

國防部 113 年度

「國防部補助軍事院校教師(官)從事學術研究案」成果報告

研究計畫名稱：均勻吹/吸流對混合奈米流體等溫楔形物周圍
強制對流的影響

委託單位：國防部

研究單位：空軍航空技術學院

研究計畫主持人：杜耿銘 助理教授

協 同 主 持 人：易國安 教授

陳一葳 副教授

國防部編印

中 華 民 國 1 1 3 年 1 1 月 2 9 日

摘要

本研究提出了層流邊界層分析，以數值研究均勻吹/吸流對混合奈米流體中圍繞等溫楔的強制對流的影響。本文考慮的複雜化奈米顆粒是氧化鋁 (Al_2O_3) 和銅 (Cu) 的複合奈米顆粒，並懸浮在水 (普朗特數 $\text{Pr} = 6.2$ 的基礎流體) 中形成 Al_2O_3 -Cu/水雜化奈米流體。採用凱勒盒法 (KBM) 求解變換後的非相似方程。將從數值計算中獲得的解決方案與公開文獻中的已知結果進行比較，發現一致性很好。楔角參數、吹氣/吸力參數和 Al_2O_3 和 Cu 奈米顆粒的體積分數以及無量綱速度曲線、無量綱溫度曲線、局部摩擦係數和局部努塞爾數以圖形和表格形式表示，並詳細討論了物理方面的問題。

關鍵字：數值模擬、均勻吹/吸流，強制對流，等溫楔形，混合奈米流體

Abstract

A laminar boundary layer analysis is presented to study numerically the influences of the uniform blowing/suction flow on the forced convection flow about an isothermal wedge in a hybrid nanofluid. The hybrid nanoparticle that is considered in this paper is the composite nanoparticles of alumina (Al_2O_3) and copper (Cu) and suspended in the water (the base fluid with the Prandtl number $\text{Pr} = 6.2$) to form Al_2O_3 -Cu/water hybrid nanofluid. Keller box method (KBM) is adopted to solve the transformed non-similarity equations. The solutions which are obtained from numerical computation are compared with known results from open literature and found to be in good agreement. The wedge angle parameter m , the blowing/suction parameter ξ and the volume fraction of Al_2O_3 and Cu nanoparticles ϕ_1 and ϕ_2 on the dimensionless velocity profiles, the dimensionless temperature profiles, the local skin-friction coefficient and the local Nusselt number are graphically and tabularly presented. The physical aspects of the problem are discussed in details.

Keywords : numerical simulation, uniform blowing/suction flow, forced convection, isothermal wedge, hybrid nanofluid

目錄

摘要.....	ii
Abstract.....	iii
圖目錄.....	v
表目錄.....	vi
第一章 前言	2
第一節 研究緣起與背景.....	2
第二節 研究目的及研究重點.....	3
第二章 數值方法.....	8
第三章 結果與討論	9
第四章 結論	13
參考文獻.....	13
個人資料表.....	16
任務編組表.....	17

圖目錄

圖 1：流動模型和物理座標系.....	73
圖 2：不同 m 值的無量綱速度分佈	712
圖 3：不同 m 值的無量綱溫度曲線	12

表目錄

表 1：流體和奈米顆粒的熱物理性質.....	135
表 2：模擬數值比較.....	9
表 3：模擬數值比較.....	9
表 4：模擬數值比較.....	10
表 5：模擬數值比較.....	130
表 6：模擬數值比較.....	13

第一章 前言

第一節 研究緣起與背景

近幾年來，隨著科技技術的進步，奈米在各領域都發展的相當迅速，其中各領域的實際整合技術應用也相當廣泛。Schlichting 和 Gersten [1] 提供了一本關於邊界層理論的著名書籍。自 1931 年以來，Falkner 和 Skan [2] 研究了楔形情況下邊界層方程的一些近似解。此後，Koh 和 Hartnett [3] 研究了具有吸力和可變壁溫的多孔楔上不可壓縮層流的表面摩擦和傳熱。以較小的普朗特數通過楔形的層流傳熱：Chen [4] 提出了一種新方法。Lin 和 Lin [5] 分析了從楔塊到任何普朗特數的層流強制對流熱傳遞的相似解。Watanabe [6] 研究了在強制流動中具有均勻吸入或注入的楔形上方的熱邊界層。Yih [7] 研究了均勻吸/吹對均勻熱通量情況下楔形強制對流的影響。Hossain et al. [8] 具有溫度相關粘度的粘性不可壓縮流體流過具有均勻表面熱通量的可滲透楔。Kumari et al. [9] 討論了嵌入在高度多孔介質中的垂直楔形上的混合對流。Ishak et al. [10] 研究了 Falkner-Skan 方程，用於通過吸力或噴射的移動楔形流動。Ganapathirao et al. [11] 分析了化學反應、傳熱和傳質對楔形上不穩定混合對流邊界層流動的影響，在存在吸力或噴射的情況下產生吸收/噴射的熱量。Mahmood et al. [12] 解決了粘性不可壓縮流體通過具有可滲透表面的楔形的磁流體流動。

生物科學、電子冷卻和先進的核系統都涉及奈米技術。Choi [13] 首次使用術語“奈米流體”來指含有亞微米固體顆粒（奈米顆粒）懸浮液的流體。Buongiorno [14] 對奈米流體中的對流進行了全面調查，並寫下了涉及布朗運動和熱泳效應的奈米流體的守恆方程。最近，Kasaeian et al. [15] 用奈米流體對多孔介質中的對流熱交換和流體流動進行了綜述。在Minkowycz et al. [16] 和 Ali [17] 可以看到有關奈米粒子熱傳遞和流體流動以及混合奈米流體用於對流熱傳遞的好書。Tiwari 和 Das [18] 提出了奈米流體的模型方程，並說明了利用奈米流體在兩側蓋驅動的熱量方形中的傳熱增強。Oztop 和 Abu-Nada [19] 基於流體和奈米粒子的真實熱物理特性，研究了在填充有奈米流體的部分加熱的矩形外殼中自然對流的數值研究。Ahmad et al. [20] 使用 Tiwari 和 Das [18] 的模型，並從 Oztop 和 Abu-Nada [19] 中獲取奈米流體的熱物理特性，解決了 Blasius 和 Sakiadis 的強制對流邊界層流動和奈米流體傳熱問題。後來，Yacob [21] 分析了奈米流體中具有規定表面熱通量的靜態和移動楔的 Falkner-Skan 問題。Ibrahim 和 Tulu [22] 研究了磁流體動力學（MHD）邊界層流過楔形的過程，該楔形具有傳熱和嵌入多孔介質中的奈米流體的粘性效應。Amar 和 Kishan

[23] 提出了輻射對 MHD 邊界層流過嵌入多孔介質中的奈米流體對楔的影響。Murada et al. [24] 研究了非線性移動楔上混合奈米流體的非定常 Falkner-Skan 流動。Haq et al. [25] 使用變分疊代法 (VIM) 解決了熱遷移輻射奈米流體流向具有組合磁力和多孔介質的移動楔的數值方面。

本文的目的是擴展 Watanabe[6]的工作，以分析均勻吹/吸對混合奈米流體中通過等溫楔的強制對流的影響。氧化鋁(Al_2O_3)和銅(Cu)被認為是奈米顆粒，它們懸浮在水中形成 Al_2O_3 -Cu/水複雜化奈米流體。

第二節 研究目的及研究重點

在這項工作中，假設了穩定的二維層流，並研究了混合奈米流體中與半角 γ 可滲透楔形面的強制對流邊界層流動。該問題的流動模型和物理坐標系如圖 1 所示。 x 是設置在楔形前緣的坐標系的原點，其中 x 和 y 分別是從原點測量的沿著楔形表面和垂直於表面的坐標。均勻的壁溫 T_w 大於環境溫度 T_∞ 。表面吸或吹速度 V_w 也是均勻的。

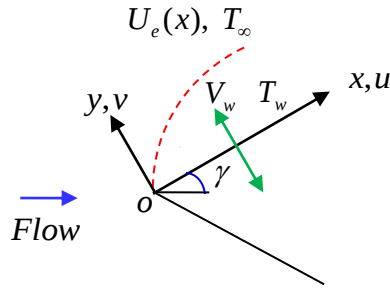


圖 1. 流動模型和物理座標系

利用層流邊界層近似法，Murada et al. [24]提出的混合奈米流體模型，忽略粘性耗散項，原始控制方程和邊界條件可以寫成如下：

質量守恆定律：

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

動量守恆定律：

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U_e(x) \frac{dU_e(x)}{dx} + \frac{\mu_{hnf}}{\rho_{hnf}} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2)$$

能量守恆定律：

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{hnf} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3)$$

邊界條件：

$$y = 0: \quad u = 0, \quad v = V_w, \quad T = T_w, \quad (4)$$

$$y \rightarrow \infty: \quad u = U_e(x), \quad T = T_\infty. \quad (5)$$

這裡 u 和 v 分別是 x - 和 y -方向的速度。 T 是溫度。外部流動處於均勻溫度 T_∞ ，流速在邊界層邊緣

$$U_e(x) = Bx^m, \quad m = \gamma/(\pi - \gamma) \quad (6)$$

其中是 B 一個正常數， m 是楔形角參數。具體而言， $m = 0, 1/3$ 和 1 的情況分別對應於沿平板流動的均勻自由流、流過 90° 楔形的自由流和垂直於垂直壁的停滯流。

混合奈米流體的動態粘度 μ_{hnf} 和基礎流體的動態粘度 μ_f 定義為：

$$\frac{\mu_{hnf}}{\mu_f} = \frac{1}{(1 - \phi_1)^{2.5} (1 - \phi_2)^{2.5}} \quad (7)$$

這裡的 ϕ_1, ϕ_2 分別是 Al_2O_3 和 Cu 奈米粒子的體積分數。對於 $\phi_1 = \phi_2 = 0$ 的情況，它表示是常規流體。 ρ_{hnf} , ρ_f 和 ρ_{n1}, ρ_{n2} 是混合奈米流體、基礎流體和兩種奈米粒子的密度，分別表示如下：

$$\frac{\rho_{hnf}}{\rho_f} = (1 - \phi_2) \left(1 - \phi_1 + \phi_1 \frac{\rho_{n1}}{\rho_f} \right) + \phi_2 \frac{\rho_{n2}}{\rho_f} \quad (8)$$

混合奈米流體的熱擴散率 α_{hnf} 定義如下：

$$\alpha_{hnf} = \frac{k_{hnf}}{(\rho C_p)_{hnf}} \quad (9)$$

跟

$$\frac{k_{knf}}{k_{nf}} = \frac{k_{n2} + 2k_{nf} - 2\phi_2(k_{nf} - k_{n2})}{k_{n2} + 2k_{nf} + \phi_2(k_{nf} - k_{n2})}, \quad \frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_{n1} + 2k_f - 2\phi_1(k_f - k_{n1})}{k_{n1} + 2k_f + \phi_1(k_f - k_{n1})} \quad (10)$$

$$\frac{(\rho C_p)_{hnf}}{(\rho C_p)_f} = (1 - \phi_2) \left[1 - \phi_1 + \phi_1 \frac{(\rho C_p)_{n1}}{(\rho C_p)_f} \right] + \phi_2 \frac{(\rho C_p)_{n2}}{(\rho C_p)_f} \quad (11)$$

k_{knf} 和 $(\rho C_p)_{hnf}$ 分別是混合奈米流體的熱導率和熱容； k_f 和 k_{n1} , k_{n2} 分別是基液和兩種奈米顆粒的熱導率； $(\rho C_p)_{hnf}$, $(\rho C_p)_f$ 和 $(\rho C_p)_{n1}$, $(\rho C_p)_{n2}$ 分別是混合奈米流體、基礎流體和兩種奈米粒子的熱電容。在前段落所述明的 f 、 nf 和 hnf 的下標分別代表流體、奈米流體和混合奈米流體。流體和奈米粒子的熱物理性質分別列於表 1 中。

表 1. 流體和奈米顆粒的熱物理性質 (Ahmad et al. [20])。

物理性質	液相 (水)	Al ₂ O ₃	銅
$C_p (J/kg K)$	4179	765	385
$\rho (kg/m^3)$	997.1	3970	8933
$k (W/m K)$	0.613	40	400

然後通過使用流線函數 ψ 自動滿足連續性方程，如下

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (12)$$

使用以下無因次變數轉換

$$\xi = -\sqrt{\frac{1+m}{2}} \frac{V_w x}{\nu_f \text{Re}_x^{1/2}} \quad (13)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{1+m}{2}} \frac{y}{x} \text{Re}_x^{1/2} \quad (14)$$

$$f(\xi, \eta) = \sqrt{\frac{1+m}{2}} \frac{\psi}{\nu_f \text{Re}_x^{1/2}} \quad (15)$$

$$\theta(\xi, \eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \quad (16)$$

$$\text{Re}_x = \frac{U_e(x)x}{\nu_f} = \frac{Bx^{1+m}}{\nu_f} \quad (17)$$

其中 ξ 是吹/吸參數， η 是偽相似變量， f 和 θ 分別是無因次流線函數和無因次溫度； Re_x 是局部雷諾數， ν_f 是基礎流體的粘度。

將方程式 (13) 到 (17) 代入 (1) 到 (5) 的方程式，我們可以得到無因次控制方程和邊界條件如下：

無因次控制方程：

$$\frac{\mu_{hnf}/\mu_f}{\rho_{hnf}/\rho_f} f''' + ff'' + \frac{2m}{1+m} [1 - (f')^2] = \left(\frac{1-m}{1+m} \right) \xi \left(f' \frac{\partial f'}{\partial \xi} - f'' \frac{\partial f'}{\partial \xi} \right). \quad (18)$$

$$\frac{\alpha_{hnf}/\alpha_f}{(\rho C_P)_{hnf}/(\rho C_P)_f} \frac{1}{Pr} \theta'' + \frac{1+m}{2} f \theta' = \left(\frac{1-m}{1+m} \right) \xi \left(f' \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \theta' \frac{\partial f'}{\partial \xi} \right). \quad (19)$$

無因次邊界條件：

$$\eta=0: \quad f'=0, \quad f=\xi, \quad \theta=1, \quad (20)$$

$$\eta_\infty \rightarrow \infty: \quad f'=1, \quad \theta=0. \quad (21)$$

這裡“'”表示關於 η 的微分。

就新變量而言，在 x - 和 y - 方向上的速度分量如下所示：

$$u = \frac{\nu_f \text{Re}_x}{x} f' = U_e(x) f', \quad (22)$$

$$v = -\sqrt{\frac{2}{1+m}} \frac{\nu_f \text{Re}_x^{1/2}}{x} \left[\frac{1+m}{2} f + \frac{1-m}{2} \xi \frac{\partial f}{\partial \xi} - \left(\frac{1-m}{2} \right) \eta f' \right]. \quad (23)$$

經由通過設置 $\eta=0$ （在表面 $y=0$ ：然後 $\eta=0$ ），並在方程式(13)的幫助下，在 $\eta=0$ ： $f=\xi$ 方程式(20)中的結果是可以通過積分方程式(23)獲得。對於吸氣（吹氣）的情況： $V_w > 0$ （ $V_w < 0$ ），因此是 $\xi > 0$ （ $\xi < 0$ ）。

在工程實際應用方面，感興趣的是局部表面摩擦係數和局部努塞爾數，由下式給出

$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho_f U_e^2(x)/2}, \quad Nu_x = \frac{h_f x}{k_f} = \frac{q_w x}{k_f (T_w - T_\infty)}. \quad (24)$$

其中 h_f 表示局部對流傳熱係數。楔形表面的壁面剪應力和傳熱速率 q_w 如下所示：

$$\tau_w = \mu_{hnf} \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} \quad q_w = -k_{hnf} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (25)$$

將方程式(7),(13)到(17),(25)代入方程式(24)，我們得到局部表面摩擦係數 $0.5C_f \text{Re}_x^{1/2}$

和局部努塞爾數 $Nu_x / \text{Re}_x^{1/2}$ 。

$$0.5C_f \text{Re}_x^{1/2} = \sqrt{\frac{1+m}{2}} \frac{\mu_{hnf}}{\mu_f} f''(\xi, 0) = \sqrt{\frac{1+m}{2}} \frac{1}{(1-\phi_1)^{2.5} (1-\phi_2)^{2.5}} f''(\xi, 0) \quad (26)$$

$$\frac{Nu_x}{\text{Re}_x^{1/2}} = \sqrt{\frac{1+m}{2}} \frac{k_{hnf}}{k_f} [-\theta'(\xi, 0)] \quad (27)$$

首先，很明顯指出對於 $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ 的情況，方程式(18)到(21)簡化為 Watanabe [6] 所述的那些常規流體問題。其次，觀察到對於 $m=1$ 或 $\xi=0$ （不可滲透）獲得了類似的方程。第三，對於 $\xi=0$ 和 $\varphi_2=0$ 的情況，方程式(18)到(21)簡化為奈米流體中的 Blasius [20]問題。

第二章 數值方法

探討目前的分析通過 Cebeci 和 Bradshaw [26] 的 Keller 盒法 (KBM) 對方程組 (18) — (21) 進行了整合。計算是在個人電腦上進行的。可變網格參數在方向上為 1.001，在 η 、 $\Delta\eta_1 = 0.0005$ 、 $\eta_\infty = 16$ 和 $\Delta\xi = 0.01$ (方向上為均勻網格 ξ)。當計算 f_w'' 和 θ_w' 在下一個過程中的錯誤小於 10^{-5} 時，反覆運算疊代過程將停止。

第三章 結果與討論

為了檢查計算機類比模型的準確性，我們將結果與 Watanabe [6], Kumari et al. [9], Ganapathirao et al. [11], Yacob et al. [21], Ibrahim et al. [22], Amar et al. [23], and Haq et al. [25] 等人的結果進行了比較。表 2 說明 Pr 的各種數值與 $m=0.0909$ 、 $\xi=0$ 、 $\varphi_1=\varphi_2=0$ 的比較。表 3 顯示了 $Pr = 0.73$ 、 $m=0.0909$ 、 $\varphi_1=\varphi_2=0$ 的各種數值對於 $f''(\xi,0)$ 的 $-\theta'(\xi,0)$ 比較。表 4 和表 5 分別列出了楔形角 m 對於 $Pr = 0.73$ 、 $\xi=0$ 、 $\varphi_1=\varphi_2=0$ 的各種值的比較 $f''(0,0)$ 和 $-\theta'(0,0)$ 。表 6 顯示了 $0.5C_f Re_x^{1/2}$ 和 $Nu_x / Re_x^{1/2}$ 的 (a) φ_1 ($\varphi_2=0$) 和 (b) φ_2 ($\varphi_1=0$) 的各種值的比較， $Pr = 6.2$ ， $m=0$ ， $\xi=0$ 。發現上述所有情況下的數值比較都非常一致，如表 2 到 6 所示。

表 2. Comparison of $-\theta'(0,0)$ for various values of Pr with $m=0.0909$, $\xi=0$, $\varphi_1=\varphi_2=0$.

Pr	$-\theta'(0,0)$	
	Watanabe [6]	Present results
0.3	0.31967	0.31945
0.73	0.44730	0.44730
1	0.50198	0.50198
7	0.99634	0.99634
10	1.12618	1.12618
15	1.29360	1.29359

表 3. Comparison of $f''(\xi,0)$ and $-\theta'(\xi,0)$ for various values of ξ with $Pr = 0.73$, $m=0.0909$, $\varphi_1=\varphi_2=0$.

ξ	$f''(0,0)$		$-\theta'(0,0)$	
	Watanabe [6]	Present results	Watanabe [6]	Present results
0.5	1.28787	1.28788	0.91425	0.91426
0.2	0.88709	0.88710	0.62013	0.62014
0	0.65498	0.65498	0.44370	0.44370
-0.2	0.45823	0.45823	0.29793	0.29794
-0.5	0.24317	0.24317	0.12899	0.12899

表 4. Comparison of $f''(0,0)$ for various values of m with $Pr = 0.73$, $\xi = 0$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

m	$f''(0,0)$					
	Watanabe [6]	Kumari et al. [9]	Ganapathirao et al. [11]	Yacob et al. [21]	Haq et al. [25]	Present results
0	0.46960	0.46975	0.46972	0.46960	0.46982	0.46960
0.0141	0.50461	0.50472	0.50481	—	0.50495	0.50461
0.0435	0.56898	0.56904	0.56890	—	0.56944	0.56898
0.0909	0.65498	0.65501	0.65493	0.65499	0.66433	0.65498
0.1429	0.73200	0.73202	0.73196	—	0.73670	0.73200
0.2000	0.80213	0.80214	0.80215	0.80213	0.80602	0.80213
0.3333	0.92765	0.92766	0.92767	0.92768	0.92905	0.92765
0.5	—	—	—	1.03890	—	1.03890
1	—	—	—	1.23259	1.23284	1.23259

表 5. Comparison of $-\theta'(0,0)$ for various values of m with $Pr = 0.73$, $\xi = 0$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

m	$-\theta'(0,0)$				
	Watanabe [6]	Ibrahim et al. [22]	Amar et al. [23]	Haq et al. [25]	Present results
0	0.42015	0.42016	0.4212	0.42151	0.42015
0.0141	0.42578	0.42578	0.4268	0.42876	0.42578
0.0435	0.43548	0.43548	0.4363	0.43641	0.43548
0.0909	0.44730	0.44730	0.4713	0.47211	0.44730
0.1429	0.45693	0.45694	0.4789	0.47923	0.45693
0.2000	0.46503	0.46503	0.4855	0.48645	0.46503
0.3333	0.47814	0.47814	0.4966	0.49733	0.47814
0.5	—	—	—	—	0.48848
1	—	—	0.5196	0.52663	0.50418

表 6. Comparison of $0.5C_f \text{Re}_x^{\frac{1}{2}}$ and $Nu_x / \text{Re}_x^{\frac{1}{2}}$ for various values of (a) φ_1 ($\varphi_2 = 0$) and (b) φ_2

($\varphi_1 = 0$) with $\text{Pr} = 6.2$, $m = 0$, $\xi = 0$.

(a) φ_1 ($\varphi_2 = 0$)	$0.5C_f \text{Re}_x^{\frac{1}{2}}$		$Nu_x / \text{Re}_x^{\frac{1}{2}}$	
	Ahmad et al. [20]	Present results	Ahmad et al. [20]	Present results
0.0	0.3321	0.3321	0.6201	0.6201
0.01	0.3412	0.3412	—	0.6318
0.02	0.3506	0.3506	—	0.6435
0.1	0.4316	0.4316	—	0.7370
0.2	0.5545	0.5545	—	0.8550
(b) φ_2 ($\varphi_1 = 0$)	$0.5C_f \text{Re}_x^{\frac{1}{2}}$		$Nu_x / \text{Re}_x^{\frac{1}{2}}$	
	Ahmad et al. [20]	Present results	Ahmad et al. [20]	Present results
0.0	0.3321	0.3321	0.6201	0.6201
0.01	0.3494	0.3494	—	0.6374
0.02	0.3667	0.3667	—	0.6544
0.1	0.5076	0.5076	—	0.7850
0.2	0.7066	0.7066	—	0.9435

楔形角參數 m 範圍從 0 (布拉修斯流) 到 1 (希門茨流), 吹/吸參數範圍 ξ 從 0.2 (吸力) 到 -0.2 (吹氣) 的數值結果以圖形和表格形式表示。在本研究中, 我們首先在基礎流體 ($\text{Pr} = 6.2$ 的水) 中添加 0.1 固體體積顆粒的 Al_2O_3 ($\varphi_1 = 0.1$)。其次, 在混合物中加入幾種固體體積的銅顆粒 ($0 \leq \varphi_2 \leq 0.05$), 形成 Al_2O_3 -Cu/水的混合納米流體。

圖 2 和圖 3 分別顯示了 $\text{Pr} = 6.2$ 、 $\xi = 0.1$ 、 $\varphi_1 = 0.1$ 、 $\varphi_2 = 0.05$ 之楔形角參數 m 的各種值的無量綱速度曲線和無量綱溫度曲線。從圖 2 中, 我們可以觀察到, 增強楔形角參數 m 會增加無量綱速度分佈 $f'(\xi, \eta)$ 和無量綱壁速度梯度 $f''(\xi, 0)$, 但會減小動量邊界層的厚度 δ_M 。無量綱溫度曲線 $\theta(\xi, \eta)$ 和熱邊界層厚度 δ_T 都隨著楔角參數 m 的增加而減小, 但無量綱壁面溫度梯度 $-\theta'(\xi, 0)$ 趨於增加。

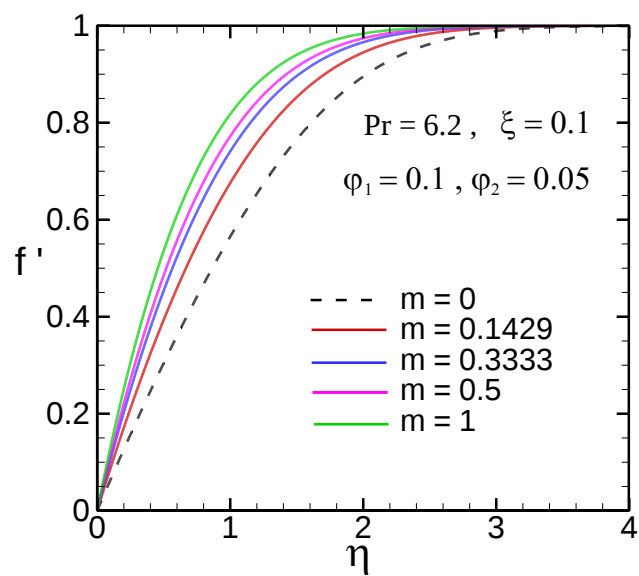


圖 2：不同 m 值的無量綱速度分佈。

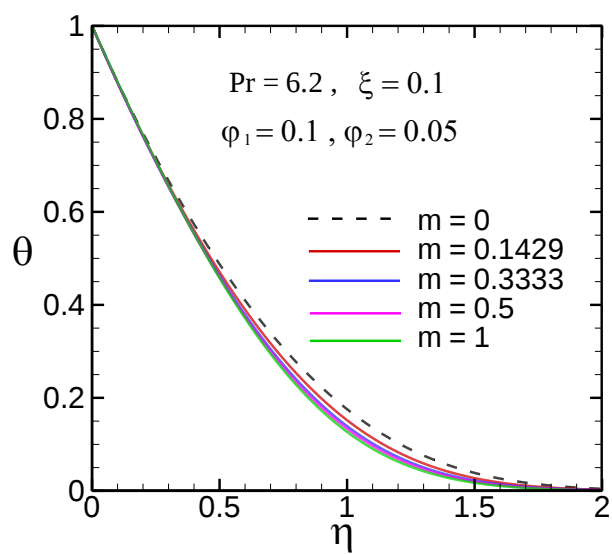


圖 3：不同 m 值的無量綱溫度曲線。

第四章 結論

對混合奈米流體 ($\text{Al}_2\text{O}_3\text{-Cu/water}$) 中關於透性楔形的強制對流進行了數值分析。楔形的表面溫度和吸/吹速度都是均勻的。通過使用合適的無量綱變數，可以將原始控制方程轉換為無量綱、非相似的方程，這些方程可以通過凱勒盒子法 (KBM) 求解。通過數值結果和現有文獻比較，也驗證了目前的數值模擬結果。該問題的主要控制參數是奈米顆粒的體積分數 ϕ_1 和 ϕ_2 、楔角參數 m 、吹氣/吸力參數 ξ 和普朗特數 $\text{Pr} = 6.2$ 。本研究的數值結果總結如下：

一. 楔形角參數 m 的增強具有明顯增加局部表面摩擦係數 $0.5C_f \text{Re}_x^{1/2}$ 和局部努塞爾數 $Nu_x / \text{Re}_x^{1/2}$ 的趨勢。

二. 不僅局部表面摩擦係數 $0.5C_f \text{Re}_x^{1/2}$ 而且局部努塞爾數 $Nu_x / \text{Re}_x^{1/2}$ 在吸力 ($\xi > 0$) 的情況下顯著增加，並且在吹氣 ($\xi < 0$) 的情況下明顯減少。

參考文獻

- [1] H. Schlichting, K. Gersten, Boundary Layer Theory, eighth revised ed., Springer-Verlag, Berlin, 2000.
- [2] V. M. Falkner, S. W. Skan, Some approximate solutions of the boundary-layer equations, Philos. Mag. 12 (1931) 865–896.
- [3] Koh, J. C. Y., and Hartnett, J. P., “Skin-Friction and Heat Transfer for Incompressible Laminar Flow over Porous Wedges with Suction and Variable Wall Temperature,” International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 2, pp. 185-198, 1961.
- [4] Chen, Y.-M., “Heat Transfer of a Laminar Flow Passing a Wedge at Small Prandtl number: a New Approach,” International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 28, pp. 1517-1523, 1985.
- [5] Lin, H. T. and Lin, L. K., “Similarity Solutions for Laminar Forced Convection Heat Transfer from Wedges to Any Prandtl Number,” International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 30, pp. 1111-1118, 1987.
- [6] Watanabe, T., “Thermal Boundary Layers over a Wedge with Uniform Suction or Injection in Forced Flow,” Acta Mechanica, Vol. 83, pp. 119-126, 1990.
- [7] Yih, K. A., “Uniform Suction/Blowing Effect on Forced Convection about a Wedge: Uniform

Heat Flux,” *Acta Mechanica*, Vol. 128, pp. 173-181, 1998.

- [8] M. A. Hossain, M. S. Munir, Z. Hafiz, and H. S. Takhar, Flow of viscous incompressible fluid with temperature dependent viscosity past a permeable wedge with uniform surface heat flux, *Heat Mass Transf.* 4(4), 333–341 (2000).
- [9] Kumari, M., Takhar, H. S., Nath, G., Mixed convection flow over a vertical wedge embedded in a highly porous medium. *Heat and Mass Transfer*, 2001. 37(2-3): 139-146
- [10] A. Ishak, R. Nazar, I. Pop, Falkner–Skan equation for flow past a moving wedge with suction or injection, *J. Appl. Math. Comput.* 25 (2007) 67–83.
- [11] Ganapathirao, M., Ravindran, R., Momoniat, E., Effects of chemical reaction, heat and mass transfer on an unsteady mixed convection boundary layer flow over a wedge with heat generation/absorption in the presence of suction or injection. *Heat and Mass Transfer*, 2015. 51(2): 289-300.
- [12] M. Mahmood, S. Asghar, and M. A. Hossain, Hydromagnetic flow of viscous incompressible fluid past a wedge with permeable surface, *ZAMM · Z. Angew. Math. Mech.* 89, No. 3, 174 – 188 (2009) / DOI 10.1002/zamm.200700115.
- [13] Choi, S. U. S., “Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticle,” in: D. A. Siginer, H. P. Wang (Eds.), *Developments and Applications of Non-Newtonian Flows*, ASME FED, Vol. 66, pp. 99–105 (1995).
- [14] Buongiorno, J., “Convective transport in nanofluids,” *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 128, pp. 240–250 (2006).
- [15] Kasaeian, A., Daneshazarian, R., Mahian, O., Kolsi, L., Chamkha, A. J., Wongwises, S., and Pop, I., “Nanofluid flow and heat transfer in porous media: a review of the latest developments,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 107, pp. 778–791 (2017).
- [16] W. J. Minkowycz, E. M. Sparrow, J. P. Abraham, *Nanoparticle Heat Transfer and Fluid Flow*, CRC Press, Taylor & Francis Group, New York, 2013.
- [17] Ali, H. M. *Hybrid nanofluids for convection heat transfer*. 1st Edition. Academic Press. 2020.
- [18] Tiwari, R. K., Das, M. K.: Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids. *Int. J. Heat Mass Transf.* 50, 2002–2018 (2007)
- [19] Oztop, H. F., and Abu-Nada, E., “Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 1326–1336 (2008).
- [20] Ahmad, S., Rhoni, A. M., Pop, I.: Blasius and Sakiadis problems in nanofluids. *Acta Mech.* 218, 195–204 (2011)

- [21] N. A. Yacob, A. Ishak, R. Nazar, I. Pop, Falkner–Skan problem for a static and moving wedge with prescribed surface heat flux in a nanofluid, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 38 (2011) 149–153.
- [22] Ibrahim, W., & Tulu, A. Magnetohydrodynamic (MHD) boundary layer flow past a wedge with heat transfer and viscous effects of nanofluid embedded in porous media. *Math. Probl. Eng.* 2019. **2019**
- [23] Amar, N. & Kishan, N. The influence of radiation on MHD boundary layer flow past a nano fluid wedge embedded in porous media. *Partial Differ. Equ. Appl. Math.* 4, 100082 (2021).
- [24] N. M. Murada, N. A. Rawia, S. Shafiea, Y. J. Lima, R. Mahat, Unsteady Falkner-Skan flow of hybrid nanofluid over a nonlinear moving wedge, *Malaysian Journal of Fundamental and Applied Sciences*, Vol. 18 (2022) 116-123.
- [25] E. U. Haq, Sami Ullah Khan, Tasawar Abbas, Kamel Smida, Qazi Mahmood Ul Hassan, Bilal Ahmad, M. Ijaz Khan, Kamel Guedri, Poom Kumam & Ahmed M. Galal, Numerical aspects of thermo migrated radiative nanofluid flow towards a moving wedge with combined magnetic force and porous medium, *Scientific Reports*, volume 12, Article number: 10120 (2022), <https://doi.org/10.1038/s41598-022-14259-x>.
- [26] Cebeci, T., and Bradshaw, P., *Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer*, New York, Springer-Verlag (1984).

個人資料表

計畫主持人個人資料				
中文姓名	杜耿銘	聯絡電話	07-6254141#978412	
英文姓名	Ken-Ming Tu	行動電話	0921281107	
通訊地址	岡山郵政 90395	身分證字號	D121849592	
電子郵件位址	<u>dg9592@gmail.com</u>			
學歷	學校名稱	院系級別		起訖年月
	國立高雄科技大學	電機研究所博士		105/9 至 109/4
	國立高雄應用科技大學	電機研究所碩士		98/9 至 102/6
現職	服務機關名稱	職稱	擔任工作	起訖年月
	空軍航空技術學院 飛機工程系	助理教授	教學與研究	109/4~迄今
經歷	服務機關名稱	職稱	擔任工作	起訖年月
	空軍航空技術學院 飛機工程系	助理教授	教學與研究	109/04~迄今
	空軍航空技術學院 飛機工程系	講師	教學與研究	104/01~109/04
	空軍航空技術學院 通識教育中心技能檢定組	教官	教學行政及 實做	99/05~103/12
	空軍航空技術學院 學指部	區隊長	教育與訓練	98/05~99/05
	空軍航空技術學院 教務處	教行官	教育與訓練	96/09~98/05
	空軍軍官學校 第十一修補大隊維一分隊	飛機修護 官	飛機維修與 訓練	93/07 ~96/09
專長	電機相關、熱傳學、人工智慧演算法、機電整合(機電整合丙級證照)			

任務編組表

113 年度國防部補助軍事院校教師從事學術研究案專案編組人員名冊						
計畫名稱：均勻吹/吸流對混合納米流體等溫楔形物周圍強制對流的影響						
項次	專案人員級別	人員所屬單位	姓名	職稱	計畫中擔任具體工作性質、項目及範圍	備考
1	計畫主持人	空軍航空技術學院 飛機工程系	杜耿銘	中校 助理教授	凱勒盒子法 (KBM) 建構之理論開發與程式撰寫及數值模擬驗證	
2	協同主持人	空軍航空技術學院 飛機工程系	易國安	教授	資料蒐集與討論	
3	協同主持人	空軍航空技術學院 機械工程科	陳一葳	副教授	資料蒐集與討論及行政資源協處	