

精進傳統砲兵三角測量作業計算之研究

作者：顏嘉彰

提要

- 一、科技發展日新月異，衛星定位技術逐漸純熟，國土測繪中心建立之各等級衛星控制點能提供基礎建設基準，衛星控制測量以長時間觀測靜態接收衛星接收多筆定位數據，再考量作業環境因素，進行測量軟體平差解算修正，獲得衛星控制點之成果；然而導線測量中三角點測量不需考量環境干擾因素等狀況，藉由測量技術擴張測地統制，以多種測量作業方式獲得其座標，仍是現階段不可缺少之手段。
- 二、早期日治時期控制測量，採三角測量方法實施建立三角點，而國軍野戰砲兵建立測地統制方式，採三角測量快速擴張形成測地三角網，也是登山者耳熟能詳的三角點，當然這項技術方法一直保留；雖測量儀器科技與測量作業持續進步，筆者仍以三角點為研究主題，希能提升三角測量計算作業之效益。
- 三、現行國軍砲兵三角測量作業中，四邊形三角鎖及中心點三角鎖計算方式較為複雜，採人工計算較為耗時，而導致各三角鎖座標較不精確，藉由文獻及測量學相關書籍所述內平差公式，建構 EXCEL 公式運算三角測量計算，可大幅提升計算可靠度，提供砲兵測量作業人員嶄新觀念及計算方式。
- 四、國軍砲兵現行三角測量作業中，在人力、時間及作業限制影響需列入考量，藉由平時教學作業經驗及輔導實務過程中，發現文獻探討測量作業之方法，可增進人員在測量成果計算上更為快速而精確，作為後續教學補助程式，使學者在計算過程更加純熟。

關鍵詞：測地統制、四邊形三角鎖、中心點三角鎖、平差公式

前言

現行科技測量技術發展已朝向多元化測量作業模式，如以定位定向系統實施或 R2 衛星接收儀定位接收，雖為國軍砲兵測地作業主流，然而定位定向系統及衛星接收定位考量作業限制因素（天候狀況、環境地形限制、接收機遮蔽）等各種情形，宜保留傳統測量作業方式實施（如導線法、前方交會測量或三角三邊測量）。

在早期日治時期，測地作業單位多以經緯儀實施測繪於三角點進行擴張建立網狀結構之三角網，由於現行測距經緯儀技術發展較為純熟且測距精確度較高，已採用三角三邊測量施測提升作業精確性；另國軍採用在三角測量計算成果及檢核機制上，僅使用較為簡化之計算方式易造成後續計算錯誤及檢查各程序。

本研究目的藉由測量學書籍之檢核機制及程序以提升三角測量計算方式，^{1、2}再建構 EXCEL 平差計算公式以提供使用者檢核機制，納入後續陸軍測量裝備運用電算機構思建議與參考。

三角測量概述

一、三角點

三角點大部分登山者作為登山登頂象徵目標之一，其中三角點通常設置於高山通識狀況良好位置，其部分三角點設置丘嶺或空曠地區；在早期日治時期測距經緯儀及衛星定位精度較差時，多採用三角點實施網型控制測量完成平面控制測量，³然而砲兵部隊目標獲得連測量排藉由三角測量作業，形成三角網網形結構，快速建立測地統制點，提供各級砲兵營測地作業運用。

二、三角點原點

控制測量區分平面控制測量、高程控制測量等多種控制測量方法，其中臺灣地區三角點原點區分陸地測量系統及地籍測量系統兩大三角點座標系統，地籍測量系統三角點原點在南投縣埔里虎子山一等三角點，由此三角點擴張一～三等三角點，為國軍聯勤測量隊早期製圖所使用；地籍測量系統在早期日治時期建立三角點原點在臺中公園內 89 號三角點為原點。⁴

三、三角點等級

三角點等級可區分為一等三角點、二等甲級三角點、二等乙級三角點、三等三角點、四等三角點，基石材料種類以花崗石、觀音石等類別設置，頂石測站以「+」標示、東面刻測設機關、南面刻等級級別、西面刻設置日期、北方為刻點名編號。⁵

四、三角測量之圖形種類

三角測量以三角鎖為基礎構成網形三角形，其中圖形種類區分單形三角鎖、四邊形三角鎖、中心點三角鎖等類型，依造環境地形關係選擇不同三角鎖種類，藉由三角測量作業與計算，可提高測地作業彈性與作業精度。⁶

五、三角形圖形強度

在現行三角測量作業前，作業人員會使用地圖先行完成該作業地區計有三角點或控制點運用，進行圖上選點作業並完成初步估算三角形圖形強度，其三角

1 施永富，《測量學》（臺北：三民書局股份有限公司，2016 年 9 月 25 日），327 頁。

2 梁乙農，〈三角測量基線網、歸心計算與角度平差之研究〉《陸軍砲兵學術雙月刊》（臺南），第 86 期，陸軍砲訓部，民國 85 年 10 月 16 日，頁 6。

3 林宏麟、薛穎智、許丞毅，《丙級測量技術士學科題庫題解》（臺北：旭營文化事業有限公司，2015 年 5 月 2 5 日），206 頁。

4 內政部國土測繪中心 <https://www.nlsc.gov.tw>，檢索日期民國 112 年 1 月 10 日。

5 同註 1，215 頁。

6 《陸軍野戰砲兵測地訓練教範》（桃園：國防部陸軍司令部，民國 111 年 10 月 25 日），4 - 276 頁

形圖形強度以誤差傳播定律計算強度係數，⁷該係數以單三角形計算強度，如四邊形三角鎖加合併加總強度係數。⁸

六、三角測量規範⁹

表 1 三角測量之精度規範表

三 等 級			角 測 量					
類 別			一 等	二 等		三 等	四 等	
				甲 級	乙 級			
主要測站間之邊長			在 20 公里以上為原則	在 10 至 20 公里為原則	在 5 至 10 公里為原則	在 3 至 8 公里為原則	在 1 至 3 公里為原則	
圖 形 強 度	兩基線間最小圖形強度之和	理想限制值	20	60	80	100	125	
		最大限制值	25	80	120	130	175	
	每一圖形	理想限制值	5	10	15	25	25	
			次小圖形強度	10	30	75	80	120
		最大限制值	最小圖形強度	10	25	25	40	50
			次小圖形強度	15	60	100	120	170
	邊 長 測 量		測回數	4	4	4	3	2
			標準誤差	1 — 1,000,000	1 — 900,000	1 — 800,000	1 — 500,000	1 — 250,000
水 平 角 觀 測	使用儀器		0".2	0".2	0".2	1"	1"	
	測回數		16	16	8	12	4	2
	各次測測值與平均值之差不得超過		4"	4"	5"	5"	5"	5"
三 閉 角 合 形 差	平均值不得超過		1".0	1".2	2".0	3".0	5".0	
	單三角閉合差不得超過		3".0	3".0	5".0	5".0	10".0	
邊方程式之檢核其方向之平均改正數不得超過			0".3	0".4	0".6	0".8	2".0	
天 文 方 位 角	觀測相隔之圖形表		6-8	6-10	8-10	10-12	12-15	
	每夜觀測之測回數		16	16	16	8	4	
	觀測夜數		2	2	1	1	1	
	標準誤差		0".45	0".45	0".6	0".8	3".0	
	方位角閉合差（右列式中 N 為圖形數）		每圖形 1".0 或 2".0 $\sqrt{N}$	每圖形 1".5 或 3".0 $\sqrt{N}$	每圖形 2".0 或 6".0 $\sqrt{N}$	每圖形 3".0 或 10".0 $\sqrt{N}$	每圖形 8".0 或 30".0 $\sqrt{N}$	

7 施永富，《測量學》（臺北：三民書局股份有限公司，2016 年 9 月 25 日），673 頁。

8 同註 6，4-61 頁

9 <https://www.law.moj.gov.tw>，全國法規資料庫－基本測量實施規則－附表二以三角測量方法實施，檢索日期 12 年 1 月 12 日。

天頂距觀測	測回數	3	3	2	2	2
	觀測值之誤差不得超過	10"	10"	10"	10"	20"
	二已知高程點間之圖形數	4-6	6-8	8-10	10-15	15-20
滿足幾何條件後位置閉合比數不得超過	1 100,000	1 50,000	1 20,000	1 10,000	1 5,000	1 5,000
適用場合	1.基本控制網。 2.都會地區測量。	1.連接一等往系間，並加強基本控制網之區域控制。 2.都會區之次要控制	增補基本控制網作區域性之控制。	非都會區之一般性控制測量，可聯繫於基本控制網亦可單獨實施。	依據三等以上三角點所布設，作為圖跟點測量。	

資料來源：一、<https://www.laws.taipei.gov.tw>，三角測量之精度規範，檢索日期 112 年 1 月 10 日。二、<https://www.law.moj.gov.tw>，全國法規資料庫-基本測量實施規則-附表二以三角測量方法實施。三、二等基本控制測量之精度規範，檢索日期 112 年 1 月 10 日。

現行測量作業程序與現況探討

一、三角測量作業限制影響

以筆者實況教學及年度單位輔導為例，三角測量課程區分課程講解與說明、現地作業實作、分組計算與討論等三大主軸，其中在課程講解說明後，進行現地偵察作業需考量事項眾多，若未完成相關計畫作業以符合現地景況，再執行作業，限制影響常見易發生狀況分述如次。

1.人員對於陌生環境，判斷測站方位不熟：測量人員作業於偵察作業結束後，需了解相關測站位置及作業路線、所需時間到達、各測站相對關係位置及確定其測站方位，方位測定方式通常使用指北針及方向盤測定該測站間之方位角，其中在作業前尚未完成磁偏校正作業，影響儀器測得知方位角數據誤差過大，避免人員延宕作業時間，亦可在作業前，完成縮短距離模擬作業後，提升作業效能¹⁰。

2.現地作業環境複雜，無法判斷危安風險：在現地偵察或作業環境屬於可能是高山、沿海及城鎮地區，往往在作業或偵察中發現相關問題，如在高山地區人員遇天氣狀況改變起霧或下雨或氣溫驟降、遇蟲蛇、動植物叮咬等狀況；沿海地區如環境地形陣風、熱浪等狀況；城鎮地區屬於民眾居住地，人員、車輛、建築物或耕作農地無法進出等，都屬於高風險作業無相關危安經驗常數防範，藉由作業前討論激發人員作業準備事項後，再行訂定相關防險規範與所須注意事項。

3.作業突發處置狀況，相互協調能力欠缺：測量人員作業所見情況甚多，在人員、裝備都易可能發生相關問題，如測量角度記錄錯誤、測量儀器電量不足、測站較為隱密視標定不易等相關易發生態樣問題；在三角測量作業協調上極

¹⁰ 耿國慶，〈三角點果砲在砲兵測地之運用研究〉《陸軍砲兵學術雙月刊》（臺南），第九十一期，陸軍砲訓部，民國 91 年，頁 15。

為重要，以單行三角鎖為例完成各測站水平角、高低角及距離之測定，在作業上需律定更為詳盡。

4. 依賴衛星定位系統，缺乏檢驗計算工具：現行測量作業方式以此類居多，比如我們常見衛星導航系統、RTK 衛星定位儀、手持式 GPS 衛星接收器、無人機空中拍測量都是定位方式工具，在測量作業中 RTK 即時動態系統類型又區分無線電訊號及 VBS-RTK 網路訊號說明如次：

(1) 無線電訊號隨傳播距離而衰退藉由高瓦數傳輸功率發射器，先期解算座標資料，隨地形地物關係、天候狀況、電磁干擾等情況，在系統接收座標其精度隨之降低。

(2) VBS-RTK 網路訊號顧名思義採用網路訊號方式(圖 1)，如現行 4G、5G 網路傳遞方式與國土測繪中心建立衛星接收站，以 24 小時接收衛星定位資訊座標，再利用網路方式實施解算平差其座標，若網路訊號不佳影響其接收座標精度。¹¹

(3) 筆者請教南部地區地政事務所及軍備局 401 廠－基準觀測點驗證場測地成果簿一書中，發現其作業方式採靜態衛星定位測量，依據數值法地籍圖重測作業手冊規範，其角度值 ± 20 秒精度規範，其中觀測資料處理採 TBC 軟體計算處理(Trimble Business Center) 約制求得其座標。¹²

(4) 綜上述發現，所有作業結束後須回到測量成果整理計算，其中該重要性其為重要在實務過程中發現座標不經解算核對後，其座標誤差可達百公尺，為砲兵測地作業中檢查機制要求，分組計算法等 7 種方法極為重要。

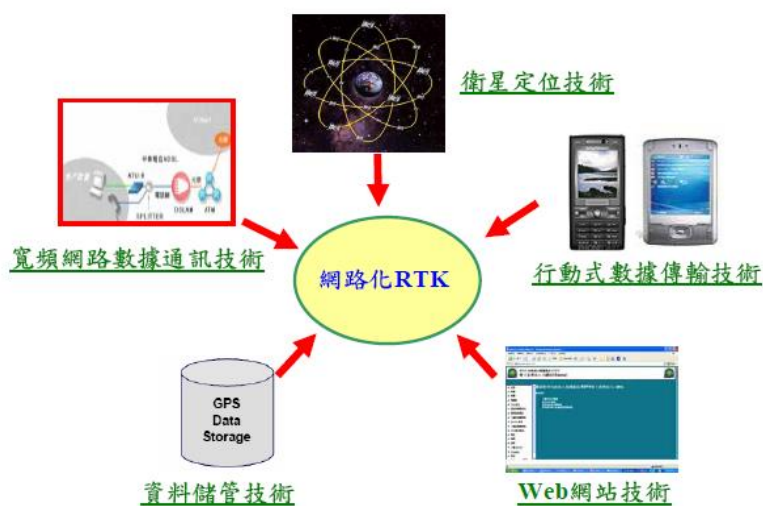


圖 1 網路 RTK 示意圖

資料來源：王敏雄，〈地籍測量應用及發展研討會資料〉(中華民國地籍測量學會，民國 94 年 5 月)，<http://www.cadastralsurvey.org.tw> (110 年 1 月 25 日) 擷取。

¹¹ 顏嘉彰，〈e-GNSS 建立砲兵測地統制之研究〉《砲兵季刊》(臺南)，第 198 期，陸軍砲訓部，民國 111 年 9 月 30 日，頁 21。

¹² 401 廠-基準觀測點驗證場測地成果簿，民國 107 年 10 月，頁 2。

二、現地偵察與紀錄不周延

就教學研究及訓練上在砲兵三角（三邊）測量作業方式不考量埋點及覘標設置為前提，所需完成事前準備工作事項甚多，區分人員、裝備、訓練、資料蒐整等相關事項，筆者依教學經驗上蒐整相關準備工作，提供後續測量作業人員參考，減少人員作業缺少準備事項，造成測量作業時間耗損。

三、測地成果檢核計算誤差

（一）在測量作業實務中區分初步計算及分組計算方式，其中初步計算較人員作業中為避免測量人員發生下列幾點事項如測量角度判讀錯誤、角度數值記錄錯誤會將數值 1 紀錄成 7、0 紀錄成 8 等情況發生；為避免該現象發生除重複覆誦期數值外，另會在作業中實施初步計算與核對。

（二）以現行完成三角（三邊）測量野外作業後，人員回至集結位置後，實施分組計算蒐整作業所有各測站間之測量數據，包含二對回測角水平角、天頂角（高低角）、距離、儀器高度、覘標高度等相關所須三角測量計算數據，以表格化方式記錄避免遺漏量測數據，進而按程序檢查法、分組計算法實施數據確認及核對量測數據，並計算定位座標、標高相關數據，其中量測數據在野外作業中尚未使用平差方式檢核，僅使用三角形內角和進行修正作業較為粗略。

（三）國軍砲兵測地作業在教學上，以三角形內角和測角後再行採較簡易平差方式，在人員測角作業上較不精確時，其計算座標值誤差正負 10 公尺以上，若將水平角修正量大於準則規範±15 秒差值以上，無法檢驗其誤差差值落於哪個測站上，本篇研究採納測量學書籍以分段平差的分別平差方式及條件計算，¹³再逐依修正各三角鎖角度，以邊角關係同步平差修正。

表 2 三角測量內角修正計算表

測站	原測角	修正量	修正角
A	39°52' 33"	-2	39°52' 35"
B	38°24' 02"	+2	38°24' 04"
C	101°43' 19"	+2	101°43' 21"
內角和	179°59' 54"	+6	180°00' 00"

資料來源：作者繪製

提升測地作業之分析效益

一、高精度測角技術

（一）現行對回測角：在砲兵測量基礎教育訓練時，測量儀器測角作業較為重要，在平時訓練要求測角與紀錄極為重要，其中三角測量採二次以上對回測角實施，在測量作業上極為重要其觀測平均值誤差依規範不得超過±5 秒，以 2 次

13 黃桂生，《測量學》（臺北：全華圖書股份有限公司，2020 年 4 月），5 - 28 頁。

對回測角與測距所需時間約 5 分鐘內完成與紀錄含計算，紀錄完成後再行計算與修正後須不得超過 ± 5 秒之誤差，主要減少作業人員觀測測角誤差¹⁴（視準軸誤差、水平軸誤差、垂直軸誤差）¹⁵，以測量專長班操作 Trimble S9 測距經緯儀－測水平角作業及距離量測，分析作業時間約 300 至 400 秒之間及其角度誤差介於-26 秒至 13 秒之間，在人員操作上屬人員操作誤差，在實際教學現地作業上學員生在測角作業後，以單行三角所內角和約在 180 度 00 分 50 秒，其測角誤差攸關後續座標計算誤差。

（二）自動對回測角：砲兵 TrimbleS9 測距經緯儀具備自動對回測角，¹⁶可完成一次測角後由儀器設定對回測角次數（2 次以上），並由儀器自動完成指定測角後並計算平均觀測值，所需時間約 2 分鐘內完成與紀錄含計算，提供測量作業人員減少誤差，使用該作業功能需完成各項設定及儀器校正後實施，其作業分析統計作業時間約 55 至 68 秒之間，其角度誤差介於 ± 5 秒之間。

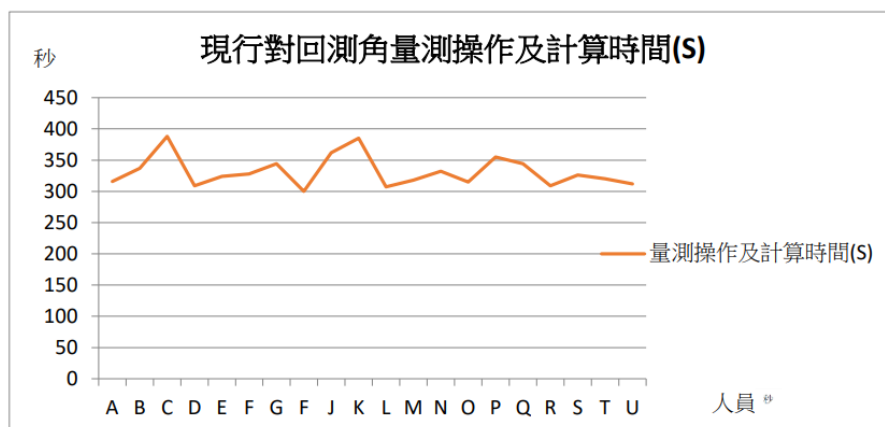


圖 2 現行對回測角量測操作計算時間曲線圖

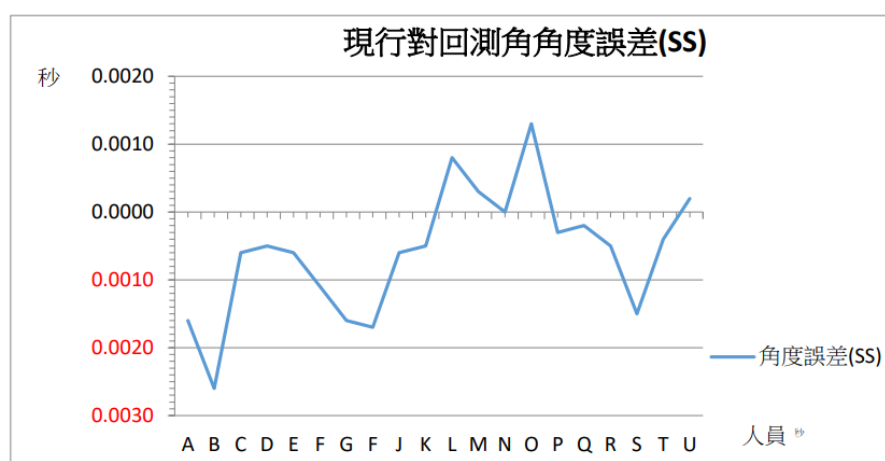


圖 3 現行對回測角角度誤差曲線圖

14 曾育養，〈砲兵測距經緯儀儀器誤差對測角作業影響之研究〉《砲兵季刊》（臺南），第 190 期，陸軍砲訓部，民國 109 年 9 月 30 日，頁 43。

15 同註 3，181 頁。

16 《陸軍測距經緯儀操作手冊》（桃園：國防部陸軍司令部，民國 109 年 12 月 15 日），3 - 166 頁。

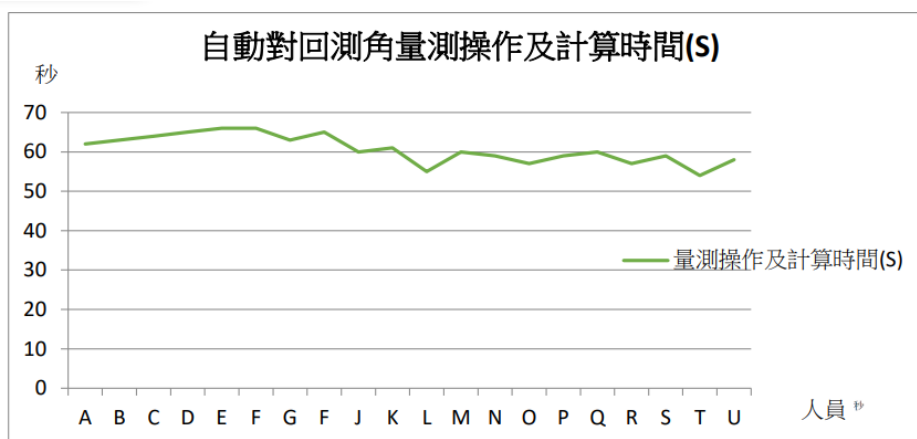


圖 4 自動對回測角量測操作計算時間曲線圖

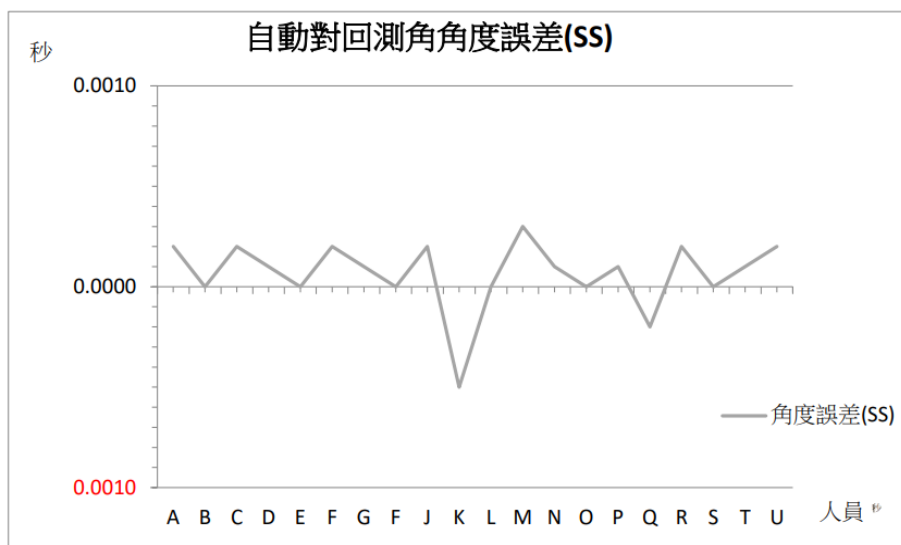


圖 5 自動對回測角角度誤差曲線圖

資料來源：圖 1 至圖 4 為作者繪製

二、建構 EXCEL 平差計算

本研究參考引用測量學書三角測量平差計算，區分測站平差、圖形平差（角度平差）、條件平差（邊平差），其中陸軍砲兵訓練指揮部採用較簡易修正，藉由測量學書籍中在嚴格基本控制測量中，以採用分段平差的分別平差方式及條件計算，¹⁷再逐依修正各三角鎖角度，參考計算表格建構 EXCEL 三角測量各內角平差修正計算，¹⁸可大幅提升檢測計算之可靠度，避免人為計算過程中造成錯誤；以授課講義內容為例，將量測水平角度填入 EXCEL 計算表格，可得快速平差修正水平角度，檢核機制更為周延（如表 3）。

（一）角度條件平差

在各種多邊形圖形中內角合固然不便道理，如三角形內角合為 180 度、四邊形內角合為 360 度，然而在三角測量測角作業中，量測各內角後再進行加總

¹⁷黃桂生，《測量學》（臺北：全華圖書股份有限公司，2020 年 4 月），5 - 28 頁。

¹⁸施永富，《測量學》（臺北：三民書局股份有限公司，2016 年 9 月 25 日），327 頁。

其內角（如表 3、圖 6）。

1.四邊形內角總和為 359 度 58 分 50 秒，閉塞差-70 秒/8 個角=平均各角修正為-8.75 秒。

2.改正值:(角 1~角 8) 為正值各角+8.75 秒後，四邊形內角總和為 360 度。

(二) 對頂角條件平差

四邊形對角線交會產生 2 組對頂角如黃色及綠色之對頂角其對頂角角度值應相同，其底角（角 1+角 2） = （角 5+角 6） 之合，如不相同進行平差除以 4 後得到改正值，需進行第二次改正後角度值修正，（如表 4、圖 7）：

1.對頂角和差值=（（角 1+角 2） -（角 5+角 6） ） /4 =+0.001930556/4=-1.738

2.第二次修正改正值:（角 1、角 2） 為負值、（角 5+角 6） 為正值（黃色）

3.對頂角和差值=（（角 3+角 4） -（角 7+角 8） ） /4 =-0.000833333/4=-0.75

4.第二次修正改正值:（角 3、角 4） 為正值、（角 7+角 8） 為負值（綠色）

(三) 邊條件平差

以邊條件正弦定律解算獲得邊條件方程式進行各邊求算邊長誤差，第二次各內角修正度值 SIN 正弦值總合獲得邊長誤差，再以（206265*邊長誤差） /Cot（第二次改正後各內角餘切值） 獲得第三次改正修正值，如表五：

1. $\text{SIN}(1) * \text{SIN}(3) * \text{SIN}(5) * \text{SIN}(7) / \text{SIN}(2) * \text{SIN}(4) * \text{SIN}(6) * \text{SIN}(8) = 1$

2. $1.000135451 - 1 = 0.000135451$ （邊長誤差）

3.改正值=（（206265） *（-0.000135451） ） /（COT（角 1~角 8） ）

4.單數角改正值為正、雙數角改正值為負

4.SIN 值接近 1 代表完成平差修正

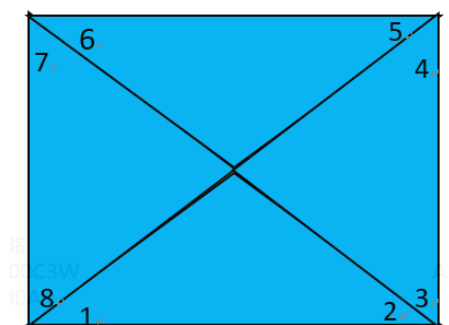


圖 6 四邊形角度條件平差圖形資料來源：作者繪製

表 3 角度條件平差修正計算表

角度編碼	度	分	秒	(度小數)	秒		度	分	秒
1	39	37	27	39.6241667	-	-8.75	39	37	18.25
2	28	7	31	28.1252778	-	-8.75	28	7	22.25
3	73	50	38	73.8438889	-	-8.75	73	50	29.25
4	38	24	54	38.415	-	-8.75	38	24	45.25
5	36	42	57	36.7158333	-	-8.75	36	42	48.25
6	31	2	8	31.0355556	-	-8.75	31	1	59.25
7	24	20	22	24.3394444	-	-8.75	24	20	13.25
8	87	55	13	87.9202778	-	-8.75	87	55	4.25
和	356	237	250	360.019444	-	-70	356	237	180
	360	58	50				360	0	0

資料來源：一、施永富，《測量學》，三民書局股份有限公司，2016 年 9 月 25 日，330-332 頁。二、作者繪製

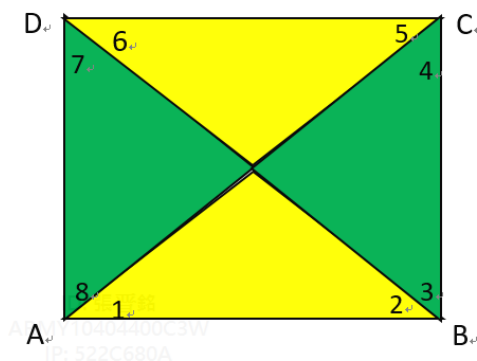


圖 7 對頂角條件平差圖形

資料來源：作者繪製

表 4 對頂角平差修正計算表

對頂角條件平差							
第一次改正後 (度小數)		改正值		第二次改正後 角度值			
第一次改正後 (度小數)	對角和	秒		度	分	秒	第二次改正後 (度小數)
39.62173611	67.74458333	-	1.738	39	37	16.51	39.62125347
28.12284722			1.738	28	7	20.51	28.12236458
73.84145833	112.2540278	+	0.75	73	50	28.5	73.84125
38.41256944			0.75	38	24	44.5	38.41236111
36.71340278	67.74651389	+	1.738	36	42	49.99	36.71388542
31.03311111			1.738	31	1	0.938	31.03359375
24.33701389	112.2548611	-	-0.75	24	20	14	24.33722222
87.91784722			-0.75	87	55	5	87.91805556
359.9999861	0.00193	對頂角差值		356	237	179.9	360.9999861
	-0.000833333	對頂角差值		360	0	0	

資料來源：一、施永富，《測量學》，三民書局股份有限公司，2016 年 9 月 25 日，330-332 頁。二、作者繪製

表 5 邊條件平差修正計算表

邊條件平差							
		改正值	第三次改正後 角度值				
SIN 值	COT 值	秒	度	分	秒	第三次改正後 (度小數)	檢查 SIN 值
0.637709762	1.20788	+ -2.8278	39	37	13.7	39.62046798	0.637699202
0.471356171	1.871075	- -2.8278	28	7	23.3	28.12315008	0.471368262
0.960494296	0.289746	+ -2.8278	73	50	25.7	73.84046451	0.960490481
0.621316841	1.261127	- -2.8278	38	24	47.3	38.41314661	0.621327584
0.597819437	1.340925	+ -2.8278	36	42	47.2	36.71309992	0.597808447
0.515540562	1.662071	- -2.8278	31	2	3.77	31.03437924	0.515552309
0.412106365	2.210924	+ -2.8278	24	20	11.2	24.33643673	0.412093874
0.999339892	0.036353	- -2.8278	87	55	7.83	87.91884105	0.99934039
1.000135451	9.880101		356	237	180	359.9999861	9.999999991
-0.000135451			360	0	0		

資料來源：一、施永富，《測量學》，三民書局股份有限公司，2016 年 9 月 25 日，330-332 頁。二、作者繪製

三、測量技術檢核

(一) 三角解計算

砲兵三角（三邊）測量作業方式，分別於 A、B、C 點設置測站後，分別測定三角形內角及 a、b、c 邊距離後，可運用 Trimble S9 測距經緯儀內建三角解運算功能介面或電算機內建程式運用（如圖 8），可善用該內建程式同步檢核各內角角度數值，避免人員測角作業錯誤，減少人員重新量測及往返造成時間延宕，進而提高測地（外業）作業精度與角度偵錯方法。

(二) 內建程式功能運用

1. TrimbleS9 測距經緯儀程式運用：TrimbleS9 測距經緯儀內建幾何計算功能，可設定邊、角關係計算方式，例如角-邊-角、邊-邊-邊、邊-角-角，等各種計算方式，其操作流程如圖 9（①②③④⑤⑥⑦⑧）¹⁹。

2. 電算機程式運用：因科技進步現行測距經緯儀測距精度可達 1mm+2ppm 之精度，其中電算機內建內角換算公式可利用三邊測量作業後，獲得三角圖形各邊距離，利用內角公式同步檢驗三角測量作業角度數值，重複檢驗測量成果數值，提升作業精度可靠度減少人為計算誤差等情況發生。²⁰

3. 綜合分析：TrimbleS9 測距經緯儀及電算機內建程式均可計算三角鎖內角關係，其角度驗證及判斷需考量距離為平距，藉由上述內建程式使作業人員在作業上，同步測角及測距作業，提供後續計算及驗證檢核機制。

19 《陸軍測距經緯儀操作手冊》（桃園：國防部陸軍司令部，民國 109 年 12 月 15 日），4 - 167 頁。

20 《陸軍 IMT-8R 測地電算機操作手冊》（桃園：國防部陸軍司令部，民國 108 年 7 月 23 日），4 - 105 頁。

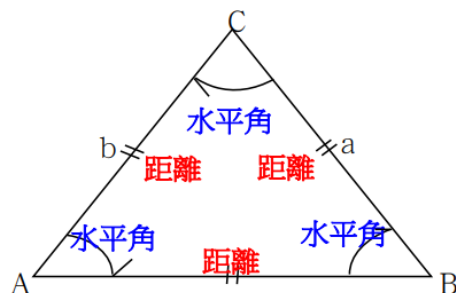


圖 8 三角（三邊）測量示意圖

資料來源：《陸軍測距經緯儀操作手冊》（桃園：國防部陸軍司令部，民國 109 年 12 月 15 日），4-166 頁。

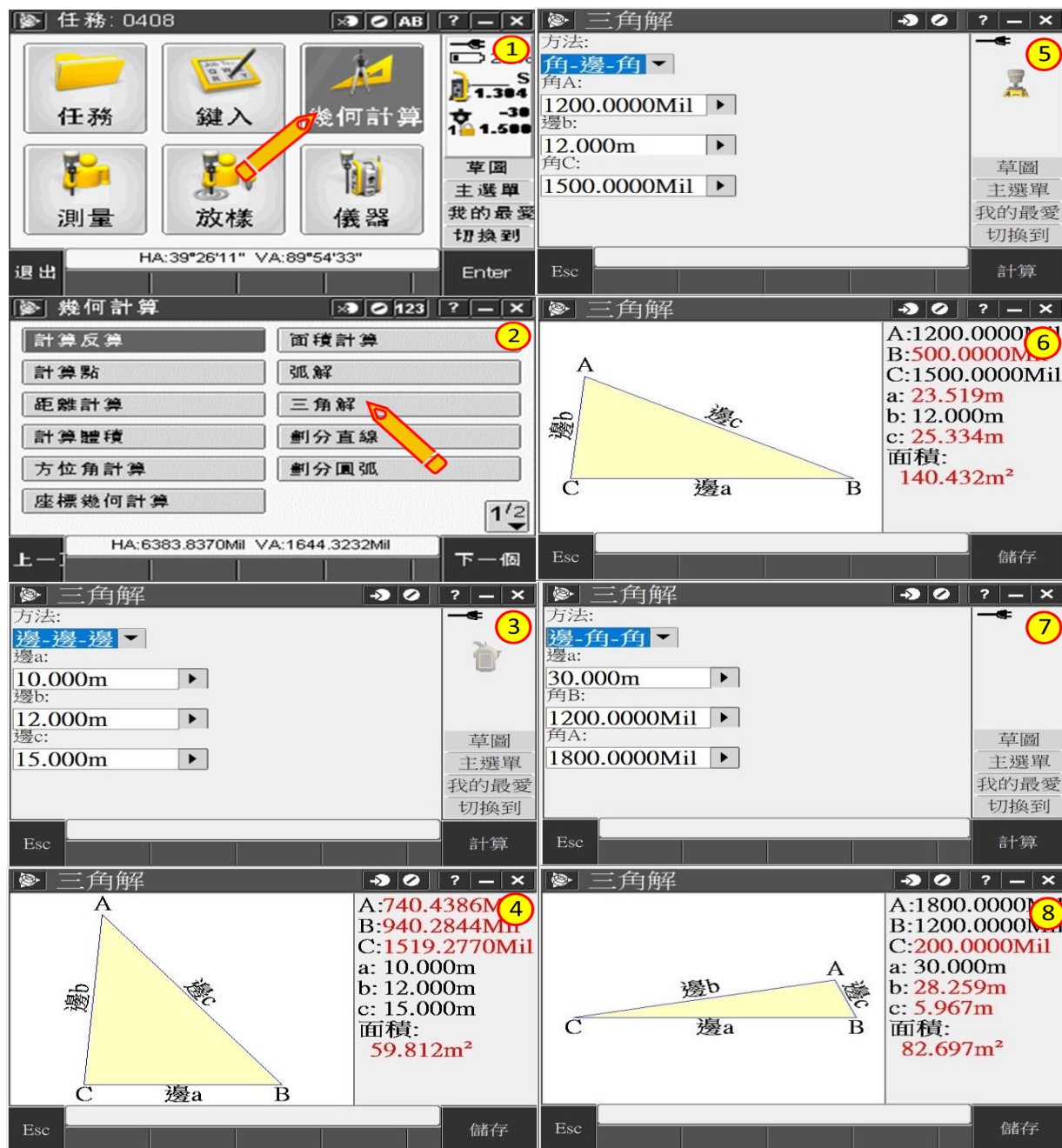


圖 9 三角解示意圖

資料來源：《陸軍測距經緯儀操作手冊》（桃園：國防部陸軍司令部，民國 109 年 12 月 15 日），4-166 頁。

優化作業程序與創新作為

在三角測量作業中多以 TrimbleS9 測距經緯儀測角作業，藉由上述問題及精進作業方式及多種平差方式計算，提供後續砲兵測地作業能發揮其最大效能，故期盼藉由本研究，讓測量作業人員了解其重要性。基此，以現有測地作業為基礎持續精進並提出建議。

一、運用衛星定位儀優化作業程序

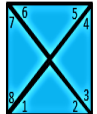
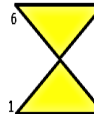
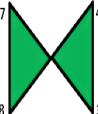
(一) 在測角作業中以 TrimbleS9 測距經緯儀測角作業，建議採快速自動對回測角減少人為誤差，避免人員重複測角造成時間流失。

(二) 結合單位配賦 R2 衛星定位儀、RTK 衛星定位儀整合定位資料，快速明確了解地理位置，再結合地理圖資系統 (GIS) 實施定位資訊回饋，在測地作業 7 種檢查機制中，地圖與現地對照法、方位角檢驗法 2 種方法即可運用，²¹ 所有測地成果採堆疊方式驗證數據可靠度及真實性。

二、平差程式植入電算機運用

(一) 國軍砲兵所使用 IMT-8R 電算機以彙整測地成果為基礎，採用 Windows 作業軟體除內建砲兵全部測地程式、三角測量及三邊測量計算等各種程式外，無平差修正計算公式如可導入三角測量 EXCEL 平差程式 (如表 6)，減少人員尋找計算錯誤。

表 6 三角測量 (四邊形) 平差修正計算表

角度條件平差										對頂角條件平差										邊條件平差									
平差類型		量測角度			改正值	第一次改正後					改正值	第二次改正後			角			改正值	第三次改正後										
平差次數																													
角度編碼	度	分	秒	(度小數)	秒	度	分	秒	第一次改正後 (度小數)	對角和	秒	度	分	秒	第二次改正後 (度小數)	SIN值	COT值	秒	度	分	秒	第三次改正後 (度小數)	檢查SIN值						
1	39	37	27	39.624167	-	8.75	39	37	18.2	39.62173611	67.74458333	-	1.738	39	37	16.51	39.62125347	0.637709762	1.20788	+	-2.8278	39	37	13.7	39.62046798	0.637699202			
2	28	7	31	28.125278	-	8.75	28	7	22.2	28.12284722	67.74458333	-	1.738	28	7	20.51	28.12236458	0.471356171	1.871075	-	-2.8278	28	7	23.3	28.12315008	0.471368262			
3	73	50	38	73.843889	-	8.75	73	50	29.2	73.84145833	112.2540278	+	0.75	73	50	28.5	73.84125	0.960494296	0.289746	+	-2.8278	73	50	25.7	73.84046451	0.960490481			
4	38	24	54	38.415	-	8.75	38	24	45.2	38.41256944	112.2540278	+	0.75	38	24	44.5	38.41236111	0.621316841	1.261127	-	-2.8278	38	24	47.3	38.41314661	0.621327584			
5	36	42	57	36.715833	-	8.75	36	42	48.2	36.71340278	67.74651389	+	1.738	36	42	49.99	36.71388542	0.597819437	1.340925	+	-2.8278	36	42	47.2	36.71309892	0.597808447			
6	31	2	8	31.035556	-	8.75	31	1	59.2	31.03311111	67.74651389	+	1.738	31	2	0.938	31.03359375	0.515540562	1.662071	-	-2.8278	31	2	3.77	31.03437924	0.515552309			
7	24	20	22	24.339444	-	8.75	24	20	13.2	24.33701389	112.2548611	-	-0.75	24	20	14	24.33722222	0.412106365	2.210924	+	-2.8278	24	20	11.2	24.33643673	0.412093874			
8	87	55	13	87.920278	-	8.75	87	55	4.25	87.91784722	112.2548611	-	-0.75	87	55	5	87.91805556	0.999339892	0.036353	-	-2.8278	87	55	7.83	87.91884105	0.99934039			
和	356	237	250	360.01944	-	-70	356	236	240	359.9999861	0.001930556	對頂角差值	356	237	179.9	359.9999861	1.000135451	9.880101			356	237	180	359.9999861	0.999999991				
	360	58	50				360	0	0		-0.000833333	對頂角差值	360	0	0		-0.00013545				360	0	0						
1.四邊形內角和閉差差-70秒8個角=平均各角為-8.25秒 2.改正值:(角1~角8)為正值各角+1.25秒後,四邊形內角和為360度										1.對頂角和差值=-(角1+角2)-(角5+角6)/4 =+0.001930556/4=-1.738 改正值:(角1、角2)為負值、(角5+角6)為正值 2.對頂角和差值=-(角3+角4)-(角7+角8)/4 =-0.000833333/4=-0.75 改正值:(角3、角4)為正值、(角7+角8)為負值										1.邊條件方程式:SIN(1)*SIN(3)*SIN(5)*SIN(7)/SIN(2)*SIN(4)*SIN(6)*SIN(8)=1 1-1.000135451=-0.000135451 (邊長誤差) 2.改正值=-(206265)*(-0.000135451)/(COT(角1-角8)) 3.單數角改正值為正、雙數角改正值為負 4.SIN值接近1代表完成平差修正									
																													

資料來源：一、施永富，《測量學》，三民書局股份有限公司，2016年9月25日，327頁。二、黃桂生，《測量學》，全華圖書股份有限公司，2020年4月，5-23~28頁。三、作者彙整調製。

21 《陸軍野戰砲兵測地訓練教範》(桃園：國防部陸軍司令部，民國111年10月5日)，9-738頁。

(二) 在使用 RTK 衛星定位儀接收衛星定位資料數據時，採用規範內測量計算軟體實施計算運用，因測量計算軟體其依統計學及平差計算公式原理為基礎，可大幅度減少人工計算，進而提升多種軟體工具使用，增加數據可靠度及合理性，減少人員過度依賴 GPS 定位座標，其相關測量軟體如下 TBC 軟體計算處理 (Trimble Business Center)、GeoAssist 內業處理軟體、TopconMAGNET 軟體。²²

三、測地資料可靠度

在各作戰區目標獲得連測量排開設測地資料中心，其蒐整衛星控制點及測地統制點都需要利用多種測地手段，如 RTK 衛星定位儀、ULISS30 定位定向系統、三角測量、導線法，相互比對測地成果後再提供，各級砲兵單位運用。

結語

野戰砲兵在戰場上火力之發揚，座標精確取決於測量作業之精度，其中測量儀器隨著科技技術進步與發展，朝多元化及數位化方式加以精進測量運用方式，進而節省人員作業上錯誤，雖然現行測量作業多以使用 GNSS 衛星接收定位，不排除環境因素影響衛星定位狀況，然而傳統三角測量技術保留至今，必定有相關性及實用性。

就上述分析發掘相關所見事項如測角作業、平差計算、座標計算都較屬於人為誤差，以多種測量方式來檢視錯誤，避免測角作業及計算誤差，藉參考測量書籍研究及分析平差公式並建構結合 EXCEL 運算可增進人員判斷，再檢視三角測量量測內角錯誤進而修正，避免人員重複演算測量成果，浪費時間等狀況發生。

參考文獻

- 一、施永富，《測量學》(臺北：三民書局股份有限公司，2016 年 9 月 25 日)。
- 二、梁乙農，〈三角測量基線網、歸心計算與角度平差之研究〉《陸軍砲兵學術雙月刊》(臺南)，第 86 期，陸軍砲訓部，民國 85 年 10 月 16 日。
- 三、黃桂生，《測量學》(臺北：全華圖書股份有限公司，2020 年 4 月)。
- 四、林宏麟、薛穎智、許丞毅，《丙級測量技術士學科題庫題解》(臺北：旭營文化事業有限公司，2015 年 5 月 25 日)。
- 五、《陸軍野戰砲兵測地訓練教範》(桃園：國防部陸軍司令部，民國 111 年 10 月 25 日)。
- 六、《陸軍測距經緯儀操作手冊》(桃園：國防部陸軍司令部，民國 109 年 12 月 15 日)，4-167 頁。
- 七、《陸軍 IMT-8R 測地電算機操作手冊》(桃園：國防部陸軍司令部，民國 108 年 7 月 23 日)。
- 八、曾育養，〈砲兵測距經緯儀儀器誤差對測角作業影響之研究〉《砲兵季刊》(臺

²² 同註 11

南)，第 190 期，陸軍砲訓部，民國 109 年 9 月 30 日。

九、內政部國土測繪中心 <https://www.nlsc.gov.tw>，檢索日期 112 年 1 月 10 日。

十、<https://www.law.moj.gov.tw>，全國法規資料庫－基本測量實施規則－附表二以三角測量方法實施 一、二等基本控制測梁之精度規範，檢索日期 112 年 1 月 10 日。

作者簡介

顏嘉彰士官長，陸軍專科學校士官長正規班 39 期、曾任測量班長、連士官督導長，現任職陸軍砲兵訓練指揮部。