

具噴流邊界的 MHD 水平自然對流流場渦漩不穩定分析

The study of vortex instability characteristics in MHD natural convection flow with surface mass flux

呂金生*、許恒斌、周炳煌

Jin-Sheng Leu^{a*}, Heng-Bin Hsu^b, Biing-Hwang Jou^b

^{a*,b} 空軍航空技術學院飛機工程系

^{a*,b} Department of Aircraft Engineering, Air Force Institute of Technology

摘要

本文以理論方法探討具噴流邊界的等溫平板的自然對流流場，磁液動效應及噴流效應對其渦漩不穩定性的影響。基本流場部份利用相似轉換理論，此問題可尋得相似解，故利用六階朗吉——庫塔法(Runge-Kutta method)求解。擾動流場利用線性穩定理論，採用非平行擾動模式及局部相似假設推导出擾動流場的特徵值常微分方程組，數值方法使用朗吉——庫塔法及葛蘭——史密德(Gram-Schmidt) 正交法求解。數值結果顯示當平板存在一外加橫向磁場時，會明顯阻礙流場的對流情況，導致流場熱傳率的降低及增厚邊界層厚度。在渦漩不穩定性方面，磁場的存在會使平板自然對流流場趨於不穩定，磁場參數 M 越大，流場渦漩不穩定的情況越明顯。壁面吸入($f_w=0.1$)情況會使流場明顯的趨於穩定，而磁場效應在壁面噴出(blowing)的邊界情況下，對渦漩不穩定性的影響更明顯。

關鍵字：磁液動，渦漩不穩定，自然對流

Abstract

The vortex instability characteristics of laminar magneto-hydrodynamic (MHD) natural convection flow over a horizontal isothermal plate with a prescribed mass flux are studied. In the base flow, similarity solutions are obtained for a specific magnetic field strength and surface mass flux. The stability analysis is based on the linear stability theory incorporated with the non-parallel flow model. The velocity and temperature profiles, local Nusselt number, as well as instability parameters are obtained by conducting a parametric study of all involved parameters such as magnetic parameter M and blowing/suction parameter f_w . It is found that magnetic effect decreases the heat transfer rate and destabilizes the flow. Furthermore, the influence of magnetic effect on vortex instability is more pronounced for a blowing surface and fluid with $Pr=0.7$.

Keywords: MHD, vortex instability, natural convection

一、前言

有關磁液動力學(Magneto- hydrodynamics, MHD)的研究一直有許多學者投入。針對磁場效應對一平板的層流自然對流流場及溫度場影響的研究，在不同的邊界條件如等溫、等熱通量、特定溫度分佈，噴出或吸入時，Riley 等人有一系列的探討 [1-3]。理論分析均採用相似轉換理論

(similarity transformation)及有限差分法求解。理論分析結果均顯示磁場對流場及溫度場有明顯的影響。

流體在對流流場內的不穩定性問題一般可分成二種型態：一種稱為熱不穩定性，常見的有柏納問題(Benard problem)和貫軸渦漩不穩定性，另一種是波模式的不穩定性 (Tollmion-Schlichting

wave mode of instability)。渦旋熱不穩定性的機構主要係由於垂直於板面的浮力所造成，邊界層流體貫軸渦旋的特性係在 z 方向成週期性展開。貫軸渦旋產生表示流場存在二次流(secondary flow)，此時二維層流理論不再適用。流場預測不能再以層流模式，需要以紊流模式預測。所以在熱傳及材料工程上的應用，預測貫軸渦旋擾動的發生點與特性是一門重要研究的課題。

一般流體之渦旋熱不穩定性的研究文獻在實驗方面，Sparrow & Husar [4]以實驗探討了傾斜板上自然對流邊界層流場之渦旋擾動模式。Hwang & Lin [5] 歸納先前文獻實驗及理論結果的差異原因，重新對此問題作實驗的探討，得到更合理的數據。在理論分析的文獻中，首先都要藉由渦旋擾動的實驗觀察，假設合理的擾動模式，然後以線性穩定理論對擾動流場作分析，預測渦旋擾動的發生點及模擬渦旋的成長。在一般流體的自然對流方面，Tien et al. [6] 係以基本流場的非相似解和擾動流場的局部相似假設(local similarity assumption)以平行流(parallel flow)模式分析等溫及等熱通量傾斜板自然對流渦旋熱不穩定性問題。Lee et al. [7] 以非平行流(non-parallel flow)模式分析非等溫平板自然對流渦旋熱不穩定性問題，結果顯示非平行流模式所預測的結果較平行流模式更接近實驗值。Lin [8] 延續 Hwang & Lin [5]的實驗以理論分析此類問題，並重新定義渦旋不穩定的狀態，得到與實驗一致的理論結果。Jang & Lai [9]探討噴流效應對水平加熱板自然對流渦旋不穩定性的影響。結果說明在噴出邊界的流場趨於不穩定，吸入邊界流場趨於穩定。Jang & Leu [10]探討變黏度效應對等溫水平板自然對流渦旋不穩定性的影響。Elaiw et al. [11]探討變黏度效應對非等溫水平板混合對流渦旋不穩定性的影響，結果顯示變黏度效應在液體加熱情況使流場不穩定，在氣體加熱情況則使流場穩定。

有關流體受到外加均勻磁場作用的熱不穩定性問題目前集中在 Rayleigh-Benard 不穩定性問題的研究。Finlayson[12]首先對磁流體受到垂直均勻磁場及下方加熱情況的 Rayleigh-Benard 熱不穩定性問題做理論的探討。他利用線性不穩定理論分析流場，結果顯示磁力會增強重力所誘導的自然對流現象。當無磁場時臨界雷利數($Ra_{critical}$)的解析解是 1708，當有外加磁場時，臨界雷利數會介於 1708 與 3050 之間。Wen[13]等人以紋影法(Shadowgraphy)觀察外加磁場對 Hele-Shaw cell 中磁流體自然對流的影響，結果發覺 Hele-Shaw cell 的第三維非常小的厚度對不穩定性有極大的影響，另外外加磁場會使臨界雷利數降低，使流場趨於不穩定。除了 Rayleigh-Benard 熱不穩定性問題外，Chen & Wen[14]探討磁場對 Radial miscible flow 問題的影響，Shivakumara et al. [15]針對同心旋轉之雙層介電流體電液動不穩定特性作更深入的研究。

由以上之文獻回顧得知，當流場產生渦旋熱不穩定現象時，外加磁場對流場渦旋不穩定性的影響是很重要的課題，因此本文針對一般流體在具噴流邊界等溫平板的自然對流問題，當外加一垂直壁面的均勻磁場時，磁場強度對流場渦旋不穩定性的影響。此問題曾在 Leu & Jang [16] 探討過，但是內容僅探討磁場參數 M 及噴流參數 f_w 對巨觀的熱傳效率及渦旋穩定性的影響，磁場參數 M 及噴流參數 f_w 對基本流場的速度場、溫度場、局部剪應力、局部熱傳效率、擾動流場的中性穩定曲線的影響均未討論，所以本文擬接續探討這些重點。此問題基本流場存在相似解，故利用朗吉——庫塔法求解，擾動流場利用線性穩定理論，採用非平行擾動模式及局部相似假設，統御方程式亦使用朗吉——庫塔法求解。理論結果將詳細探討磁場參數對不同流體之等溫平板自然對流流場及渦旋不穩定性的影響，描述流場渦旋形成

特性的中性穩定曲線(neutral stability curve)及臨界 Grashof 數都將一併求出。

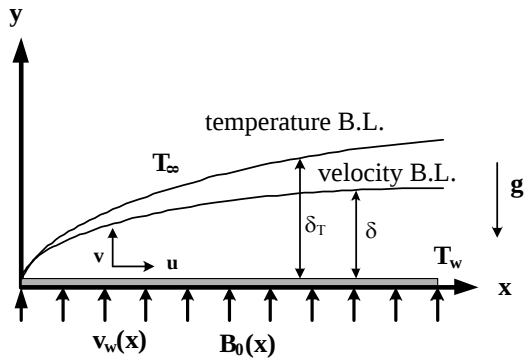
二、研究分析

本文利用相似轉換分析及線性穩定理論分析基本流場及擾動流場，以下就理論分析及數值方法兩部份來說明本文採用的研究方法及解決途徑。

2.1 理論分析

2.1.1 基本流場(base flow)

考慮具電導性的流體在一電絕緣的等溫平板，壁面溫度為 T_w ，外界溫度為 T_∞ ($T_w > T_\infty$)，壁面具噴出/吸入條件， $v_w(x) = A_1 x^m$ ， A_1 和指數 m 是常數。流場外加一均勻垂直壁面的磁場 $B_0(x)$ 。物理模式及座標系統如圖一所示。



圖一 等溫平板之自然對流邊界層流場及座標系統

圖中 x 表示邊界層沿平板流動方向的距離， y 表示垂直於壁面的距離， z 表示翼展方向的距離， B_0 是均勻磁場的磁通密度。此時流場為二維邊界層層流。浮力項之密度引用布斯尼克假設，其餘流體物理性質視為常數。則自然對流邊界層流場統御方程式可表示成

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g\beta \frac{\partial}{\partial x} \int_y^\infty (T - T_\infty) dy$$

$$+ v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} u \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3)$$

其中 u 和 v 是流場在 x ， y 方向的速度， ρ 是流體密度， α 是流體熱擴散係數。由於壁面是電絕緣，而且假設磁力雷諾數 (magnetic Reynolds number) $Re_m = \mu_0 \sigma v L \ll 1$ ，其中 μ_0 和 σ 是介磁係數和電導係數。因此感應磁場的影響可忽略不計。

邊界條件為

$$\begin{aligned} x=0, \quad y>0 \quad & u=0, v=0, T=T_\infty \\ x>0, \quad y=0 \quad & u=0, v=v_w=A_1 x^m \\ & T=T_w \\ y \rightarrow \infty \quad & u=0, T=T_\infty, \end{aligned} \quad (4)$$

參照邊界層厚度、速度及溫度之尺度分析關係式，並引入流線函數 Ψ ($u = \partial \Psi / \partial y$ ， $v = -\partial \Psi / \partial x$)，則可定義無因次化變數如下

$$\begin{aligned} \eta(x, y) &= \frac{y}{x} \left(\frac{Gr_x}{5} \right)^{1/5} \\ f(\eta) &= \frac{\Psi(x, y)}{5v(Gr_x/5)^{1/5}}, \quad \theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $Gr_x = g\beta(T_w - T_\infty)x^3/v^2$ 為哥雷秀富數。將(5)式代入流場統御方程式和邊界條件，統御方程式可表示成

$$\begin{aligned} f''' + 3ff'' - (f')^2 + \frac{2}{5}\eta\theta \\ + \frac{2}{5} \int_\eta^\infty \theta d\eta - Mf' = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{1}{Pr} \theta'' + 3f\theta' - 5nf'\theta = 0 \quad (7)$$

邊界條件為

$$\begin{aligned} f(0) &= f_w, \quad f'(0) = f'(\infty) = 0 \\ \theta(0) - 1 &= \theta(\infty) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

(6)-(8)式即為基本流場的無因次統御方程式及邊界條件。相似轉換分析所得到的磁場參數 M 及噴

流參數 f_w 為

$$M = \left(\frac{\sigma B_0^2}{\mu} \right) \left(\frac{Gr_x}{5} \right)^{-\frac{2}{5}} x^2 \quad (9)$$

$$f_w = \frac{-A_1 x^{m+1}}{3\nu} \left(\frac{Gr_x}{5} \right)^{-\frac{1}{5}} \quad (10)$$

噴流參數 $f_w > 0$ 代表壁面為吸入(suction)條件, $f_w < 0$ 代表壁面為噴出(blowing)條件, $f_w = 0$ 表示壁面為不可穿透。由數學相似轉換後的壁面剪應力和紐塞數可表示成

$$\tau_{w,x} = \frac{5\rho\nu^2}{x^2} \left(\frac{Gr_x}{5} \right)^{\frac{3}{5}} f''(0) \quad (11)$$

$$Nu_x = - \left(\frac{Gr_x}{5} \right)^{\frac{1}{5}} \theta'(0) \quad (12)$$

2.1-2 擾動流場(disturbance flow)

產生貫軸渦旋不穩定性的擾流場是三維流場, 本計畫利用線性穩定理論分析擾動流場, 假設在任何瞬間基本流場速度, 壓力及溫度存在微小的干擾量, 將受干擾之物理量代入三維流場統御方程式並減去基本流場關係式, 經過線性化過程, 將高階擾動量的乘積忽略, 參考[7]的尺度分析, 可得到無因次擾動流場統御方程式

$$\frac{\partial v^+}{\partial y} + \frac{\partial w^+}{\partial z} = 0 \quad (13)$$

$$\left[u^+ \frac{\partial u_0}{\partial x} + u_0 \frac{\partial u^+}{\partial x} + v_0 \frac{\partial u^+}{\partial y} + \frac{1}{\varepsilon} v^+ \frac{\partial u_0}{\partial y} \right] = \frac{\partial^2 u^+}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u^+}{\partial z^2} - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} \varepsilon^2 L^2 u^+ \quad (14)$$

$$\left[\varepsilon u^+ \frac{\partial v_0}{\partial x} + u_0 \frac{\partial v^+}{\partial x} + v_0 \frac{\partial v^+}{\partial y} + v^+ \frac{\partial v_0}{\partial y} \right] = - \frac{\partial p^+}{\partial y} + \frac{\partial^2 v^+}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v^+}{\partial z^2} + \frac{5}{\varepsilon} t^+ \quad (15)$$

$$\left[u_0 \frac{\partial w^+}{\partial x} + v_0 \frac{\partial w^+}{\partial y} \right] = - \frac{\partial p^+}{\partial z} + \frac{\partial^2 w^+}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w^+}{\partial z^2} \quad (16)$$

$$u^+ \frac{\partial T_0}{\partial x} + u_0 \frac{\partial t^+}{\partial x} + v_0 \frac{\partial t^+}{\partial y} + \xi v^+ \frac{\partial T_0}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \left[\frac{\partial^2 t^+}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t^+}{\partial z^2} \right] \quad (17)$$

利用推導技巧將壓力項及 w^+ 消去, 並採用非平行模式之渦旋擾動量模式 $(U, V, \Theta) = [u^+(X, Y), v^+(X, Y), t^+(X, Y)] \text{Exp}(iaZ)$, 其中 a 為翼展方向的渦旋數(spanwise wave number), 渦旋在 Z 方向成週期性變化, 而擾動源振幅是 X, Y 的函數。定義 $\kappa^2 = a^2(x/L)^{4/5}$ 且配合局部相似假設, 則擾動流場方程式可轉換成常微分之線性穩定方程式。

$$U'' + a_1 U' + a_2 U + a_3 V = 0 \quad (18)$$

$$V''' + b_1 V'' + b_2 V' + b_3 V + b_4 V + b_5 U + b_6 \Theta = 0 \quad (19)$$

$$\Theta'' + c_1 \Theta' + c_2 \Theta + c_3 U + c_4 V = 0 \quad (20)$$

邊界條件為

$$U(0) = V(0) = V'(0) = \Theta(0) = 0 \\ U(\infty) = V(\infty) = V'(\infty) = \Theta(\infty) = 0 \quad (21)$$

其中

$$a_1 = 3f$$

$$a_2 = 2\eta f'' - 2f' - \kappa^2 - M$$

$$a_3 = -5f'' \left(\frac{Gr_x}{5} \right)^{\frac{1}{5}}$$

$$b_1 = 3f$$

$$b_2 = 5f' - 2\kappa^2$$

$$b_3 = 2f'' - 3\kappa^2 f$$

$$b_4 = \kappa^2 \left[\kappa^2 + 2\eta f'' - f' \right]$$

$$\begin{aligned}b_5 &= \frac{2\kappa^2}{5} \left(\frac{Gr_x}{5} \right)^{-\frac{1}{5}} \left[3f - \eta f' - 2\eta^2 f'' \right] \\b_6 &= -5\kappa^2 \left(\frac{Gr_x}{5} \right)^{\frac{1}{5}} \\c_1 &= 3Prf \\c_2 &= Prf' - \kappa^2 \\c_3 &= \frac{2}{5}Pr\eta\theta' \\c_4 &= -Pr\theta' \left(\frac{Gr_x}{5} \right)^{\frac{1}{5}}\end{aligned} \quad (22)$$

邊界條件(21)是由於擾動量在板面和邊界層之外消失為零， $V'=0$ 是由連續方程式所產生的。此方程式組和邊界條件形成一特徵值問題， Gr_x 是相對應的特徵值。解題時設定 Pr ， f_w 及 M 值，則所得 Gr_x 和 κ 的相對應曲線即為中性穩定曲線。

2.2 數值方法

基本流場的統御方程式(6)-(8)式係拋物線型常微分聯立方程式，由於此問題存在相似解，故利用朗吉——庫塔法求解。擾動流場統御方程式(18)-(21)為常微分方程式組，此為一特徵值與邊界值問題，採用朗吉——庫塔法及葛蘭——史密德正交法求解。詳細數值方法請參考[16]。

三、結果與討論

本文數值結果分為基本流場及擾動流場兩部份，圖二至圖七描述基本流場，圖八、圖九描述擾動流場。探討參數包括磁場參數 M ($M=0, 1, 2, 3, 4$)，噴流參數 f_w ($f_w=-0.1, -0.05, 0, 0.05, 0.1$)，工作流體為空氣($Pr=0.7$)和水($Pr=7.0$)。圖二及圖三描述具磁場($M=1$ ，實線)及無磁場($M=0$ ，虛線)時在

不同 f_w 下，空氣和水的速度及溫度的變化情況。圖中明顯看出當流場外加一橫向磁場後，磁場會阻礙流場的對流，速度場強度明顯減弱，溫度邊界層明顯變厚。壁面噴出($f_w=-0.1$)情況會使速度強度增加，但也讓溫度邊界層增厚。壁面吸入($f_w=0.1$)情況則有相反現象。

圖四、圖五描述空氣和水在不同噴流參數 f_w 下，局部剪應力 τ_{wx} 隨磁場參數 M ($M=0\sim 4$)變化的情況。從這兩圖可更清楚看出磁場存在對流場的阻礙情況，所以也降低了流場黏滯力造成的剪應力。圖中顯示 M 越大，剪應力越小。另外，壁面吸入($f_w=0.1$)情況存在更小的剪應力是因為其使速度變慢，強度變弱，所以剪應力變小。

圖六、圖七描述空氣和水在不同噴流參數 f_w 下，局部熱傳效率 Nu_x 隨磁場參數 M ($M=0\sim 4$)變化的情況。由於磁場存在阻礙了流場的發展，所以也降低了流場的熱傳遞能力。 M 越大，局部熱傳效率越低。另外，壁面吸入($f_w=0.1$)情況會提高流場熱傳效率，主要是因為壁面吸入條件會使溫度邊界層變薄，溫度梯度提高，所以增強熱傳效率。

圖八、圖九描述空氣和水在 $f_w=-0.1, 0, 0.1$ 的不同磁場參數 M ($M=0, 1, 2, 3, 4$)的中性穩定曲線，橫座標是無因次渦漩數 κ ，縱座標是哥雷秀富數 Gr_x ，表一則整理出在不同磁場參數 M 和噴流參數 f_w 的臨界哥雷秀富數 Gr_x^* 及無因次渦漩數 κ^* ，及其與無磁場存在時的比較。由圖及表可看出磁場的存在會使平板自然對流流場趨於渦漩不穩定，而影響渦漩不穩定的程度隨 M 的增大而加大。另外，壁面吸入($f_w=0.1$)情況會使流場明顯的趨於穩定，壁面噴出($f_w=-0.1$)情況會使流場趨於不穩定。另外，磁場效應對流體是空氣時所受的影響較大。而在壁面噴出的情況，磁場效應對流場不穩定性的影響程度更明顯。例如，當 $M=4$ 時， $f_w=0$ 水的 $Gr_x^*_{(M=4)}/Gr_x^*_{(M=0)}$ 比值降至 7.2%，空氣

的 $Gr_x^*(M=4)/Gr_x^*(M=0)$ 比值降至 2.34%。而空氣相對應 $Gr_x^*(M=4)/Gr_x^*(M=0)$ 的比值在 $f_w=0.1$ 降至 3.86%，而在 $f_w=-0.1$ 則降至 1.52%。

四、結論

本計畫探討磁場參數 M ($M=0, 1, 2, 3, 4$) 及不同噴流參數 f_w ($f_w=-0.1, 0, 0.1$) 對流場及溫度場的影響，並探討這些參數對渦旋不穩定性的影響。數值結果顯示外加橫向磁場會阻礙流場的對流，降低流場熱傳率及增厚邊界層厚度。壁面吸入 ($f_w=0.1$) 情況可使溫度邊界層變薄，增加溫度梯度，提高熱傳效率。在渦旋不穩定性分析方面，磁場的存在會使平板自然對流流場趨於不穩定，而影響渦旋不穩定的程度隨 M 的增大而加大。壁面吸入 ($f_w=0.1$) 情況會使流場明顯的趨於穩定，壁面噴出 ($f_w=-0.1$) 情況會使流場趨於不穩定。

五、參考文獻

1. N. Riley, 1964, Magnetohydrodynamic free convection, J. Fluid Mech., Vol.18, pp.577-586.
2. H. K. Kuiken, 1970, Magnetohydrodynamic free convection in a strong cross field, J. Fluid Mech., Vol.40, pp.21-38.
3. G. Wilks, and R. Hunt, 1984, Magnetohydrodynamic free convection flow about a semi-infinite plate at whose surface the heat flux is uniform, J. Appl. Math. Phys., Vol.35, pp.34-39.
4. E. M. Sparrow and R. B. Husar, 1969, Longitudinal vortices in natural convection flow on inclined plates, J. Fluid Mech., Vol.37, pp.251-255.
5. G. J. Hwang, and M. H. Lin, 1995, Estimation of the onset of longitudinal vortices in a laminar boundary layer heated from below, ASME J. Heat Transfer, Vol.117, pp.835-842.
6. H. C. Tien, T. S. Chen and B. F. Armaly, 1986, Vortex instability of natural convection flow over horizontal and inclined plates with uniform surface heat flux, Numerical Heat Transfer, Vol.9, pp.697-713.
7. H. R. Lee, T. S. Chen and B. F. Armaly, 1991, Non-parallel thermal instability of natural convection flow on non-isothermal inclined flat plates, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.35, pp.207-220.
8. M. H. Lin, 2001, Numerical study of formation of longitudinal vortices in natural convection flow over horizontal and inclined surfaces, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.44, pp.1759-1766.
9. J. Y. Jang and K. N. Lie, 1993, Vortex instability of free convection with surface mass flux over a horizontal surface, AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 7, pp. 749-751.
10. J. Y. Jang and J. S. Leu, 1994, Variable viscosity effects on the vortex instability of free convection boundary layer flow over a horizontal surface, Numerical Heat Transfer, Part A, Vol.25, pp.495-500.
11. A. M. Elaiw, F. S. Ibrahim, A. A. Bakr, A. A. Salama, 2011, Effect of variable viscosity on vortex instability of mixed convection boundary layer flow adjacent to a non-isothermal horizontal surface in a porous medium, Arabian Journal for Science and Engineering, Vol. 36, pp.1517-1528.
12. B. A. Finlayson, 1970, Convective instability of Ferromagnetic Fluids, J. of Fluid Mech., Vol.40, pp.753-767.
13. C. Y. Wen, C. Y. Chen, and S. F. Yang, 2002, Flow visualization of natural convection of

- magnetic fluid in a rectangular Hele-Shaw cell, J. of Magnetism and Magnetic Materials, Vol.252C, pp.206-208.
14. C. Y. Chen, and Y. C. Wen, 2002, Numerical simulations of miscible magnetic flows in a Hele-Shaw cell: Radial flows, J. of Magnetism and Magnetic Materials, Vol.252, pp.296-298.
15. I. S. Shivakumara, M. Akkanagamma, and Chiu-On Ng, 2013, Electrohydrodynamic instability of a rotating couple stress dielectric fluid layer, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.62, pp.761-771.
16. J. S. Leu, and J. Y. Jang, 2008, Effect of a Magnetic Field on Vortex Instability of Natural Convection Flow over a Horizontal Plate with Blowing and Suction, Journal of the Chinese Institute of Engineers, Vol.31, pp.879-884.

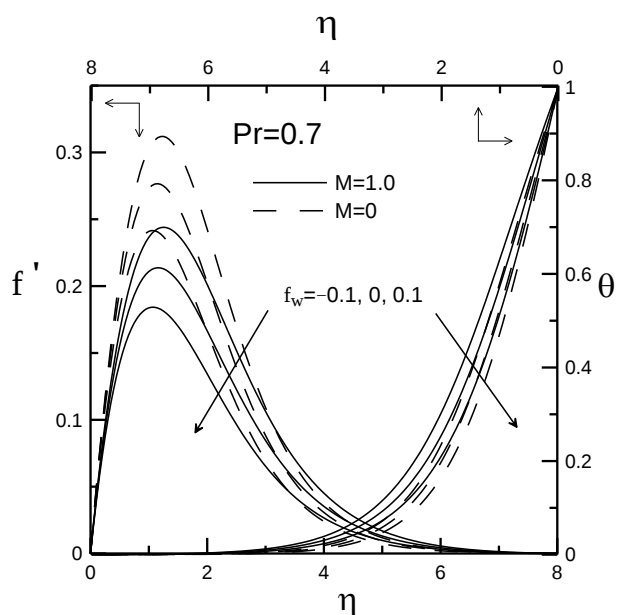
表一 空氣及水在不同噴流參數 f_w 及磁場參數 M 的臨界無因次渦漩數 κ^* 及哥雷秀富數 Gr_x^*

(a) 空氣($Pr=0.7$)

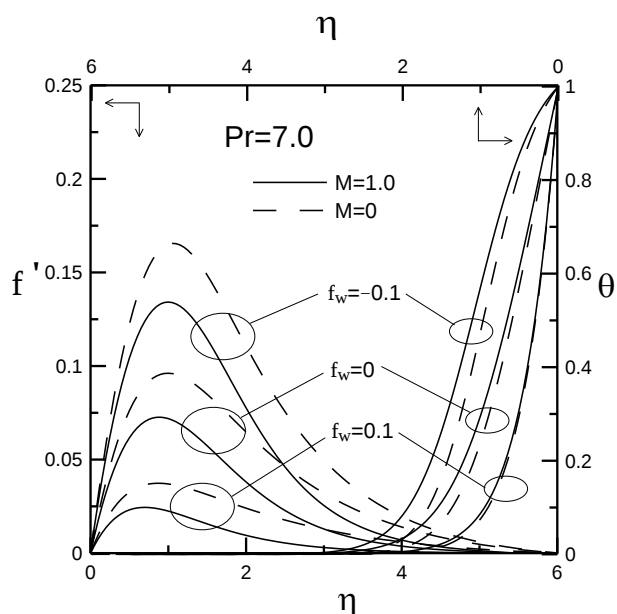
M \	$f_w=-0.1$		$f_w=0.0$		$f_w=0.1$	
	Gr_x^*	κ^*	Gr_x^*	κ^*	Gr_x^*	κ^*
0 (Jang and Lai [9])	255.5	0.560	388.5	0.582	600.6	0.604
0	259.8844 (100%)	0.555 (100%)	402.4215 (100%)	0.571 (100%)	639.4372 (100%)	0.585 (100%)
1	62.8929 (24.2%)	0.455 (81.9%)	108.3973 (26.9%)	0.472 (82.7%)	196.6266 (30.7%)	0.49 (83.9%)
2	22.4547 (8.64%)	0.404 (72.8%)	42.6011 (10.58%)	0.415 (72.7%)	86.5504 (13.5%)	0.435 (74.3%)
3	8.1104 (3.12%)	0.363 (65.4%)	17.5859 (4.37%)	0.375 (65.7%)	41.4313 (6.48%)	0.395 (67.5%)
4	3.9712 (1.52%)	0.335 (60.3%)	9.4367 (2.34%)	0.351 (61.5%)	24.704 (3.86%)	0.372 (63.5%)

(b) 水($Pr=7.0$)

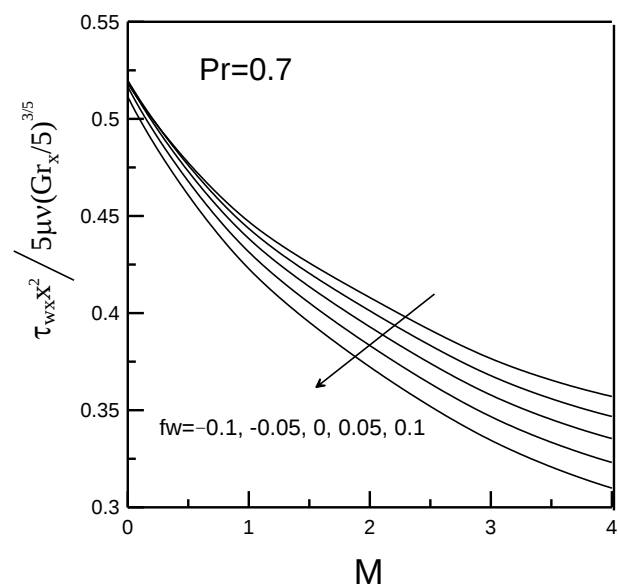
M \	$f_w=-0.1$		$f_w=0.0$		$f_w=0.1$	
	Gr_x^*	κ^*	Gr_x^*	κ^*	Gr_x^*	κ^*
0 (Jang and Lai [9])	15.23	0.910	57.94	0.960	883.5	1.100
0	14.1896 (100%)	0.891 (100%)	54.6403 (100%)	0.931 (100%)	814.1676 (100%)	1.081 (100%)
1	4.2526 (30.0%)	0.735 (82.5%)	19.0464 (34.9%)	0.773 (83.0%)	508.8514 (62.5%)	0.972 (89.9%)
2	1.834 (12.9%)	0.661 (74.2%)	9.7445 (17.8%)	0.695 (74.7%)	407.5841 (50.1%)	0.928 (85.8%)
3	0.9631 (6.78%)	0.609 (68.4%)	5.8924 (10.8%)	0.655 (74.4%)	352.8186 (43.3%)	0.901 (83.3%)
4	0.5746 (4.05%)	0.582 (65.3%)	3.9389 (7.2%)	0.619 (66.5%)	317.8223 (39.0%)	0.885 (81.9%)



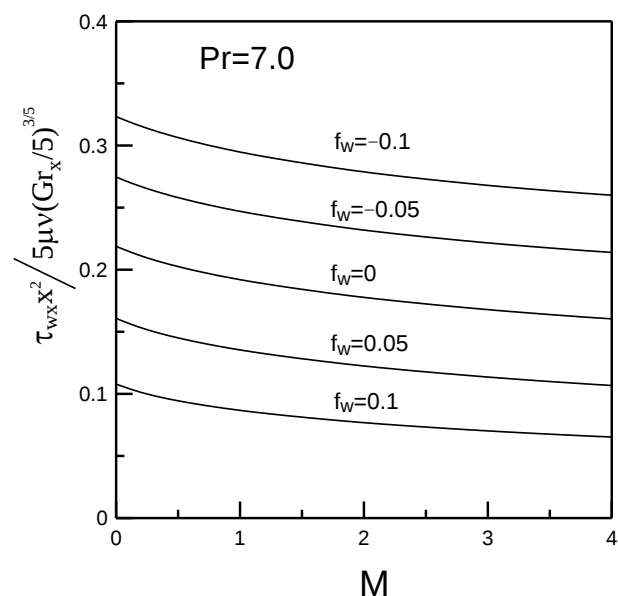
圖二 具磁場及無磁場時，不同噴流參數 f_w 的速度與溫度分布($Pr=0.7$)



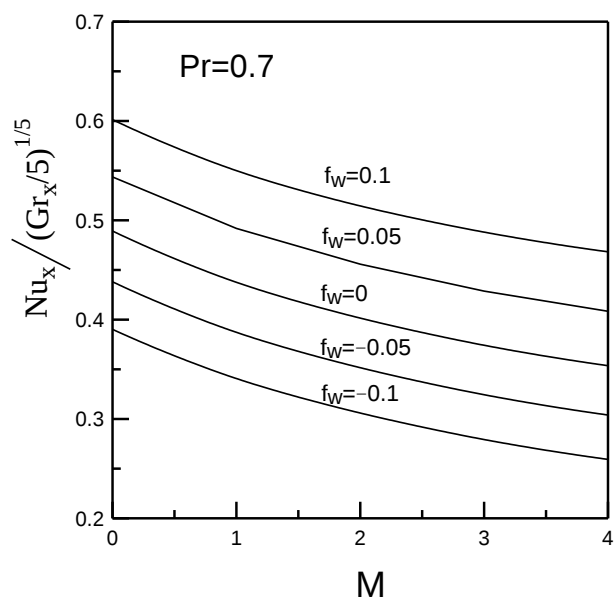
圖三 具磁場及無磁場時，不同噴流參數 f_w 的速度與溫度分布($Pr=7.0$)



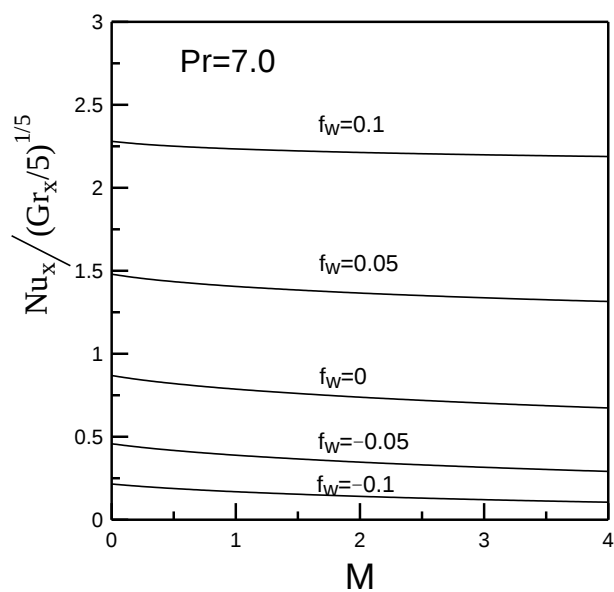
圖四 不同噴流參數 f_w ，磁場參數 M 對剪應力的影響($Pr=0.7$)



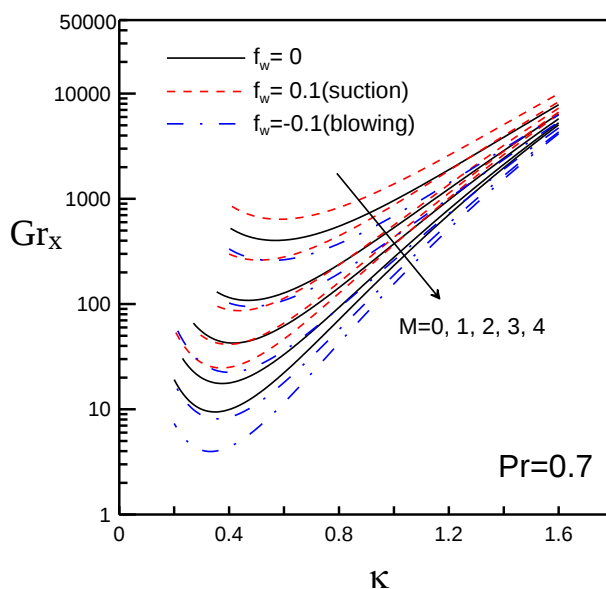
圖五 不同噴流參數 f_w ，磁場參數 M 對剪應力的影響($Pr=7.0$)



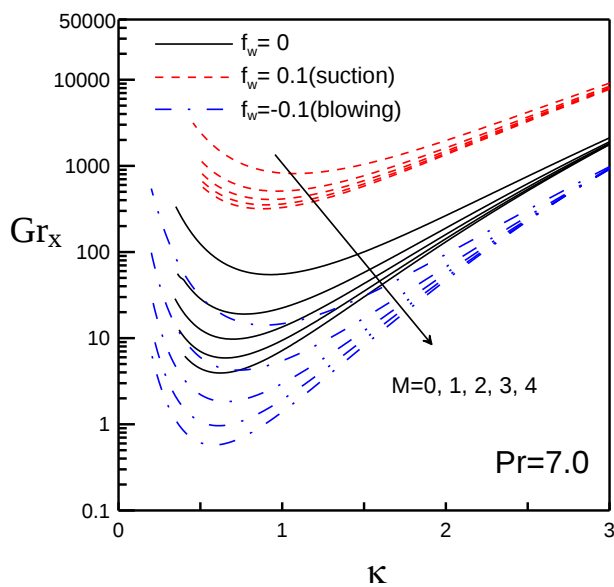
圖六 不同噴流參數 f_w ，磁場參數 M 對熱傳效率的影響($Pr=0.7$)



圖七 不同噴流參數 f_w ，磁場參數 M 對熱傳效率的影響($Pr=7.0$)



圖八 不同磁場參數 M 的中性穩定曲線($Pr=0.7$)



圖九 不同磁場參數 M 的中性穩定曲線($Pr=7.0$)