。

離散化的狀態方程式可描述如下：

$$X(k+1) = \Phi(k+1, k)X(k) + G(k)W(k) \quad (1)$$

$$Y(k) = C(k)X(k) + v(k) \quad (2)$$

$$X(k) = [X_x(k) \quad X_y(k) \quad X_z(k)]^T \quad (3)$$

$$X_x(k) = [\bar{x}(k) \quad \tilde{x}(k) \quad x_\eta(k)]^T$$

$$X_y(k) = [\bar{y}(k) \quad \tilde{y}(k) \quad y_\eta(k)]^T$$

$$X_z(k) = [\bar{z}(k) \quad \tilde{z}(k) \quad z_\eta(k)]^T$$

$\bar{x}(k)$ 為量測前最佳狀態估測， $\hat{x}(k)$ 為量測後最佳狀態估測，量測估測誤差 $\tilde{x}(k) = \hat{x}(k) - x(k)$ 。

$$G(k) = \begin{bmatrix} G_x(k) & 0 & 0 \\ 0 & G_y(k) & 0 \\ 0 & 0 & G_z(k) \end{bmatrix}$$

$$G_x(k) = G_y(k) = G_z(k)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sqrt{\frac{2\sigma^2}{a}}(1 - e^{-aT}) \end{bmatrix}$$

$$\Phi(k+1, k)$$

$$= \begin{bmatrix} \Phi_x(k+1, k) & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_y(k+1, k) & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_z(k+1, k) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Phi_x(k+1, k) &= \Phi_y(k+1, k) \\ &= \Phi_z(k+1, k) \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-aT} \end{bmatrix}$$

$$Y(k) = [x(k) \quad y(k) \quad z(k)]^T$$

$$C(k) = \begin{bmatrix} C_x(k) & 0 & 0 \\ 0 & C_y(k) & 0 \\ 0 & 0 & C_z(k) \end{bmatrix}$$

$$C_x(k) = C_y(k) = C_z(k) = [1 \quad 0 \quad 1]$$

T 為取樣週期。

$\{\eta(t), t \in (-\infty, \infty)\}$ 是廣義穩態的隨機過程，可用一階成型濾波器描述（以 x 軸方向為例），其方程式為：

$$\dot{x}(t) = -ax_\eta(t) + \sqrt{2a\sigma^2}\omega(t) \quad (4)$$

$$\eta(t) = x_\eta(t) \quad (5)$$

式中 $a > 0$ 屬於漸進穩定，令 $\dot{P}_{x_\eta}(\infty) = 0$ ，可得 $P_{x_\eta}(\infty) = \sigma^2$ ，則

$$\text{COV}[\eta(t), \eta(t - \tau)] = R_\eta(\tau) = \sigma^2 e^{-a|\tau|}$$

$\omega(t)$ 均值為 0 時單位能階的自身雜訊。

由於存在量測誤差及雜訊，實際上目標極座標值僅能適用於實測值

$$\begin{cases} r_y(t) = r(t) + \tilde{r}(t) \\ \beta_y(t) = \beta(t) + \tilde{\beta}(t) \\ \alpha_y(t) = \alpha(t) + \tilde{\alpha}(t) \end{cases} \quad (7)$$

三、量測模型

本文目標獲得系統採用極座標，而航跡模型採用直角座標，故須目標極座標資料變換為直角座標資料。

將此實測值代入並變換為直角座標，得 $x(t)$ 、 $y(t)$ 、 $z(t)$ 的計算值：

$$\begin{cases} x(t) = r(t)\cos\beta(t)\sin\alpha(t) \\ y(t) = r(t)\sin\beta(t)\sin\alpha(t) \\ z(t) = r(t)\cos\alpha(t) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} x_y(t) = x(t) + \tilde{x}(t) = [r(t) + \tilde{r}(t)] \cos[\beta(t) + \tilde{\beta}(t)] \sin[\alpha(t) + \tilde{\alpha}(t)] \\ y_y(t) = y(t) + \tilde{y}(t) = [r(t) + \tilde{r}(t)] \sin[\beta(t) + \tilde{\beta}(t)] \sin[\alpha(t) + \tilde{\alpha}(t)] \\ z_y(t) = z(t) + \tilde{z}(t) = [r(t) + \tilde{r}(t)] \cos[\alpha(t) + \tilde{\alpha}(t)] \end{cases} \quad (8)$$

將上式右半部在 $(r(t), \beta(t), \alpha(t))$ 處以泰勒 (Taylor) 級數展開，並省略二階與二階以上之各項，可得：

$$\begin{cases} \tilde{x}(t) = \tilde{r}(t)\cos\beta(t)\cos\alpha(t) - \tilde{\beta}(t)r(t)\sin\beta(t)\cos\alpha(t) - \tilde{\alpha}(t)r(t)\cos\beta(t)\sin\alpha(t) \\ \tilde{y}(t) = \tilde{r}(t)\sin\beta(t)\cos\alpha(t) - \tilde{\beta}(t)r(t)\cos\beta(t)\cos\alpha(t) - \tilde{\alpha}(t)r(t)\sin\alpha(t)\sin\beta(t) \\ \tilde{z}(t) = \tilde{r}(t)\cos\alpha(t) - \tilde{\alpha}(t)r(t)\cos\beta(t)\sin\alpha(t) \end{cases} \quad (9)$$

量測方程式可整理得：

$$\begin{aligned} Y_y(k) = \begin{bmatrix} x_y(k) \\ y_y(k) \\ z_y(k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \\ z(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) \\ \tilde{y}(k) \\ \tilde{z}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) + x_\eta(k) \\ \tilde{y}(k) + y_\eta(k) \\ \tilde{z}(k) + z_\eta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) \\ \tilde{y}(k) \\ \tilde{z}(k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} H_x(k) & 0 & 0 \\ 0 & H_y(k) & 0 \\ 0 & 0 & H_z(k) \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) \\ \tilde{y}(k) \\ \tilde{z}(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

式中 $H_x(k) = H_y(k) = H_z(k) = [1 \ 0 \ 1]$ ，量測誤差 $V = [\tilde{x}(k) \ \tilde{y}(k) \ \tilde{z}(k)]^T$ ，均方根誤差為

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy}^2 & \sigma_{xz}^2 \\ \sigma_{yx}^2 & \sigma_y^2 & \sigma_{yz}^2 \\ \sigma_{zx}^2 & \sigma_{zy}^2 & \sigma_z^2 \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x^2 = \sigma_r^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta + r^2 \sigma_\alpha^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \beta + r^2 \sigma_\beta^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \beta \\ \sigma_y^2 = \sigma_r^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \beta + r^2 \sigma_\alpha^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + r^2 \sigma_\beta^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta \\ \sigma_z^2 = \sigma_r^2 \sin^2 \alpha + r^2 \sigma_\alpha^2 \cos^2 \alpha \\ \sigma_{xy}^2 = \sigma_{yx}^2 = \frac{1}{2} \sin 2\beta [\sigma_r^2 \cos^2 \alpha + r^2 \sigma_\alpha^2 \sin^2 \alpha - r^2 \sigma_\beta^2 \cos^2 \alpha] \\ \sigma_{xz}^2 = \sigma_{zx}^2 = \frac{1}{2} \sin 2\alpha [\sigma_r^2 - r^2 \sigma_\alpha^2] \cos \beta \\ \sigma_{yz}^2 = \sigma_{zy}^2 = \frac{1}{2} \sin 2\alpha [\sigma_r^2 - r^2 \sigma_\alpha^2] \sin \beta \end{array} \right. \quad (11)$$

由此可證，量測雜訊變成相關的耦合狀態，其意味著須要採用耦合濾波器以及面對非線性濾波等困難，將導致濾波計算量大，估計精度下降，以及運算時間過長等問題，甚至無法收斂。但由於實際中 σ_x^2 、 σ_y^2 、 σ_z^2 遠遠大於 σ_{xy}^2 、 σ_{yz}^2 、 σ_{zx}^2 ，所以可以認 $\sigma_{xy}^2 = \sigma_{yz}^2 = \sigma_{zx}^2 = 0$ ，儘管在純數學上不能嚴格成立，但是在實際工程數學運用中，如此假定是可行的，也是合理解決問題的方法。

四、濾波與預估運算

採設航跡模型為離散狀態，其模式誤差為 $\{W(k), k = 0, 1, 2 \dots\}$ ；量測模型亦為離散狀態，量測雜訊為 $\{V(k), k =$

$0, 1, 2 \dots\}$ ，狀態初值為 $\{X(0)\}$ ，且均為正定，並滿足

$$E[W(k)] = 0$$

$$E[W(k)W^T(j)] = Q(k)\delta_{kj}$$

$$E[V(k)] = 0$$

$$E[V(k)V^T(j)] = R(k)\delta_{kj}$$

初始狀態 X_0 與 $W(k)$ 、 $V(k)$ 獨立， $\bar{X}(0) = M$ ， $P_0 \geq 0$ ， $Q(k) \geq 0$ ， $R(k) > 0$ ，卡爾曼濾波基本方程式[6、7]為：

$$\hat{X}(k|k-1) = \Phi(k+1, k)\hat{X}(k-1|k-1) \quad (12)$$

$$\hat{X}(k|k) = \hat{X}(k|k-1) + K(k)[Y(k) - H(k)\hat{X}(k|k-1)] \quad (13)$$

$$K(k) = P(k|k-1)H^T(k)[H(k)P(k|k-1)H^T(k) + R(k)]^{-1} \quad (14)$$

$$P(k|k-1) = \Phi(k+1, k)P(k-1|k-1)\Phi^T(k+1, k) + G(k-1)Q(k-1)G^T(k-1) \quad (15)$$

$$P(k|k) = [I - K(k)H(k)]P(k|k-1) \quad (16)$$

卡爾曼預估基本方程式為：

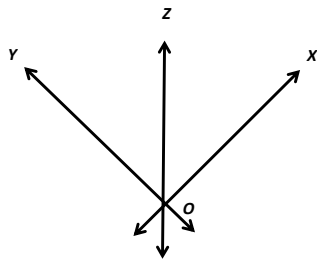
$$\hat{X}(k+1|k) = \Phi(k+1, k)\hat{X}(k|k-1) + K_r(k)[Y(k) - H(k)\hat{X}(k|k-1)] \quad (17)$$

$$K_r(k) = \Phi(k+1, k)P(k|k-1)H^T(k)[H(k)P(k|k-1)H^T(k) + R(k)]^{-1} \quad (18)$$

$$P(k+1|k) = [\Phi(k+1, k) + K_r(k)H(k)]P(k|k-1) + G(k)Q(k)G^T(k) \quad (19)$$

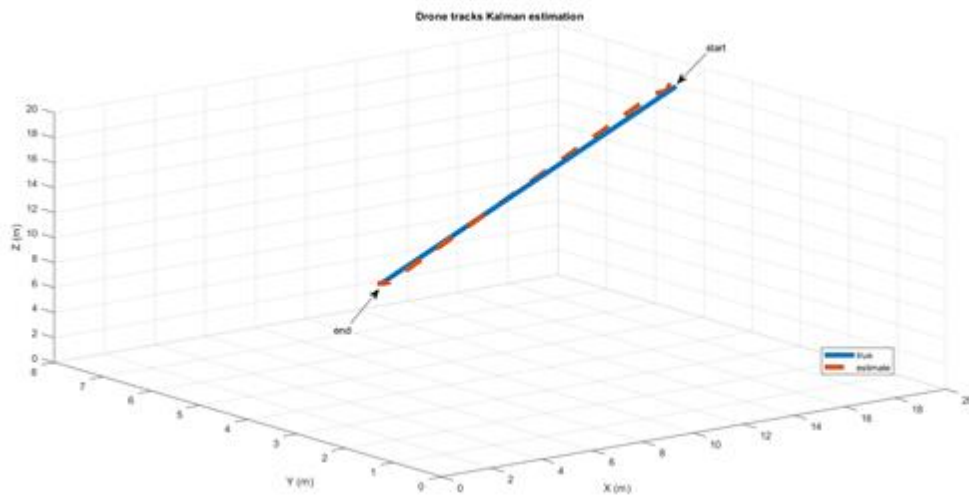
五、模擬

定義作戰場景座標系統如圖一，0 點為指揮、情報、偵測中心。若干狙擊點分佈在適當位置，形成立體火力網。

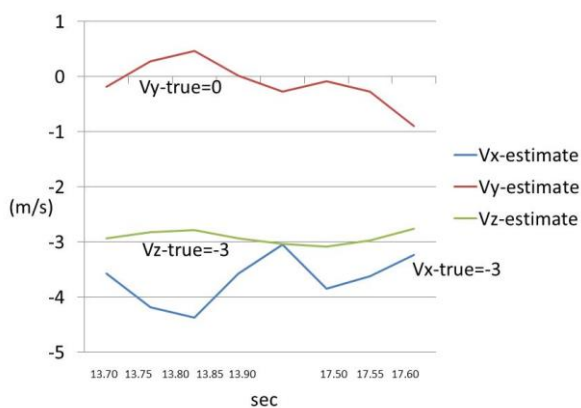


圖一：作戰 3D 場景

1. 場景一:等速直線迎頭下衝運動目標
此場景模擬低空無人機之巡航狀態，常用於偵查搜索目標。設無人機 $x_0 = 60m$ ， $y_0 = 5m$ ， $z_0 = 60m$ ； $V_x = -3m/s$ ， $V_y = 0$ ， $V_z = -3m/s$ ；取樣時間為 $0.05sec$ 。當 $13.70sec$ 時，卡爾曼運算進入收斂，各點完成接戰準備、完成火力分配、遙控接戰，並允許射擊。目標航跡濾波及預報準確性分析如圖二，目標速度估測準確性分析如圖三。



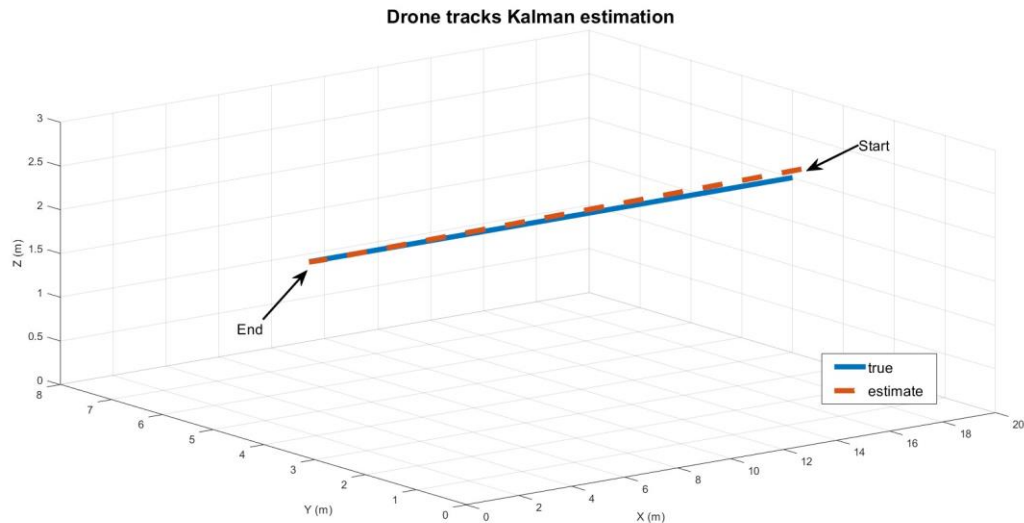
圖二：等速目標航跡濾波及預報準確性比較



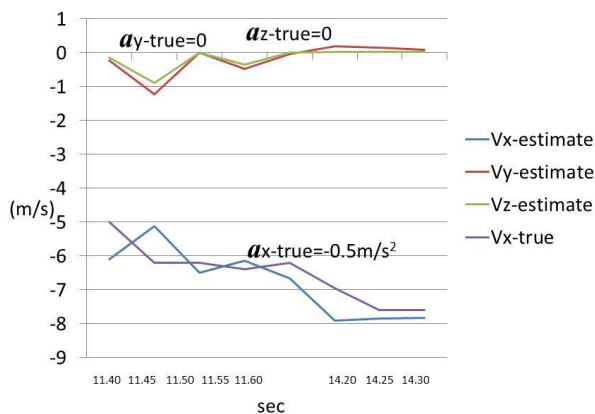
圖三：等速目標速度估測準確性分析

此場景模擬低空無人機之攻擊狀態，常用於自殺式撞毀戰甲車或高價值目標。設無人機 $x_0 = 60m$ ， $y_0 = 4m$ ， $z_0 = 2m$ ； $V_{x0} = -3m/s$ ， $V_{y0} = 0$ ， $V_{z0} = 0m/s$ ； $a_x = 0.5m/s^2$ ， $a_y = 0m/s^2$ ， $a_z = 0m/s^2$ ；取樣時間為 $0.05sec$ 。當 $11.40sec$ 時，卡爾曼運算進入收斂，各點完成接戰準備、完成火力分配、遙控接戰，並允許射擊。目標航跡濾波及預報準確性分析如圖四，目標速度估測準確性分析如圖五。

2. 場景二:等加速直線迎頭下衝運動目標



圖四：等加速目標航跡濾波及預報準確性比較



圖五：等加速目標速度估測準確性分析

六、討論

1. 小部隊防空作戰用野戰要點兵要圖，通常以五千分之一以上之大比例尺地圖為主，作戰狀況圖採圖示法者之比例尺甚至為一千分之一的公里圖。此些作戰圖均採用方格座標，即為大地直角坐標，故狀態矩陣 $X(k)$ 的變數項為圖一 3D 場景之設定，O 點為量測及指揮中心，量測資料標 $r(t)$ 、 $\beta(t)$ 、 $\alpha(t)$ 均藉座標轉換為直角座標資料帶入卡爾曼法運算，使預報較能配合現實狀況，各狙擊點受命後能快速有效運用。

2. 運動穩定性和狀態方程式理論是研究最佳估測的基礎。如果將研究現象通過一定簡化，能夠用一組微分方程式描述，此組微分方程式就稱為動力系統模式或動態數學模型。相反地，過度簡化處理，將產生失真現象。正確簡化應該根據研究問題的特性，謹慎地進行。否則理論上先天不足，將導致設計上的失誤。在一般傳統常規飛行器航跡之最佳估測問題求解時，套用動態模型時，慣例將線性微分方程組置換成轉移矩陣 $\Phi(k)$ ，其餘各種系統誤差，包裹式視為系統雜訊代入 $W(k)$ 。然而低空無人機並非常規飛行器，設計大異其趣，其系統雜訊應再進一步區分為主動運動誤差和被動運動擾動。本文主動運動誤差以 $\eta(k)$ 表述，概因其為無旋轉運動，深受推力、昇力、重力、偏心力矩等影響，飛手操作特性能夠造成變動。另被動運動擾動以 $W(k)$ 代表，為一隨機漫步(Random walk)模式，受氣象條件、空氣品質、溫溼度、引擎振動、旋翼渦流等影響，不自主地擾動，不能由飛手操控。本文 $\eta(k)$ 視為狀態變

數當作系統誤差， $W(k)$ 則為雜訊，未混為一談。

3. 在狀態變數選用中，以 X 軸方向 X_X 矩陣代表討論。 $\bar{x}(k)$ 代表狀態平均值，其為量測更新前之最佳狀態估測，且為各項估測運算之基本要項，故將其納為狀態變數之第一項。 $\hat{x}(k)$ 為量測更新後之最佳狀態估測，其與真值之差以 $\tilde{x}(k) = \hat{x}(k) - x(k)$ 表示， $\tilde{x}(k)$ 為估計誤差之有效手段，因當 $\hat{x}(k)$ 之估測於無偏差狀態，須滿足 $E\{\tilde{x}(k)\} = 0$ ，故狀態變數第二項採用 $\tilde{x}(k)$ 。 $\eta(k)$ 為主動運動之誤差，其應視為狀態變數，在 X 軸方向以 $x_\eta(k)$ 表示，及狀態變數第三項。
4. 圖二顯示場景一目標之航跡模擬預報情形，預報航跡與真實航跡十分接近，但實際放大觀察仍有誤失距離。為更進一步分析本文估測法則之精確性，將圖二預報航跡之 3 軸速度解算，並作圖分析如圖三。圖三顯示，真實航跡之 X 軸及 Z 軸速度分量設定為 -3m/s ，但估測之 X 軸及 Z 軸速度分量數值在 -3m/s 下側隨機擺盪後靠近，估測之 X 軸速度振幅較大；真跡之 Y 軸速度設定為 0，估測之 Y 軸速度分量數值在 0 軸二側隨機週期擺盪。據此判斷，估測航跡具有軌道穩定性，於此，真實航跡可視為其軌道。推論 $t \rightarrow \infty$ ， $\tilde{x}(t) < c$ ，即不發散也不收斂，理論上常以動態中性穩定描述，且具有週期震盪之性質[8]。其理由或係，低空無人機被動擾動 $W(k)$ 無法以卡爾曼濾波法則將其完全濾除，預報航跡時僅能將其邊界定在某一小範圍。
5. 圖四顯示場景二目標之航跡模擬預報情形，預報航跡與真實航跡已近重疊，但實際放大觀察仍未到達誤失距離為 0 之程度。為更進一步分析本文估測法則之精確性，將圖四預報航跡之 3 軸速度解

算，並作圖分析如圖五。圖五顯示，真實航跡在 $a_x = -0.5\text{m/s}^2$ 之條件設定下，X 軸速度分量如紫色線條，而估測之 X 軸速度分量為藍色線條，在其上下側週期擺盪後指數收斂。Y 軸及 Z 軸速度分量因加速度設定為 0，初始速度亦設定為 0，估測之 Y 軸及 Z 軸速度分量數值在 0 軸下側逐漸收斂。據此判斷，估測航跡具有軌道穩定性，於此，真實航跡可視為其軌道。推論 $t \rightarrow \infty$ ， $\tilde{x}(t) = c$ ，即逐漸收斂，理論上常以動態穩定描述，且具有指數收斂性質。其理由或係，低空無人機被動擾動 $W(k)$ 參雜主動運動誤差 $\eta(k)$ 後，遭其稀釋，累積資訊一段時間後卡爾曼濾波法則可將其大部濾除，預報航跡時可將其邊界拘束在某一更小範圍。

6. 小部隊防禦作戰本須完成火網編成，其空中火網當應將低空無人機納為首要目標。惟現行作法，以實際占領地區中心為準，各以長短射擊距離，向四周行 360 度射擊；短距離為 T-75 班用機槍射擊區域，長距離為 T-74 排用機槍射擊區域。經檢討，現行機槍彈均為直撞型(Direct hit)破壞功能，並無高爆、破片、鋼霰等彈種，實不利擊毀低空無人機。現有編裝武器之可行對策建議：防空火網編成區分進、中、遠三層，使火力無間隙；近程為美造 M1014 霰彈槍(比造 M4 Super 90 準用)射擊區域，中程為美造 M203 槍榴彈發射器(國造 T85 或美造 M79 準用)射擊區域，遠成為 MK19 榴彈機槍射擊區域。現行槍榴彈以 M1001 式 HVCC(High Velocity Canister Cartridge)鋼霰彈、M576 式 MP 多用途彈(Multiple Projectile)較為適用。
7. 無人機的崛起讓霰彈槍找到了新的角色。霰彈槍和步機槍不同，霰彈槍發射的是

裝有多個小型彈丸的中口徑彈藥，單次射擊就能覆蓋一片區域，威力較低但命中率高。這種武器對敏捷但防禦力不足的低空無人機來說足夠致命。與常規單兵肩射武器相比，霰彈槍構造簡單，容易維護保養。此外，霰彈槍的重量通常較輕，可以和步槍併裝，不像其他重武器那樣會額外佔用人力。一般來說，用於射擊大型鳥類的 12 號彈藥也適合用來攔截無人機，這種彈藥不追求絕對的毀傷效果，只需命中無人機的旋翼或迫使其喪失平衡，就能實現作戰目的。在反無人機作戰中，可以連續射擊的半自動霰彈槍效能最高。還有一種軍民通用的泵動式飛靶霰彈槍，雖然需要手動裝彈，但也能實現較高的射速。

- 8.另前瞻現有之中口徑武器，如 0.50 英吋機槍(含狙擊槍)、20 公厘機砲應著眼發展 PFHE(Pre-fragmented High Explosive)、AHEAD(Advanced Hit Efficiency Destruction)及 CC(Canister Cartridge)等具鋼霰彈功能之彈藥。
- 9.經理論推導及模擬驗證，由圖四場景想定可知，當無人機向我陣地俯衝時，其航跡估測誤差 $\hat{x}(k)$ 容易收斂至最小，為射擊最有利時機，應不待命令，主動實施集火射擊。

七、結論

從模擬結果可知，本文預報估測法則對低空無人機位置估算具有準確性，且很

快就能達到穩態，對目標速度的檢驗雖有一定之跳動，但均值接近真值，且跳動較小。其間更說明低空無人機航跡特性，掌握此一特性，將無人機擊落，是可預期的！

參考文獻：

- [1] 洪兆宇、趙嘉琦、尹清崗、尹清岩，"砲令射控中雷達追蹤用彈道模型" 中正嶺學報，37(1)：pp. 163-174, 2008.
- [2] 洪兆宇、方淳民、趙嘉琦、尹清崗、尹清岩，"砲控迴路用彈丸追蹤濾波預測" 中正嶺學報，39(1)：pp. 155-170, 2010.
- [3] 周慶連(編授)，趙嘉琦(抄錄)，飛行穩定與控制筆記，國防大學中正理工學院國防科學研究所兵器組，2002.
- [4] 段伴虬(編授)，趙嘉琦(抄錄)，估測理論(1)筆記，中正理工學院兵器工程研究所飛彈組，1995.
- [5] 段伴虬(編授)，趙嘉琦(抄錄)，估測理論(2)筆記，國防大學中正理工學院國防科學研究所兵器組，2002.
- [6] Bryson, A. E., Jr. and Ho, Y. C., *Applied Optimal Control – Optimization, Estimation, and Control*, Hemisphere Publishing Corporation, 1975.
- [7] Gelb, A., *Applied Optimal Estimation*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1974.
- [8] 孔健君(編授)，趙嘉琦(抄錄)，非線性系統理論(2)筆記，國防大學中正理工學院國防科學研究所兵器組，2004.

Study on Filtration and Forecast of Low Altitude Drone Tracks

Chia-Chi Chao¹, Chao-Yu Hung², Yu-Lin Fang³

¹Department of Mechanics, ROC Military Academy

²Department of Aeronautics and Astronautics, ROC Air Force Academy

³Department of Mechanical and Aerospace Engineering, ROC NDU CCIT

Abstract

From the characteristics of the low altitude drone during cruising or searching for ground targets, this paper presents the mean-square deviation stationary random model of drone tracks. And a measuring model is also concluded under the condition of acoustic-infrared hybrid detecting. Kalman filtering and forecasting have been made with drone tracks. Finally, simulation are discussed.

Key words : Kalman filtering, track model, low altitude drone