

飛行小時成本簡介

—簡述最小平方法模型之應用

蘇義凱

國防大學財務管理學系
助理教授

林政憲

國防大學財務管理學系
助理教授

曾俊然

國防大學國防管理
教育訓練中心教官

壹、前言

飛行小時成本常被各國空軍作為一種制定作戰戰術和預算編列的指標，其計算方式為總營運和維持成本除以總飛行小時時數。而飛行小時成本亦被視為檢視飛行員對航空機具操作熟練度的標準，也就是當兩位飛行員在同一個時段駕駛同一種機型之飛行器，並執行同一類的飛行任務或訓練，在執行期間耗費最低成本的飛行員被定義為熟練程度較高。簡單的說明在理論上，對經營民航機運輸公司而言，精確的估計飛行小時成本，能進一步將該成本的資訊反饋在機票座位定價與營業利潤的掌控，近年在航空產業的相關文獻中，部分研究使用機器學習（Machine Learning）方法，進行預測票價及班機延誤預測等分析（Tuli et al., 2023；Jiang et al., 2020；Yu et al., 2019）。將機器學習方法運用於預測建模核心在於，盡可能降低模型誤差的條件，期以增進模型的解釋能力，通常透過跨領域方式，進行各種演算法整合，其中亦包括一定程度的統計學元素。

而對國防部來說，在考量年度計畫性演訓及非計畫性監偵任務後，得到所預估之總飛行

小時數，將其與每小時的飛行成本進行相乘，即可初步推估出空軍在執行飛行任務上所需之預算額度。然而實務上，計算實際成本是較為複雜與繁瑣，並非像理論上那般簡易，即便飛行小時成本是個估計值，仍扮演著不可或缺的角色。考量我國空軍現行在飛行小時成本領域的作業仍處於資料收集階段，並未能像美國空軍一般，進一步利用計畫飛行小時數與飛行小時成本的參數作為預算編列的評估方法（高秉鎰，2022；俞佩綸、鄭丞晏，2020），故本研究將介紹以普通最小平方法（Ordinary Least Squares）來估計飛行小時成本相關模型，期以提供我國空軍參考運用。本文內容除前言外，其他架構為文獻探討、模型簡介及結論。

貳、文獻探討

Hildebrandt & Sze（1990）擷取獨特操作與支援明顯性與管理系統（Visibility and Management of Operating and Support Costs, VAMOSC）中的作業維護成本資料，並透過橫斷面迴歸方法（cross-sectional regression approach）建構飛機作業維護成本模型，研究發現作業維護成本的增幅小於飛行時間的增長

比例，亦即當飛行時數增加一倍時，作業維持成本的增幅小於一。此外，該研究發展作業維護成本與「飛機設計特性（aircraft design features）」和「使用率（operating tempo）」變數的估計關係，其中有關飛機設計特性的變數包含戰機、運輸機及特殊任務機型等；而使用率變數則包含飛行時數、飛機數量、飛行成本及平均執行任務年限等。而前述關係的釐清有助於設計計畫預算前期階段中，評估採購計畫的作業維護成本。

飛行小時成本的應用，在早期文獻中，會將飛行小時成本估計值乘上預估的飛行時數，進一步用來推估生命週期成本（life cycle cost）。然而Wallace et al.（2000）指出在完全不同飛行行為的條件下，該模型無法充分預測未來成本，換句話說，使用承平時期（peacetime）數據所估計的飛行小時成本模型，應用在戰時（wartime）成本預測將會失準，Wallace et al.（2000）表示可以採用包含地面時間（time on the ground）、架次（sorties）和著陸（landings）等影響消耗成本變數的物理基礎模型（physics-based model），來預測戰時耗損成本，以增加預測數據的穩健性。歷史文獻除了討論定翼機型的飛行小時成本研究，部分文獻則致力於探討旋翼機，即各類直升機飛行小時成本預測的精準度，試圖降低實際費用與預算額度的差異值（Hawkins, 2004；Laubacher, 2012）。

Unger（2009）觀察到當飛行小時數增加一倍時，維護費用僅增加56%，並且發現固定維護成本的表現具有統計的顯著特性。因此Unger（2009）建議在飛機使用率與作業維持成本關係不成比率的條件下，成本分析模型應將成本變數區分為固定與變動兩種因子，再進行討論。此外，研究中發現現行美國空軍預算編

列方式存在過度編列（當飛行時數相較於以往年度增加時）與編列不足（當飛行時數相較於以往年度降低時）現象，因此在實務操作上，Unger（2009）建議國防預算規劃人員在取得次年度預估飛行小時數據後，若所預估飛行時數高於以前年度資料時，則預算規劃人員所提供之預算增額比率應小於飛行時數之增加比率；反之，當所預估的飛行時數低於以前年度資料時，則規劃之預算減少比率應小於飛行時數之降低比率，透過前述調整作業以降低預算過度編列或編列不足問題。

Roche（2001）表示機齡較高的飛機在面對機械故障時，受到消失性商源及維修部件越趨複雜等因素影響，使得維修作業變得更加艱難。Rose（1997）提出飛行小時成本可以拆解成三個要素，包含消耗品（consumable supplies）、燃油（aviation fuel）及廠級維修（depot level repairable）等。其中，消耗品部分包括使用後即丟棄及不具維修價值之飛機零附件，舉例來說：螺絲、墊圈、燈泡和電線等皆屬此類。燃油部分則表示為航空用油。而廠級維修則是包含定期維修的飛機部件及仍具維修價值的損壞飛機部件。在前述構成飛行小時成本三個基本要素的框架下，飛行小時成本各項因子的估計具有其獨特性質。首先，就消耗品部分，需收集前8個季度實際飛行小時與依據技令執行維護歷史資料，其中包括技術訂單的時間合宜性判斷、階段檢測、調整和作業速度的變動情形，透過滾動式修調，藉以消除基期內非經常性成本，了解未來變化，簡言之，即排除消耗品成本的干擾項，掌握其時間序列資料產生過程（data generation process）的特性。對燃油要素來說，其估計時須考量航空用油的消費歷史數據和實際飛行小時的5年移動平均值。

由於美國空軍在飛行小時成本的估計長期

存在不準確情形，每當經費不足時，空軍便向國會請求額外的經費，而國會通常會抽走原本空軍編列執行現代化設備更新的經費，用以彌補前述經費編列不足的缺口，長此以往，飛機設備未能如期更新，使得機型越來越老舊，導致飛行成本逐步攀升。為解決這樣的問題，Hawkes & White (2007) 蒐集經濟、營運和計畫數據資料並利用複迴歸模型進行F-16C/D型戰機之飛行小時成本預測研究，試圖解決長久以來美國空軍在推估預算額度錯誤的問題，其發展兩款具有解釋能力的飛行小時成本模型。

參、模型簡介

本節將進行飛行小時成本模型之介紹，包含簡單迴歸與複迴歸方法的應用。依據統計學教科書Keller (2023) 介紹以最小平方方法進行固定成本與變動成本的估計概念，我們可以將其運用在飛行小時成本的估計上，

$$y_t = b_0 + b_1 x_t \cdots (1)$$

其中， y_t 表示為在 t 時點所收集的成本數據資料， x_t 表示為在 t 時點的飛行小時數， b_0 、 b_1 則分別表示為固定成本、變動成本之估計參數，亦即每飛行1小時需耗費 b_1 元，即便未執行飛行任務亦需耗費 b_0 元。在式 (1) 中，我們僅以飛行小時作為自變數 (independent variable) 與所耗成本數據作為依變數 (response variable) 即可簡易分析出執行飛行任務所需之成本消耗參數。然而在飛行小時成本的進階模型建構上，式 (1) 的模型設定將不敷使用，故須採用複迴歸方程式進行分析，

$$y_t = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_{i,t} \cdots (2)$$

在Hawkes & White (2007) 的研究中， y_t 表示為在 t 時點的飛行小時成本，即飛行耗用費用除以飛行小時時數，而 $x_{i,t}$ 則包含平均出勤期間

(average sortie duration)、平均機齡 (average age)、部屬比率 (percent deployed)、發動機類型比率 (percent engine type)、機型比率 (percent block)、隸屬單位 (major command, MAJCOM)、基地位置 (location)、飛機利用率 (utilization rate) 及以前年度飛行小時 (previous year for the Cost per Flight Hour) 等9個自變數，上述所列的自變數為過去歷史文獻中，一些可能會影響飛行小時成本的因子，但可能只有部分自變數具有影響與解釋能力，因此，Hawkes & White (2007) 先利用逐步迴歸 (stepwise regression) 方法篩選出具有影響性的自變數，接著才進行飛行小時成本的變數分析。該研究使用逐步迴歸法的目的，在於先行過濾眾多可能影響變數，確認屬於具有影響依變數的關鍵自變數後，再行估計與分析，逐步迴歸在執行上的演算方法包含：向前逐步迴歸法 (forward stepwise regression)、向前選擇 (forward selection)、向後消除法 (backward elimination)、向後逐步 (backward stepwise) 及階段性迴歸法 (stagewise regression) 等5種。而逐步迴歸模型篩選標準包括誤差平方和的減少量 (error sum of squares reduction)、偏相關係數 (coefficient of partial correlation)、 t 統計量和 F 統計量等指標。透過篩選指標進行迴歸方程式的解釋能力比較，將貢獻不顯著的自變數剔除 (Kutner et al., 2004)。Hawkes & White (2007) 指出主要影響F-16機型飛行小時成本因素，僅包含飛機利用率、基地位置、機型比率及發動機類型比率等4項。

在此我們簡單介紹如何利用向前選擇的演算法進行逐步迴歸估計，舉例來說，現有3個自變數 x_1 、 x_2 、 x_3 ，若採用向前選擇的方法進行變數篩選，則一開始先將 x_1 、 x_2 、 x_3 變數輪流各自放到迴歸式內 (只進不出)，接著透過 t 統計量

和 F 統計量的估計值進行該變數解釋能力的判讀，而 t 統計量為，

$$t_k = \frac{b_k}{s\{b_k\}}, \quad k=1, 2, 3 \cdots (3)$$

其中， t_k 為第 k 個變數的 t 統計量， b_k 表示為第 k 個變數的估計係數， $s\{b_k\}$ 表示為第 k 個變數的標準差，當 t 統計量的值小於臨界值，則表示該變數表現不顯著，建議刪除該變數，此為第1個變數篩選標準，此外，我們亦可利用 F 統計量來輔助判斷， F 統計量為，

$$F_{j|k} = \frac{MSR(x_j|x_k)}{MSE(x_j, x_k)}, \quad k=1, 2, 3; j=1, 2, 3; j \neq k \cdots (5)$$

當第1個變數 x_k 已在迴歸模型中，在增加第2個變數 x_j 時， $j \neq k$ ，其偏 F 統計量如式（5）所示，此時，若 $F_{j|k}$ 值大於未考量第2個變數 x_j 的 F 統計量，則說明模型納入第2個自變數能提高

$$F_{k|j} = \frac{MSR(x_k|x_j)}{MSE(x_j, x_k)}, \quad k=1, 2, 3; j=1, 2, 3; j \neq k \cdots (6)$$

若 $F_{k|j}$ 小於 F 統計量，則表示變數 x_k 的貢獻不顯著，應剔除變數 x_k 。透過前述的演算過程進行自變數的篩選，最後保留具有解釋能力的自變數，剔除不具影響的變數，進一步獲得簡約且精確的迴歸模型。

肆、結 論

國防預算編列、使用、記錄及數據彙整分析，乃透由主計單位的歲計、會計和統計部門分工作業來執行，簡單的說國防經費在執行完畢後，所有相關資訊將彙集於統計部門，該部門應透過資料整理和分析，將有用訊息反饋給歲計部門，讓次一年度的預算編列更為精確，進一步增進預算執行效率。

$$F_k = \frac{MSR(x_k)}{MSE(x_k)}, \quad k=1, 2, 3 \cdots (4)$$

其中， F_k 為第 k 個變數的 F 統計量，用來檢定 $b_k=0$ 的虛無假設，當 F_k 值大於臨界值時，則證實 b_k 估計參數顯著異於零的假設，而式（4）中， $MSR(x_k)$ 表示為第 k 個變數的迴歸均方（mean square of regression）， $MSE(x_k)$ 為第 k 個變數的均方誤差（mean squared error）。在加入變數的過程中，我們得以計算出偏 F 統計量（partial F statistics），

解釋能力，反之則否。在將第2個變數納入模型後，如要確認是否要剔除前一個自變數，則須計算式（6）的偏 F 統計量，

鑒於國外文獻在分析飛行小時成本的議題上已有相當多討論，因此本研究著眼於介紹如何將最小平方法模型運用在飛行小時成本分析之文獻，期以拓展我國空軍在飛行小時成本資料應用與分析之視野。在進行飛行小時成本之分析時，最單純的方式就是先區分每單位小時的飛行需要耗用多少固定成本與變動成本，而這個部分我們可以透過簡單迴歸模型進行估算。若要進一步了解各種可能影響飛行小時成本因素的程度，則可以透過複迴歸模型進行估計，然而在參考以往文獻所列之可能具有影響力的解釋變數後，可以發現在所欲執行的複迴歸方程式裡，可能包含部分不具解釋能力之變數，導致模型不夠簡約，特別是在分析不同機種和機型時，影響其飛行小時成本的因素可能

有所不同，因此，建議可以使用Hawkes & White (2007)的方法，透過逐步迴歸的演算程序，先找到最具解釋能力之複迴歸模型後，再進行飛行小時成本細部的分析與預測，最後將這些分析的資訊回饋到預算編列及後勤備料系統中，以提升國防資源配置最適效益。

參考文獻

1. 高秉鎰(2022年).美國空軍飛行小時成本之研析.主計季刊,第62卷第4期,55-72.
2. 俞佩綸、鄭丞晏(2020年).美國蘭德公司報告讀後感-比較美軍及本軍飛行小時成本作業差異.主計季刊,第60卷第1期,37-47.
3. Hawkes, E.M., & White, E.D.(2007). Predicting the cost per flying hour for the F-16 using programmatic and operational data. *Journal of Cost Analysis and Management*, 9, 15–27.
4. Hawkins, J.C. (2004). Analysis and forecasting of army operating and support cost for rotary aircraft. [Unpublished master's thesis]. Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson Air Force Base, Dayton, OH, USA.
5. Hildebrandt, G. G., & Sze, M.B. (1990). An estimation of USAF aircraft operating and support cost relations, Santa Monica, CA: RAND, N-3062-ACQ.
6. Jiang Y., Liu, Y., Liu, D., & Song, H. (2020). Applying machine learning to aviation big data for flight delay prediction. in *Proc. DASC-PiComCBDCCom-CyberSciTech*, 665–672.
7. Keller, G. (2023). *Statistics for management and economics*(12th ed., International ed.). Cengage.
8. Kutner, M. H., Nachtsheim, C. J., & Neter, J.(2004). *Applied linear regression models*(4th ed., International ed.). McGraw Hill.
9. Laubacher, M.E. (2012). Analysis and forecasting of air force operating and support cost for rotary aircraft; Biblioscholar. ISBN1 9781288286126.
10. Rose, P. A. Jr. (1997). Cost per flying hour factors: a background and perspective of how they are developed and what they do. *Air Force Comptroller*, 31-1:4-9.
11. Roche, J. (2001). "The 2001 Air Force Posture Statement". Excerpt from unpublished article.
12. Tuli, M., Singh, L., Tripathi, S., & Malik, N. (2023, January). Prediction of flight fares using machine learning. In *Proceedings of the 2023 13th International Conference on Cloud Computing, Data Science & Engineering (Confluence)*, Noida, India, 19–20.
13. Unger, E.J. (2009). An examination of the relationship between usage and operating-and-support costs of U.S. Air Force aircraft, Document number TR-594-AF; RAND Corporation: Santa Monica, CA, USA.
14. Wallace, J.M., Houser, S.A., & Lee, D.A. (2000). A physics-based alternative to cost-per-flight-hour models of aircraft consumption costs; Report number LMI-AF909T1; Logistics Management Institute: McLean, VA, USA.
15. Yu, B., Guo, Z., Asian, S., Wang, H., & Chen, G. (2019). Flight delay prediction for commercial air transport: A deep learning approach. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 125, 203-221.