

智慧型手機之單頻 RTK 定位:擺放姿態影響以及地籍測量 可行性初探

儲豐宥^{1*} 甯方璽¹

¹國立政治大學地政系

摘 要

小米 8 為目前可支援五星系(GPS/Galileo/GLONASS/BDS/QZSS) RTK 定位的手機。雖然目前有許多與小米 8 有關的即時動態(Real-Time kinematic, RTK)定位效能研究已被發表,但是有關於小米 8 的擺放姿態對於 RTK 效能的影響尚未被探討。因此,本論文將在立放以及平放姿態下分析小米 8 的單頻 RTK 定位效能,包含了週波未定值求解效能以及定位精度。測試成果顯示定位效能在立放姿態能夠明顯優於平放姿態。同時,五星系 RTK 定位的定位效能除了大幅優於 GPS-only RTK 定位外,還可以在快速靜態(Rapid Static)模式下達到水平方向約 2 公分以內的 RMSE 值。雖然在分析中忽略了小米 8 的天線相位中心以及機體的量測誤差,但是測試成果能夠保守地指出五星系 RTK 定位符合地籍測量農地以及山地地區之精度需求。

關鍵詞：小米 8，擺放姿態，即時動態定位，週波未定值求解

Single-frequency RTK positioning of smartphone: impact of attitudes and a preliminary discussion of feasibility in cadastral survey

Feng-Yu Chu¹ and Fang-Shii Ning¹

¹*Department of Land Economics, National Chengchi University*

ABSTRACT

The Mi 8 is a smartphone supportable for five-constellation (GPS/Galileo/GLONASS/BDS/QZSS) RTK positioning. Currently, many studies discussing RTK positioning performance for Mi 8 have been published, but impact caused by the attitudes of Mi 8 is not discussed yet. This study evaluates single-frequency RTK positioning performance, including the ambiguity resolution performance and positioning accuracy, for Mi 8 under laying-down and straight attitudes. The test results show that the positioning performance under the straight attitude is superior to that under the laying-down attitude. The five-constellation RTK positioning can significantly perform better than the GPS-only RTK positioning, and the horizontal precision computed in a rapid static mode can reach a RMSE value within 2 centimeters. Although antenna phase center corrections and the errors of body measuring for Mi 8 are neglected in the analysis, the test results can conservatively indicate that the five-constellation RTK positioning align the requirement of cadastral survey in mountain and agricultural areas.

Keywords: Mi 8, attitudes, RTK positioning, ambiguity resolution

文稿收件日期 ○○.○○.○○; 文稿修正後接受日期 ○○.○○.○○;*通訊作者
Manuscript received ○○○ ○○, ○○○○; revised...;* Corresponding author

一、緒 論

GNSS(Global Navigation Satellite System)即時動態 (Real-Time kinematic, RTK)定位以兩部接收機為基礎,分別置於已知坐標的主站和未知站(待測站)。透過衛星資料解算後,RTK 定位可以提供公分級的未知站坐標。

一般 GNSS 衛星定位測量所使用到的接收機體積相當龐大,且構造與材質適合於室外的嚴酷環境,因此價格也比較昂貴。測量用接收機可以接收到載波相位觀測量,與一般只能接收到電碼觀測量的導航機以及手機不同。但是直到 2018 年五月,中國的小米公司發表了智慧型手機小米 8,此為全球首款的手機可以蒐集到 GPS L1/L5、GLONASS G1、Galileo E1C/E5A、BDS B1 以及 QZSS L1/L5 的載波相位觀測量以及虛擬距離觀測量。一般測量用的 GNSS 接收機和智慧型手機之間最大區別除了材質以及規格不同之外,還有它們所使用天線品質之差異。智慧型手機使用了嵌入式的天線,因此與測量用的外接天線相比之下很容易受到多路徑效應影響[1]。文獻[2]也指出小米 8 與測量用的 GNSS 接收機相比,對於訊號 L5 以及 E5A 的鎖定明顯劣於 L1 以及 E1。

由於德國的 GEO++ GmbH 公司發佈了 Geo++ GNSS Logger 應用程式,可以將手機所觀測到的 GNSS 原始觀測資料儲存為 RINEX 檔,讓學者們能夠分析小米 8 可達的定位精度。將小米 8 平放在地,進行了五個時段的精密單點定位測試,最後得到水平和垂直方向的 RMSE 分別為 0.78 及 1.67 公尺[3];同樣將小米 8 平放在特定點進行精密單點定位,N、E、U 方向收斂後的 RMSE 分別為 0.04、0.22 以及 0.11 公尺(相當於平面 0.24 公尺及垂直 0.11 公尺)[1];Wu 等人 2019 年則是模擬人們平時在外手持智慧型手機的高度,將小米 8 直立於 1.4 公尺處的腳架上進行單點定位,分別得到 N、E、U 方向的 RMSE 分別為 0.47、0.91 和 0.5 公尺(相當於平面 1.02 公尺及垂直 0.50 公尺)[4]。Netthonglang 等人於 2019 年利用小米 8 分別進行 GPS 單頻 RTK 定位,成果指出在靜態模式下若小米 8 的天線盤相位中心等良好率定情況下是能夠達到公分級之定位[5]。

小米 8 提供了五星系的載波相位觀測量,因此可以進行五星系 RTK 的定位。在定位過

程中,由於使用者在使用手機時沒有固定的擺放姿態,因此手機內建 GNSS 天線無法一直完整地指向天頂方向,這對於定位效能是否會有明顯的影響尚未被探討。此外,由於小米在 L5 以及 E5A 訊號的鎖定明顯劣於 L1 以及 E1,加上目前只有約一半的 GPS 衛星有支援 L5 訊號。綜觀考量,本研究之目的主要探討五星系單頻 RTK 定位在不同擺放姿態(平放、立放)下定位效能的差異。分析中同時初步探討其應用於地籍測量的可行性。

二、五星系單頻RTK定位數學模型

GNSS 訊號很容易受到觀測環境的影響以及硬體的不完美,這使得其觀測量上會存在許多系統誤差,包含了衛星軌道誤差、衛星以及接收儀硬體誤差、相位中心偏移、大氣層以及對流層延遲等[6]。本研究利用了二次差分(Double Differencing, DD)技術消除衛星和接收機的時鐘誤差、衛星和接收機的硬體延遲偏差,並假設此 DD 技術能夠完全消除電離層以及對流層之影響。剩餘的系統誤差,例如 phase wind-up、地球固體潮、海洋負載、Sagnac 效應、衛星天線盤相位中心偏移都已用各自的經驗公式消除,可以參閱[7]。

當地面兩接收儀追蹤到某一星系的衛星 s1 以及衛星 s2,DD 觀測量的觀測方程式如下表示:

$$\begin{aligned} P_{r1r2,j}^{s1s2} &= (P_{r1,j}^{s1} - P_{r1,j}^{s2}) - (P_{r2,j}^{s1} - P_{r2,j}^{s2}) \\ &= \rho_{r1r2}^{s1s2} + e_{r1r2,j}^{s1s2} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{r1r2,j}^{s1s2} &= (\Phi_{r1,j}^{s1} - \Phi_{r1,j}^{s2}) - (\Phi_{r2,j}^{s1} - \Phi_{r2,j}^{s2}) \\ &= \rho_{r1r2}^{s1s2} + \lambda_j \cdot \tilde{N}_{r1r2,j}^{s1s2} + \varepsilon_{r1r2,j}^{s1s2} \end{aligned} \quad (2)$$

其中,下標 r 為接收儀, j 代表星系之觀測頻率, P 以及 Φ 分別代表電碼以及相位觀測量(單位:公尺), ρ 為衛星至接收儀的幾何距離, λ 為波長, e 以及 ε 分別為電碼以及相位觀測量的雜訊(包含多路徑效應)。DD 整數週波未定值表示如下:

$$\tilde{N}_{r1r2,j}^{s1s2} = N_{r1r2,j}^{s1s2} + \Delta_{r1r2,j}^{s1s2} \quad (3)$$

其中, N 代表整數週波未定值。 Δ 是頻分多址

(frequency division multiple access)訊號所造成之誤差，此誤差只存在於 GLONASS 之觀測量上，因此 GLONASS 的 DD 整數週波未定值不具整數性質。

假設接收儀觀測到 GPS、Galileo、GLONASS、BDS、QZSS 五星系，其線性化的觀測方程式表示如下：

$$\begin{aligned} E(L) &= Aa + Bb \\ D(L) &= Q_L \end{aligned} \quad (4)$$

其中， $E(\cdot)$ 為期望值運算子， $D(\cdot)$ 為變方運算子， L 為觀測量向量，表示如下：

$$\begin{aligned} L = & [P_{r1r2,j_G}^{1_G s_G} \quad P_{r1r2,j_E}^{1_E s_E} \quad P_{r1r2,j_R}^{1_R s_R} \quad P_{r1r2,j_B}^{1_B s_B} \cdots \\ & P_{r1r2,j_J}^{1_J s_J} \quad \Phi_{r1r2,j_G}^{1_G s_G} \quad \Phi_{r1r2,j_E}^{1_E s_E} \quad \Phi_{r1r2,j_R}^{1_R s_R} \cdots \\ & \Phi_{r1r2,j_B}^{1_B s_B} \quad \Phi_{r1r2,j_J}^{1_J s_J} \quad I_{2(m_G+m_E+m_R+m_B+m_J-5)^2 \times 1}^T] \end{aligned} \quad (5)$$

其中，下標 G, E, R, B, J 分別代表 GPS, Galileo, GLONASS, BDS, 以及 QZSS 星系， $s_* = 2 \dots m_*$ ，符號 m_* 代表各星系的衛星數目(下標 $*$ 分別代表 G, E, R, B, J)， 1_* 代表各星系之主衛星。下標 $j_G = L1$ ， $j_E = E1$ ， $j_B = B1I$ ， $j_R = G1$ ， $j_J = L1$ 。向量 a 包含週波未定值之向量，表示如下：

$$\begin{aligned} a = & [\tilde{N}_{r1r2,j_G}^{1_G s_G} \quad \tilde{N}_{r1r2,j_E}^{1_E s_E} \quad \tilde{N}_{r1r2,j_R}^{1_R s_R} \quad \tilde{N}_{r1r2,j_B}^{1_B s_B} \cdots \\ & \tilde{N}_{r1r2,j_J}^{1_J s_J} \quad I_{(m_G+m_E+m_R+m_B+m_J-5) \times 1}^T] \end{aligned} \quad (6)$$

向量 b 包含了位置參數，這裡指的是接收儀在地心地固坐標系統下基線分量之增量。 A 、 B 分別為向量 a 以及 b 的設計矩陣。 Q_L 為觀測量的變方-協變方矩陣。

本研究利用卡曼濾波來估計未知參數。卡曼濾波分為推估以及更新兩部分，詳細內容可以參閱[8]。推估部分利用了一個轉移矩陣以及其推估誤差來呈現未知參數之動態行為。在本研究中，轉移矩陣為一單位矩陣。推估誤差之期望值為零，其標準差大小如表 1 所表示。由於卡曼濾波無法計算出整數週波未定值之整數特性，因此本研究利用 LAMBDA 法[9]來恢復其整數特性。恢復整數後的定位成果我們稱作為固定解。

表 1. 卡曼濾波之推估誤差資訊

參數類型	標準差	描述
位置參數	0 (m)	靜態模式
DD 整數週波未定值	0 (m)	常數

三、實驗分析

3.1 研究設備及軟體

3.1.1 研究設備

本研究使用小米公司 2018 年發佈的智慧型手機小米 8 (如圖 1) 作為研究設備。



圖 1. 小米 8 智慧型手機

(<https://www.mi.com/tw/>)

另外，根據網路上專家的拆解分析影片中，我們得知小米 8 的 GNSS 天線位於圖 2 中紅圈處。



圖 2. 小米 8 拆解圖

(<https://reurl.cc/58KQQv>)

RTK 的主站則使用臺北市政府地政局土地開發總隊於 2016 年 1 月架設之基準站，其坐落於國立政治大學綜合院館樓頂，擺設圖如下圖 3。NCCU 基準站的詳細資訊則如表 2 所示，使用的接收機型號為 TRIMBLE NETR9，該接收機可以收到 GPS、Galileo、GLONSS、BDS 以及 QZSS 的多頻觀測資料。



圖 3. NCCU 基準站

(<https://cors.gov.taipei/>)

表 2. NCCU 基準站資料

站名	政大
站號	NCCU
所在地	國立政治大學綜合院館樓頂
坐落位置	臺北市文山區政大段 5 小段 91 地號
接收儀型號	TRIMBLE NETR9
天線盤型號	TRM57971.00 SCIT
概略 X 坐標	-3028851.713
概略 Y 坐標	4928431.539
概略 Z 坐標	2677745.388

(資料來源：台北市衛星定位基準網)

本研究使用由德國 Geo++GmbH 公司製作的應用程式「GEO++RINEX Logger」作為接收觀測值的工具，並且使用本 GNSS 研究團隊自行發展的 Matlab GNSS 工具庫解算 RTK 定位成果。

3.2 資料蒐集

將小米 8 架設於國立政治大學內的簡易基線場，該場域透空度甚佳。此站與主站的距離約 200 公尺內，因此可以假設完全忽略電離層之影響。為了瞭解智慧型手機擺放姿態對定位效能的影響，本研究將採取了立放以及平放姿態，如下圖 4 及下圖 5。在圖 4 立放的姿態時，手機放置於三腳架上並以經緯儀基座定平，接下來使用垂球定心盡量使小米 8 之 AB 線段與地面上之已知點之垂線(台北市政府簡易基線場)重合。AB 線段指的是小米 8 頂部中央處 A 點與小米 8 機體中心處 B 點的連線，可見圖 7。在圖 5 平放時，垂線盡量與小米 8 正交且通過小米 8 的整體中心 B 點。



圖 4.實驗設備(立放)



圖 5. 實驗設備(平放)

3.1.2 研究軟體

儀器架設完畢後，利用小米 8 利用 GEO++ RINEX LOGGER 應用程式收集衛星觀測，觀測間隔為 1 秒。廣播星曆由 IGS(International GNSS Service)網站下載。由於本研究只有一台小米 8，因此無法在相同的觀測時段下同時收集立放以及平放姿態下之觀測量。考量此問題，本研究利用了 GPS 以及 QZSS 衛星軌道的重覆性質，分別於相隔兩天以及相同時段收集觀測量，然而，由於 Galileo、GLONASS 以及 BDS 的衛星軌道重覆性並不是一個恆星日，因此我們以試誤法獲得相隔兩天日期以及觀測時間段，盡量使兩天衛星可觀測到數目之差異最少。試誤法決定出的日期為 2022 年 10/08 以及 10/09，觀測時間段為下午一點至三點。於 10/08(立放)，觀測到的平均衛星數目為 20 顆，而 10/09(平放)可觀測到 19 顆。

圖 6 顯示出 GPS 在平放以及立放姿態下的觀測量之訊噪比(C/N0)平均值。由於相隔兩天且同一時段下的 GPS 衛星位置是幾乎相同的，因此成果可以指出衛星觀測量的 C/N0 在立放姿態明顯高於平放姿態。這說明了立放姿態的觀測量品質較優。

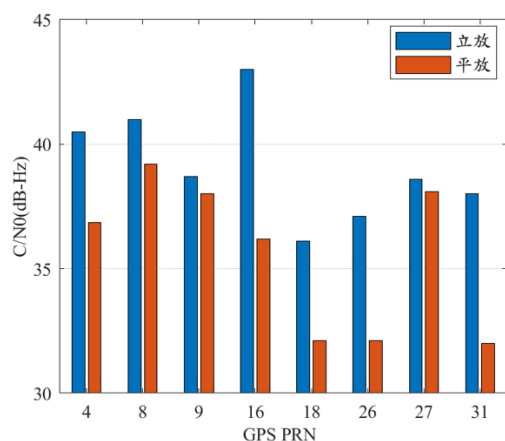


圖 6. 在立放以及平放情況下，GPS 觀測量在兩小時期間內的 C/N0 平均值

分析中，測站的參考坐標值使用了大地型接收機 SPECTRA SP80 在同樣觀測點上接收資料，並與 NCCU 基準站進行相對定位解算方式來獲得。除此之外，在將智慧型手機小米 8 的坐標成果歸算至地面和參考值相比較時，由於小米 8 的 GNSS 天線設置在圖 7 的紅圈處，因此在計算時除了需要改正腳架高度外，

小米 8 本體天線與機身的距離還需考慮。我們利用尺簡單量測出其數值，如圖 6 所示。圖中顯示出 A 點與天線約為 0.8 公分、高度為 15 公分以及厚度 0.5 公分等。

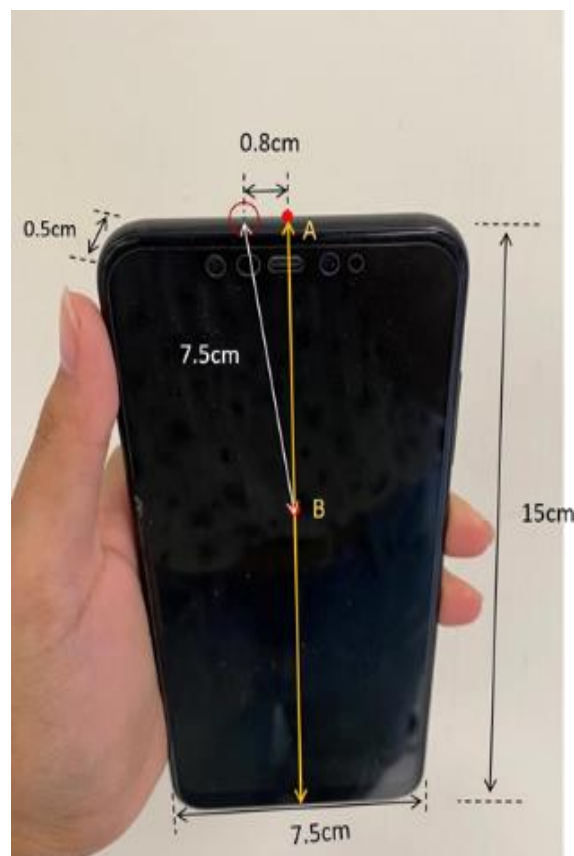


圖 7. 小米 8 中心點至 GNSS 天線位置距離

四、研究成果與分析

本章研究針對 RTK 快速靜態(Rapid Static)模式進行其定位效能分析。分為兩個部分，第一部份為分析 GPS-only RTK 在不同擺放姿態的情況；第二部份是分析五星系 RTK 的情況。分析中，如前所述，我們利用 GEO++ RINEX LOGGER 蒐集觀測資料並以後處理的方式來呈現出 RTK 定位效能。雖然不是真正地利用即時改正量進行的 RTK 定位，但是由於採用了廣播星曆，並且在卡曼濾波處理中不會進行任何優化處理，例如定位解平滑化等，因此分析成果可以反映出 RTK 定位效能。

Heßelbarth, A. and Wanninger, L. 於 2020 年指出小米 8 的天線盤 phase center variation (PCV)以及 offset (PCO)均小於 1.5 公分[10]。因此，分析中我們假設此系統誤差是可以忽略

的,但是當手機定位精度有高度需求時,率定 PCV 以及 PCO 是必要的,可參考 Netthonglang 等人於 2019 年所提出的方法[5]。

4.1 GPS-only RTK 定位於擺放姿態分析

本節將針對小米 8 在平放和立放的姿態進行 GPS-only RTK 定位效能分析。

4.1.1 AR 效能分析

AR 是 RTK 定位快速獲得公分級定位相當重要的一環。本研究採用 Ratio 測試值驗證搜尋到的整數週波未定值之可信度。Ratio 測試值越高代表搜尋到的整數週波未定值越有可信度。一般而言,當 $\text{Ratio} \geq 3$ 是普遍可以被接受的門檻值[11]。本實驗將兩小時觀測資料分別以 15 分鐘切成一個測試段,因此一共會有 8 個測試段。接下來,若一個測試段期間可以達到 $\text{Ratio} \geq 3$ 且最後一個時刻之 3D 定位誤差小於 10 公分,則代表此時段的 AR 是成功的。解算成果如下表 3 以及表 4 所示。成果顯示,立放姿態時,AR 的成功百分比為 50% ($4/8 \times 100\%$),但是於平放姿態時,AR 效能甚差,成功百分比為 0%。

表 3. 立放情況時 GPS-only RTK 定位之 AR 效能

測試段	AR
第一段	成功
第二段	失敗
第三段	失敗
第四段	失敗
第五段	成功
第六段	成功
第七段	成功
第八段	失敗

表 4. 平放情況時 GPS-only RTK 定位之 AR 效能

測試段	成功的 AR
第一段	失敗
第二段	失敗
第三段	失敗
第四段	失敗
第五段	失敗
第六段	失敗
第七段	失敗
第八段	失敗

4.1.2 定位精度分析

圖 8 為兩小時的解算成果與參考坐標相比較之誤差,顯示出不論在水平和垂直方向時,相較於平放姿態,立放姿態下皆能得到較好的成果。

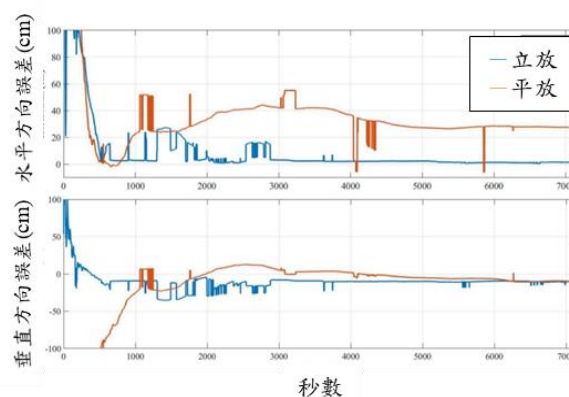


圖 8. 在立放以及平放情況下, GPS-only RTK 定位於水平以及垂直方向定位誤差

圖 9 為圖 8 的定位誤差 RMSE 值。計算公式如下,

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=ES}^d (pe_i)^2}{(d - ES)}} \quad (7)$$

其中，ES 為起算之時刻數， d 為結束之時刻數， pe 為定位誤差。針對圖 9，(7)中的 d 為 7200，ES 為 1。圖 9 的成果指出在立放姿態時，其定位精度明顯較平放姿態好。

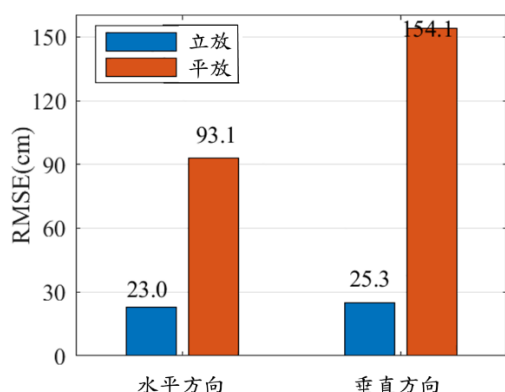


圖 9. 兩小時的觀測期間段中(i.e., 1—7200 秒)，兩種擺放姿態情況下，水平和垂直方向的 RMSE 值

另外，根據圖 8 中可以發現立放姿態下，大約在 3000 秒後可以得到較穩定的定位解。於 3000 秒後的 RMSE 值如下圖 10 所示，其中(7)中的 d 給定為 7200，ES 給定為 3000。我們可以發現 3000 秒後，在立放姿態下，水平方向 RMSE 可以達到 2 公分內。這說明了小米 8 的 GPS-only RTK 在收集了長期的觀測量後，定位成果在水平方向可達到公分等級的精度。

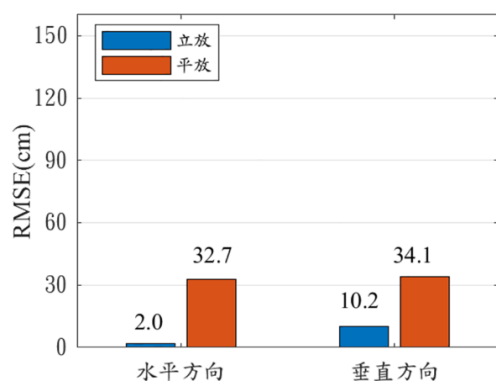


圖 10. 觀測 3000 秒之後(i.e., 3600—7200 秒)，水平和垂直方向的 RMSE 值

上述成果得知平放姿態時的效能明顯劣於立放情況時的效能。由於兩種姿態的衛星顆數差不多，因此本研究認為主要是平放時觀測量之品質較差所導致，這可以由圖 6 的 C/N0 成果證明。類似文獻 [12]以及[13]也指出智慧型手機的低 C/N0 將是影響智慧型手機定位的關鍵影響因素。

4.2 五星系 RTK 定位於立放姿態分析

由上一節的研究我們得知在立放姿態下之 C/N0 明顯優於平放姿態。除此之外，我們發現於平放姿態下，相較於立放姿態，除了 GPS 可以穩定鎖定到大部分相同的衛星之外，其它星系有許多衛星卻無法被鎖定。其原因仍需進一步探討。例如 BDS 的地球同步衛星以及傾斜地球同步衛星於平放姿態下都無法被鎖定。因此，本節將只針對立放姿態，對五星系 RTK 與 GPS-only RTK 之比較。目的是探討衛星幾何的增加對於定位效能帶來的益處。

我們先採用了 4.1.1 節中的 8 個測試段，並利用五星系 RTK 定位分析各測試段的 AR 是否成功。成果中只有第五測試段錯誤，也就是其 AR 的成功百分比能達到 88% (7/8*100%)，明顯高於 GPS-only RTK 定位。接下來，比較了五星系 RTK 和 GPS-only RTK 定位之定位誤差。成果如圖 11 所示。可發現五星系 RTK 定位成果在 1000 秒後變得穩定，這是因為整數週波未定值已經成功地被固定。

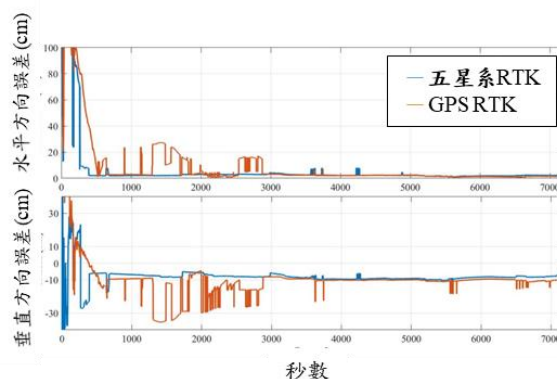


圖 11.五星系和 GPS-only RTK 定位成果之定位誤差比較

1000 秒後的 RMSE 值如圖 12 所示，其中，(7)的 d 給定為 7200，而 ES 給定為 1000。成果顯示，在立放姿態下，五星系 RTK 定位

可以在水平方向下達到 1.5 公分的 RMSE 值。同時，與 GPS RTK 相比，五星系 RTK 可以在更短的觀測時間下得到公分級的水平方向的定位成果。

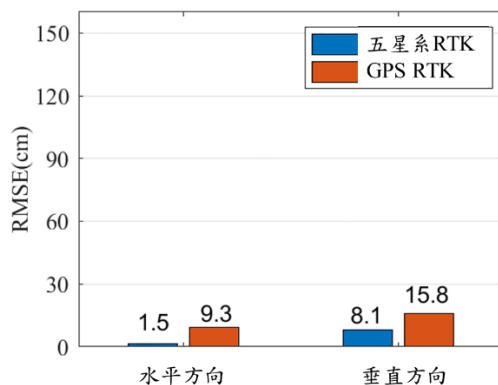


圖 12. 觀測 1000 秒後(i.e., 1000—7200 秒)，五星系 RTK 和 GPS-only RTK 定位的 RMSE 值

根據《地籍測量實施規則》第七十三條：「戶地測量採數值法測繪者，其圖根點至界址點之位置誤差不得超過下列限制：一、市地：標準誤差二公分，最大誤差六公分。二、農地：標準誤差七公分，最大誤差二十公分。三、山地：標準誤差十五公分，最大誤差四十五公分。」。根據此節的 AR 成果，靜態模式下，當使用五星系 RTK 定位時，很大的機率可以於 15 分鐘內成功獲得固定解，這符合了一般快速靜態所需之觀測時間；同時，圖 12 指出水平方向精度可小於 2 公分。然而，考量到分析中忽略掉的天線盤 PCV 以及 PCO 的誤差，測試成果尚無法確信地指出小米 8 的五星系 RTK 能符合地籍測量中的市地地區，但是能保守地指出五星系 RTK 定位能符合農地以及山地地區的精度要求。

五、結論與建議

本研究利用智慧型手機小米 8 於平放以及立放姿態下分別測試其 RTK 定位效能，測試成果顯示：

1. 在 RTK 定位效能方面，本研究發現擺放姿態會明顯影響觀測量之 C/N0，而 C/N0 的變化會影響其定位效能。於立放姿態時，由於其觀測量 C/N0 高於平放姿態，因此立放姿態的定位效能將較優。

2. 五星系 RTK 定位效能明顯優於 GPS-only RTK 定位。成果顯示，在快速靜態模式下 (15 分鐘內)，立放姿態時，五星系 RTK 定位的 AR 成功百分比可達 88%，而 GPS-only RTK 定位只能達到 50%。另外，五星系 RTK 定位達到成功 AR 後，其水平方向 RMSE 可以達到 2 公分內。雖然在分析中忽略了小米 8 的天線相位中心以及機體的量測誤差，但是測試成果能夠保守地指出五星系 RTK 定位符合地籍測量農地以及山地地區之精度需求。

參考文獻

- [1] Robustelli, U., Baiocchi, V. and Pugliano, G., "Assessment of Dual Frequency GNSS Observations from a Xiaomi Mi 8 Android Smartphone and Positioning Performance Analysis," Electronics, Vol. 8, No.1, 2019.
- [2] Sun, W., Li, Y. and Duan, S., "Xiaomi Mi 8 smartphone GNSS data quality analysis and single-frequency RTK positioning performance evaluation." IET Radar, Sonar and Navigation, Vol 14, pp. 1410-1416, 2020.
- [3] Chen, B., Gao, C., Liu, Y. and Sun, P., "Real-time Precise Point Positioning with a Xiaomi MI 8 Android Smartphone," Sensors, Vol. 19, No. 12, 2019.
- [4] Wu, Q., Sun, M., Zhou, C. and Zhang, P., "Precise Point Positioning Using Dual-Frequency GNSS Observations on Smartphone," Sensors Vol. 19, No. 9, 2019.
- [5] Netthonglang, C., Thayathip, T., and Chalermchon, S., "GNSS Precise positioning determinations using smartphones," 2019 IEEE Asia Pacific conference on circuits and systems (APCCAS), Thailand, pp. 401-404, 2019.
- [6] Teunissen, P.J.G. and Montenbruck, O., Handbook of global navigation satellite systems, Springer, Switzerland, 2017.
- [7] Chu, F.-Y. and Chen, Y.-W., "Monitoring Structural Displacements on a Wall with Five-Constellation Precise Point Positioning: A Position-Constrained Method and the Performance Analyses," Remote Sensing, Vol. 15, No. 1314, 2023.
- [8] Strang G. and Borre K., Linear algebra, geodesy and GPS, Wellesley-Cambridge

- Press, Massachusetts, 1997.
- [9] Teunissen, P.J.G., “The Least-Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment: a Method for Fast GPS Integer Ambiguity Estimation,” *Journal of Geodesy*, Vol. 70 No. (1-2), pp.65-82, 1995.
 - [10] Heßelbarth, A. and Wanninger, L., “Towards centimeter accurate positioning with smartphones,” *Proc. ENC 2020*, Germany, pp. 1-8, 2020.
 - [11] Leick A., Rapoport L. and Tatarnikov D., *GPS satellite surveying*, 4th edition, John Wiley & Sons, Inc., New Jersey, 2015.
 - [12] Banville, S., and van Diggelen, F., “Precise GNSS for Everyone: Precise Positioning Using Raw GPS Measurements from Android Smartphone.” *GPS World*, 2016.
 - [13] Riley, S., Landau, H., Gomez, V., Mishukova, N., Lentz, W., and Clare, A., “Positioning with Android: GNSS observables”, *GPS World*, 2018.