

## 黑藥爆彈儀燃燒之簡化模型

趙嘉琦<sup>1</sup> 陳一葳<sup>2</sup> 方友霖<sup>3</sup> 洪兆宇<sup>1</sup>

<sup>1</sup>陸軍軍官學校機械系

<sup>2</sup>空軍航空技術學院應用外語科

<sup>3</sup>空軍軍官學校航空太空系

### 摘要

爆彈儀技術較以往更為進步，利用其研究高空焰火，顯現出黑藥之某些重要性質。其間也呈現數學模型之需求性，更者，更新作業程序需精準控制之數學模型，俾能處理運算之經濟性與可模擬性。內彈道研究中，慣常運用爆彈儀測試獲得發射藥燃速。再藉簡化之數學模型及程式模擬爆彈儀壓力軌跡，加以驗證。用以評估壓力數據之平滑、微分等運算邏輯與其敏感性，提供測試所需之預測與指引。此類需求對焰火研究，極為重要，但遭遇合成爆彈儀壓力數據之窒礙。本文以礮型黑藥之二個簡化有限封閉解加以解決，運用七項算式求取壓力、燃燒深距、燃燒質量，以及相關微分值及瞬時表面積，可大幅簡化程式，迅速獲得燃速。

關鍵詞：黑藥、爆彈儀、燃速

### 符號說明

$a$  常數

$b$  常數

$C_v$  定容比熱

$C_1$  常數

$c$  常數

$d$  粒徑小邊長度

$D$  粒徑大邊長度

$f$  常數

$g$  常數

$H$  能量損失比例常數

$K$  常數

$k$  常數

$m_a$  空氣質量

$m_i$  點火藥質量

$m_p$  時間  $t$  時已燃藥粒質量

$m_{po}$  原始藥粒質量

$\dot{m}_p$  時間  $t$  時產生燃燒氣體之質量速率

$M$  點火藥與藥粒氣體之分子重量

$P$  時間  $t$  時氣體之壓力

$P_{act}$  能量損失狀況真實最大壓力

$P_{theo}$  無能量損失狀況理論最大壓力

$\dot{P}$  時間  $t$  時壓力時間變化速率

$R$  通用氣體常數

$S$  藥粒燃燒表面積

$t$  點火後燃燒時間

$T$  藥粒點火藥氣體與空氣之火焰溫度

$T_g$  氣體溫度

$V(x)$  燃燒  $x$  距離時個別藥粒體積

$V_b$  爆彈儀空容積

$V_{free}$  燃燒氣體之自由體積

$x$  時間  $t$  時個別藥粒之燃燒深度

$x_{ext}$  藥粒燃燼深度

$\dot{x}$  時間  $t$  時線性燃速

$Z$  質量燃燒分率

$\alpha$  燃速方程式之指數

- $\beta$  燃速方程式之係數  
 $\eta$  藥粒及點火藥氣體餘容  
 $\rho$  藥粒密度(比重)

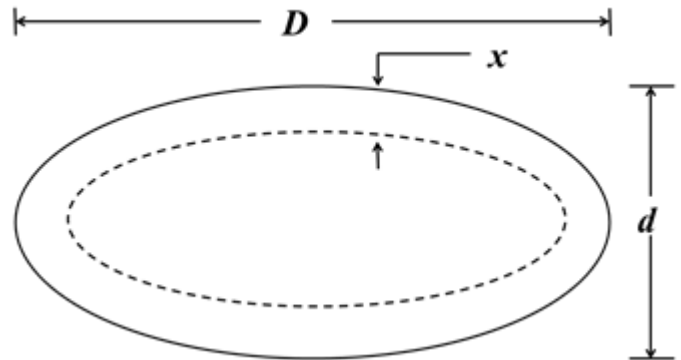
### 一、前言

內彈道研究中，慣常運用爆彈儀測試獲得發射藥燃速。再藉簡化之數學模型及程式模擬爆彈儀壓力軌跡，相互驗證。實驗數據計算燃速之技巧有數種[1-5]，係將測試樣藥、點火藥及壓力容器等性質聚集運用。藉合成壓力軌跡產生曲線，獲得精簡方程式，用以爆彈儀實測。常用之程序是將特定熱力性質經數值方法代入燃速公式，求取裝藥中個別藥粒之燃燒深度[6,7]，其中藥型決定燃燒表面積、燃燒質量分率、氣體產生率等。當求得質量轉化氣體量後，以能量、氣體狀態方程式可即時獲得氣體溫度、壓力。如需須壓力變化速率，可藉解析解或逕由壓力曲線數值微分而得。其用以評估壓力數據之平滑、微分等運算邏輯與其敏感性，提供測試所需之預測與指引。此類需求對焰火研究，極為重要，但遭遇合成爆彈儀壓力數據之窒礙。本文以礮型黑藥之二個簡化有限封閉解加以解決，運用七項算式求取壓力、燃燒深距、燃燒質量，以及相關微分值及瞬時表面積，可大幅簡化程式，迅速獲得燃速。工作中首先假設餘容等於密度的倒數，第二步為將前項假設移除。

### 二、假設

本工作藉由一些假設條件以解析方法求取封閉解。藥粒密度、火焰溫度、分子量及餘容視為常數。在燃燒期間，點火藥及空氣亦與藥粒之分子量、焰溫、比熱、餘容相同。能量損失則與已燃藥粒質量成比例，燃燒氣體亦視為完全混合，並在爆彈儀內產生均勻壓力與溫度，全程滿足

Noble-Abel 狀態方程式。假定藥粒接近礮型[8]，如圖一且在  $t=0$  時被點燃後均勻燃燒，其燃速遵守燃速定律  $\dot{x} = \beta P^\alpha$ ，其中  $\alpha=1$ ，相反地，點火藥在  $t=0$  時全部燃燒完畢。



圖一：礮型體藥粒幾何形狀

### 三、分析

內彈道燃燒分析時，均藉藥型方程式 (Form function) 量化燃燒分率、燃燒體積、面積等與垂直燃面之燃燒深度間之關係[9,10]。然黑藥非制式發射藥，無合適之藥型方程式可資利用，緣其顆粒比較類似礮型球狀發射藥，因而採用文獻[8]內 Chao 等為解釋及驗證礮藥操作而推導出之礮球狀藥型方程式，引用得出式(1)~(5)。對一具有均勻密度的礮型藥粒而言，其質量燃燒分率以燃燒深度  $x$  表示如下，則：

$$Z = \frac{m_p}{m_{p0}} = 1 - \frac{V(x)}{V(0)} \\ = \frac{V(0) - V(x)}{V(0)}$$

(1)

$$\begin{aligned} m_p/m_{p0} = & [D^2 x - (2 - 2\pi)Ddx + \\ & (1 - 2\pi + 4\pi^2) d^2 x - 2\pi Dx^2 + \\ & (2\pi - 8\pi^2) dx^2 + 16/3 \pi^2 x^3] / \\ & [D^2 d + (\pi/2 - 2)Dd^2 + (1 - \pi/2 + \\ & 2/3 \pi^2) d^3] \end{aligned}$$

(1a)

(6)

此處

$$m_p = m_{p0} [D^2x - (2 - 2\pi)Ddx + (1 - 2\pi + 4\pi^2)d^2x - 2\pi Dx^2 + (2\pi - 8\pi^2)dx^2 + 16/3 \pi^2 x^3] / [D^2d + (\pi/2 - 2)Dd^2 + (1 - \pi/2 + 2/3 \pi^2)d^3] \quad (6a)$$

且

$$T_g = \frac{(m_p + m_i + m_a)C_p T - \text{heat loss}}{m_p + m_i + m_a} \quad (6b)$$

或

$$m_p = ax^3 + bx^2 + cx \quad (2)$$

熱損失因子  $m_p H$  得自

$(m_p + m_i + m_a)C_v(T - T_g) = \text{heat loss}$ ，此處

$C_v$  是定容比熱，或

$$T_g = \frac{(m_p + m_i + m_a - m_p H)T}{m_p + m_i + m_a} \quad (6c)$$

設  $\text{heat loss} = HC_v T m_p$ ，並將  $T_g$  帶入狀態方程式(6)，可得

(2)式中

$$a \equiv \frac{m_{p0} \left( \frac{16}{3} \pi^2 \right)}{[D^2 d + (\frac{\pi}{2} - 2)Dd^2 + (1 - \frac{\pi}{2} + \frac{2}{3} \pi^2)d^3]} \quad (3)$$

$$b \equiv \frac{m_{p0} [-2\pi D + (2\pi - 8\pi^2)d]}{[D^2 d + (\frac{\pi}{2} - 2)Dd^2 + (1 - \frac{\pi}{2} + \frac{2}{3} \pi^2)d^3]} \quad (4)$$

$$c \equiv \frac{m_{p0} [D^2 - (2 - 2\pi)Dd + (1 - 2\pi + 4\pi^2)d^2]}{[D^2 d + (\frac{\pi}{2} - 2)Dd^2 + (1 - \frac{\pi}{2} + \frac{2}{3} \pi^2)d^3]} \quad (5)$$

$$PV_{free} = \frac{R}{M} T (m_p + m_i + m_a - m_p H) \quad (7)$$

黑藥燃燒氣體之狀態方程式為氣體壓力、密度及溫度間的關係式，實際上為一經驗式。理論上，維里方程式(Virial equation)可經由實驗決定係數，將壓力表示成密度之冪級數，惟計算不能簡化。本文改用阿貝爾方程式(Abel equation)係范德瓦爾方程式(van der Waals equation)之簡化式，因在爆彈儀高溫時，將常數項 a 忽略，仍有相當之精確性，並成為本文計算之依據[11,12]。吾人改寫狀態方程式如下：

$$PV_{free} = (m_p + m_i + m_a) \frac{R}{M} T_g$$

因最大實際壓力  $P_{act}$  產生於藥粒燃畢時，H 之數值可由(7)式得出

$$H = 1 - \left\{ \frac{P_{act} M}{RT} [V_b - (m_{p0} - m_i + m_a)n] - (m_i + m_a) \right\} / m_{p0} \quad (8)$$

一般發射藥之燃速與壓力的關係，可由維里實驗式(Viellie's Law)，即燃速定律

$\dot{x} = \beta P^\alpha$  表示之。而大多數制式發射藥之  $\alpha$

值在 0.2~0.8 之間，因此當燃燒壓力上升時，燃速也隨著增加，但先進發射藥配方

加入阻燃劑或藥型設計後，則在某段燃燒範圍， $\alpha$  值會小於 0.2 甚至趨於零，若以全對數作圖，會得到一條平行或趨於平行 x 軸的直線，亦即然速趨於一定值，此種現象稱為平階燃燒(Plateau burning)。查黑藥為原始發射藥，欠缺現今發射藥之平階燃燒設計，依實驗數據[13-18]，更為簡化計算， $\alpha$  值假設為 1，且  $0 < P_{act} < P_{theo}$ ，依

此假設作為計算之依據，帶入得

$$\dot{x} = \beta P^\alpha = \beta P \quad (9)$$

將(9)、(6)及(2)式代入(7)式，得出微分方程式(10):

$$\frac{\dot{x}}{\beta} \left[ V_b - \frac{m_{p0}}{\rho} - (ax^3 + bx^2 + cx) \left( n - \frac{1}{\rho} \right) - k \right] \cong \frac{\beta RT(1-H)}{M[V_b - m_{p0}/\rho - (m_i + m_a)\eta]} \quad (14a)$$

$$(m_i + m_a)n] = [m_i + m_a + (ax^3 + bx^2 + cx)(1-H)] \frac{RT}{M} \quad (10)$$

上式初始條件為  $t=0$  時， $x=0$ 。更者，假設藥粒表面積均為等效平均值，總藥粒表面積等於藥粒顆粒數與藥粒表面積之成績，即

$$S = \frac{m_{p0}}{\rho V(0)} S(x) \quad (11)$$

$$S = (m_{p0} [D^2 - (2-2\pi)Dd + (1-2\pi + 4\pi^2) d^2 - 4\pi Dx + (4\pi - 16\pi^2) dx + 16\pi^2 x^2]) / \rho [D^2 d + (\pi/2 - 2)Dd^2 + (1 - \pi/2 + \frac{2}{3}\pi^2) d^3] \quad (11a)$$

$$S = \frac{3ax^2 + 2bx + c}{\rho} \quad (11b)$$

#### 四、第一組解-餘容限定

假設自由容積，裝藥藥粒燃燒之氣體佔據餘容，而達平衡，再假定

$$\eta = 1/\rho \quad (12)$$

於此狀況，可將(10)式再簡化為

$$\dot{x} = \frac{\beta RT(1-H)}{M \left[ V_b - \frac{M_{p0}}{\rho} - (m_i + m_a)n \right]} \times \left( \frac{m_i + m_a}{1-H} + ax^3 + bx^2 + c \right) \quad (13)$$

或

$$\dot{x} = k(ax^3 + bx^2 + cx + f) \quad (13a)$$

上式中

$$k \cong \frac{\beta RT(1-H)}{M[V_b - m_{p0}/\rho - (m_i + m_a)\eta]} \quad (14a)$$

$$f \cong \frac{m_i + m_a}{1-H} \quad (14b)$$

重組

$$\frac{dx}{ax^3 + bx^2 + cx + f} = kdt \quad (15)$$

積分之

$$\int \frac{dx}{ax^3 + bx^2 + cx + f} = kt + C_1 \quad (16)$$

$$ax^3 + bx^2 + c + f = a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) \quad (16a)$$

，則

$$\int \frac{dx}{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)} = akt + C_1 \quad (16a)$$

$$\int \frac{1}{(x_2-x_1)(x_3-x_1)} dx + \int \frac{1}{(x_1-x_2)(x_3-x_2)} dx + \int \frac{1}{(x_1-x_3)(x_2-x_3)} dx = akt + C_1 \quad (16b)$$

$$\frac{1}{(x_2-x_1)(x_3-x_1)} \ln(x-x_1) +$$

$$\frac{1}{(x_1-x_2)(x_3-x_2)} \ln(x-x_2) +$$

$$\frac{1}{(x_1-x_3)(x_2-x_3)} \ln(x-x_3) = akt + C_1 \quad (16c)$$

$$(x-x_1)^{\frac{1}{(x_2-x_1)(x_3-x_1)}}$$

$$\times (x-x_2)^{\frac{1}{(x_1-x_2)(x_3-x_2)}}$$

$$\times (x-x_3)^{\frac{1}{(x_1-x_3)(x_2-x_3)}}$$

$$= C_2 e^{akt} \quad (16d)$$

當特定常數求出，各解析解之順序安排如下：燃燒深度  $x$  由(16d)式求出；線性燃速  $\dot{x}$  由(13a)式求得；壓力  $P$  由(9)式求得；表面積  $S$  由(11b)式求得；已燃質量  $m_p$  由(2)式求得； $\dot{P}$  由(9)式微分聯立(13a)式得

$$\dot{P} = \frac{k}{\beta} (3ax^2 + 2bx + c) \dot{x} \quad (17)$$

$\dot{m}_p$  由微分(2)式得

$$\dot{m}_p = (3ax^2 + 2bx + c) \dot{x} \quad (18)$$

## 五、第二組解-餘容不限

假如餘容無限制，可將(10)式簡化為：

$$\frac{\dot{x}(n - \frac{1}{\rho})}{\beta} \times$$

$$\left[ \frac{V_b - \frac{m_{p0}}{\rho} - (m_i + m_a)n}{n - \frac{1}{\rho}} - (ax^3 + bx^2 + cx) \right]$$

$$= \left( \frac{m_i + m_a}{1-H} + ax^3 + bx^2 + cx \right)$$

$$\times \frac{RT(1-H)}{M}$$

(19)

$$\dot{x} \left[ \frac{V_b - \frac{m_{p0}}{\rho} - (m_i + m_a)n}{n - \frac{1}{\rho}} - (ax^3 + bx^2 + cx) \right]$$

$$= \left( \frac{m_i + m_a}{1-H} + ax^3 + bx^2 + cx \right)$$

$$\times \frac{\beta RT(1-H)}{M(n - \frac{1}{\rho})}$$

(19a)

$$\dot{x} = -h \frac{ax^3 + bx^2 + cx + f}{ax^3 + bx^2 + cx - g} \quad (19b)$$

且其中

$$g \cong \frac{V_b - m_{p0}/\rho - (m_i + m_a)\eta}{\eta - 1/\rho} \quad (20)$$

$$h \cong \frac{\beta RT(1-H)}{M(\eta - 1/\rho)} \quad (21)$$

重組積分(19b)式得

$$\int \left( \frac{f+g}{ax^3 + bx^2 + cx + f} - 1 \right) dx = ht + C_3$$

(22)

$$\frac{f+g}{(x_2-x_1)(x_3-x_1)} \ln(x-x_1)$$

$$+ \frac{f+g}{(x_1-x_2)(x_3-x_2)} \ln(x-x_2)$$

$$+ \frac{f+g}{(x_1-x_3)(x_2-x_3)} \ln(x-x_3)$$

$$= ht + C_3 \quad (22a)$$

$$\begin{aligned} & (x - x_1)^{\frac{f+g}{(x_2-x_1)(x_3-x_1)}} \\ & \times (x - x_2)^{\frac{f+g}{(x_1-x_2)(x_3-x_2)}} \\ & \times (x - x_3)^{\frac{f+g}{(x_1-x_3)(x_2-x_3)}} \times e^{-x} \\ & = C_4 e^{ht} \end{aligned} \quad (22b)$$

當特定常數求出，各解析解之順序安排如下：燃燒深度  $x$  由(22b)式求出；線性燃速  $\dot{x}$  由(19b)式求得；壓力  $P$  由(9)式求得；表面積  $S$  由(11c)式求得；已燃質量  $m_p$  由(2)式求得；將(19b)式微分得

$$\ddot{x} = \frac{h(f+g)(3ax^2 + 2bx + c)\dot{x}}{(ax^3 + bx^2 + cx - g)^2} \quad (23)$$

$\dot{P}$  由(9)式微分聯立(23)式得

$$\dot{P} = \frac{\ddot{x}}{\beta} = \frac{h(f+g)(3ax^2 + 2bx + c)\dot{x}}{\beta(ax^3 + bx^2 + cx - g)^2} \quad (24)$$

## 六、測試結果

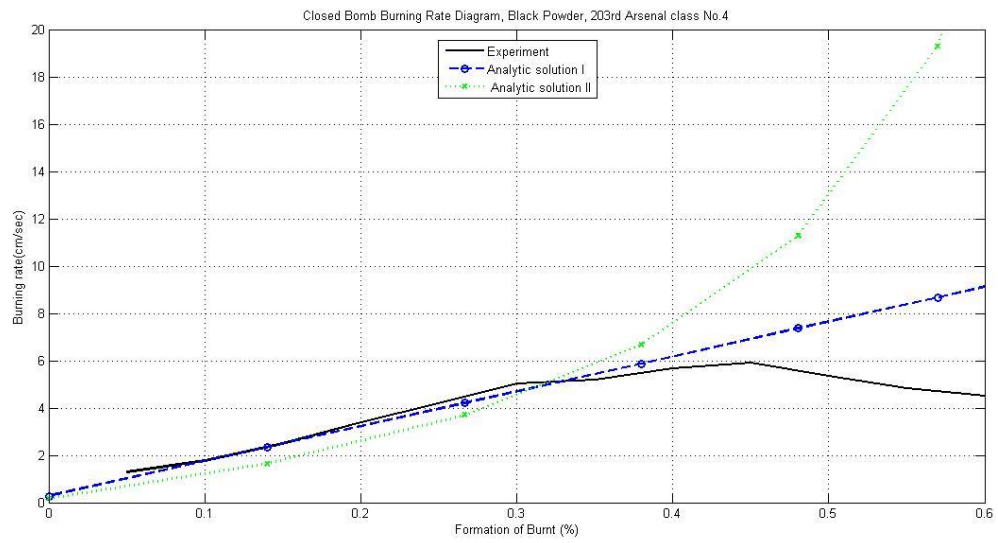
黑藥在高空焰火應用與爆彈儀燃速研究中[13~18]，其燃速在前段較為平滑可視為線性，此區段燃速符合本文解析法簡化數學模型之性質，故以燃燒分率 0~0.6 範圍為橫坐標，將燃速兩組解析解與實驗值作圖比較。在建立燃速線性模型時，壓力變率( $dP/dt$ ,  $\dot{P}$ )為其重要之輔助模型，本文二組解亦將之解出，同步實施測試，俾利確認燃速模型。

測試之目標在驗證與校正影響黑藥爆彈儀燃燒之參數。在爆彈儀研究中，有非常繁多的參數對其燃速( $\dot{x}$ )與壓力變率( $\dot{P}$ )

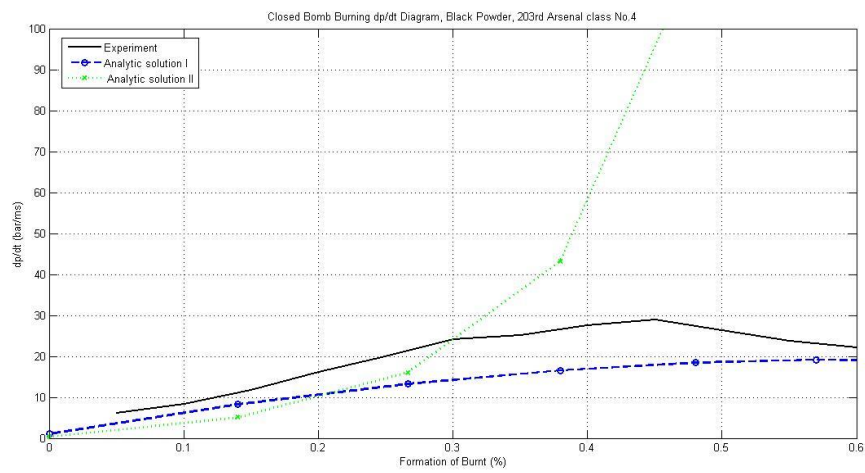
造成影響，經整理：觀察第一組解中化簡為(13b)式，由  $k$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $c$  及  $f$  控制燃速( $\dot{x}$ )，再由(17)式知，由  $k$ 、 $\beta$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $c$  及  $\dot{x}$  決定壓力變率( $\dot{P}$ )。觀察第二組解中化簡為(19b)式，由  $g$ 、 $h$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $c$  及  $f$  控制燃速( $\dot{x}$ )，再由(23)式知，由  $g$ 、 $h$ 、 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $f$  及  $\dot{x}$  控制壓力變率( $\dot{P}$ )。分析上揭參數中可分為兩類：藥型參數與熱力參數。 $a$ 、 $b$ 、 $c$  屬藥型參數，依(3)、(4)、(5)式由假定等效之礮型藥之  $D$  及  $d$  值而估計決定，各級黑藥因粒徑分布不同而變化。 $k$ 、 $f$ 、 $g$ 、 $h$ 、 $\beta$  為熱力參數，由諸多其他熱力參數綜合而成，國造黑藥因製程、配方、密度、裝藥量概同而推斷應有近似之數值；德造黑藥因製程、配方、密度有差距，而須再調整。

首先依據粒徑分析結果，設定國造四級黑藥等效代表粒徑尺寸  $D=0.475\text{cm}$ 、 $d=0.4\text{cm}$ ，試算其熱力性質  $k=1.51$ ， $f=0.185$ ， $g=8.5$ ， $h=6.5$ ， $\beta=0.056$ ，代入第一、二組解法得其燃速( $\dot{x}$ )簡化解析解 I、II 數值，並將之與實驗值比對如圖二，同時將壓力變率( $\dot{P}$ )比較如圖三。依次調整藥型參數  $D=0.4\text{cm}$ 、 $d=0.339\text{cm}$ ，得出國造五級黑藥之燃速及壓力變率比對如圖四、五。調整藥型參數  $D=0.335\text{cm}$ 、 $d=0.287\text{cm}$ ，得出國造六級黑藥之燃速及壓力變率比對如圖六、七。調整藥型參數  $D=0.285\text{cm}$ 、 $d=0.235\text{cm}$ ，得出國造八級黑藥之燃速及壓力變率比對如圖八、九。

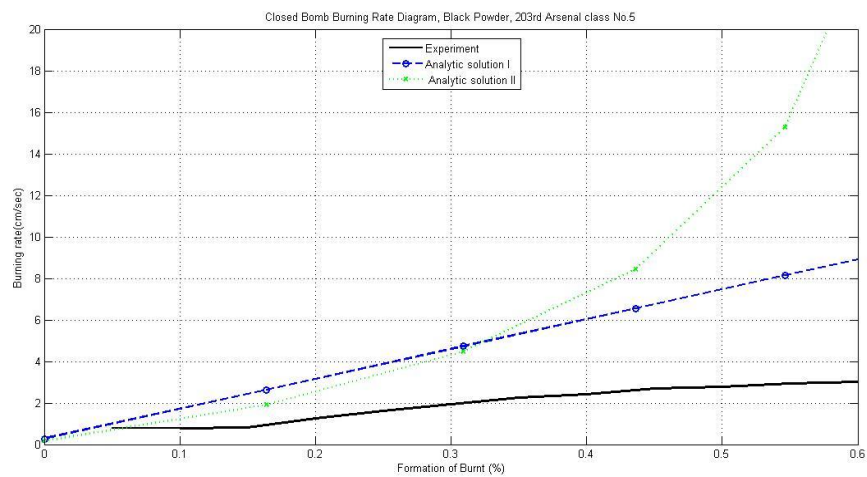
參考國造黑藥參數，修正得德國 SAMP 黑藥之參數  $D=0.475\text{cm}$ 、 $d=0.335\text{cm}$ ， $k=1.47$ ， $f=0.125$ ， $g=15.5$ ， $h=13.5$ ， $\beta=0.056$ ，得出 SAMP 黑藥之燃速及壓力變率比對如圖十、十一。



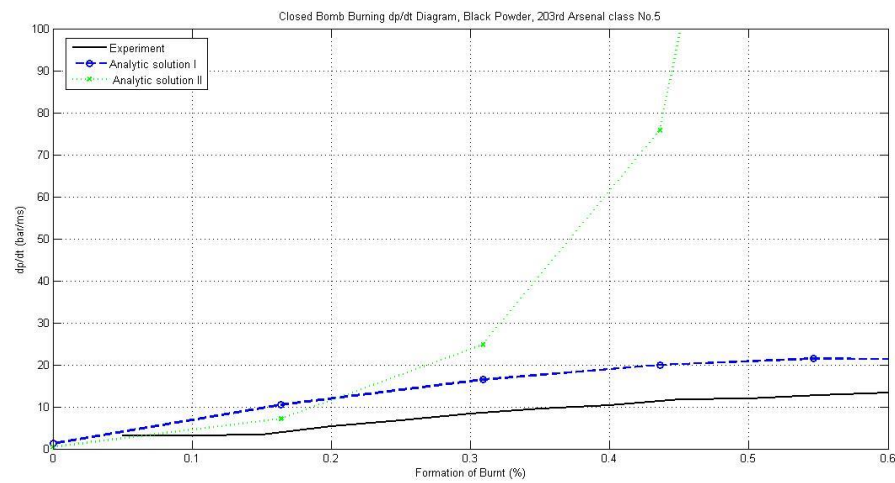
圖二：國造四級黑藥爆彈儀燃速比對



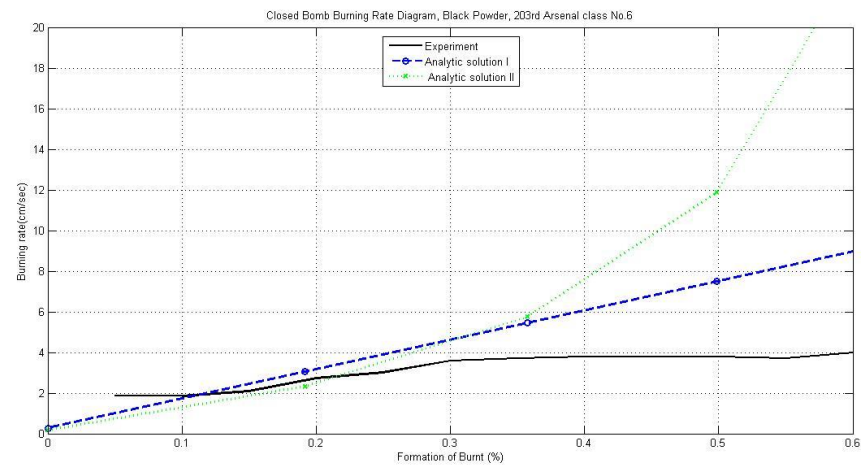
圖三：國造四級黑藥爆彈儀壓力變率比對



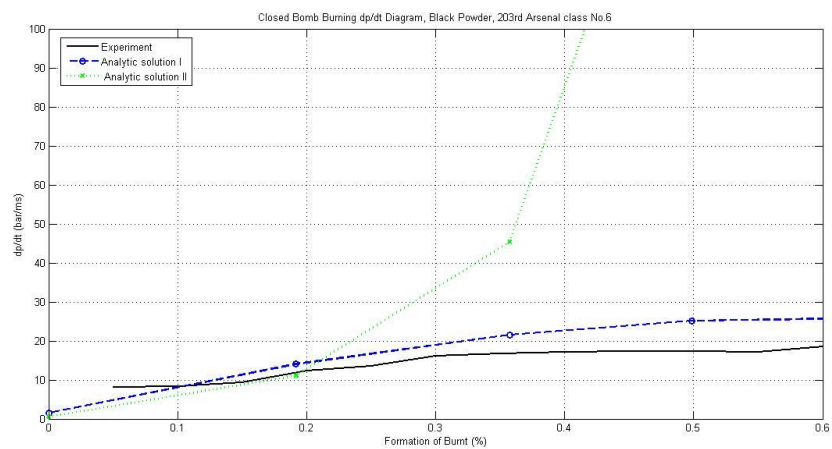
圖四：國造五級黑藥爆彈儀燃速比對



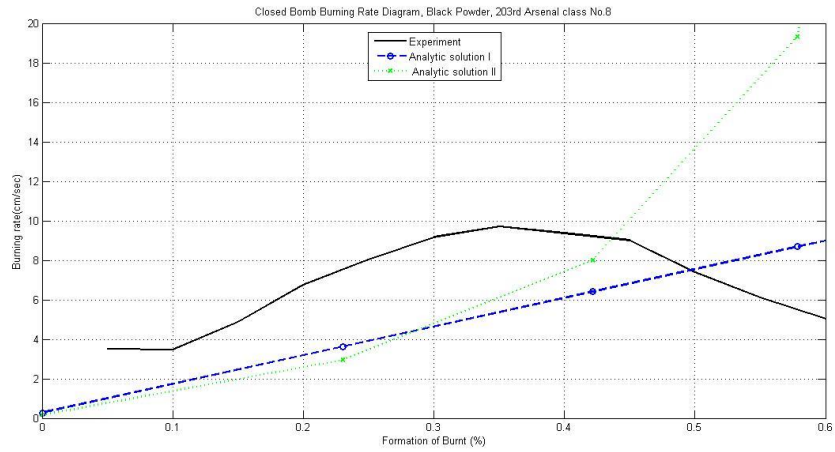
圖五：國造五級黑藥爆彈儀壓力變率比對



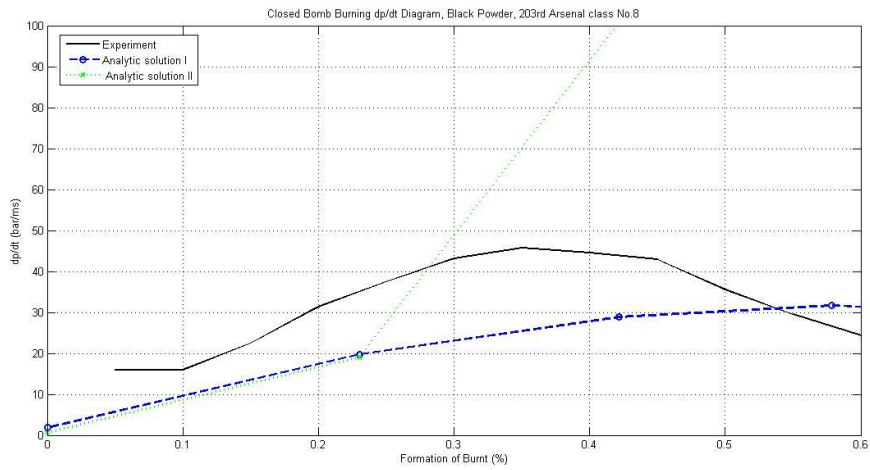
圖六：國造六級黑藥爆彈儀燃速比對



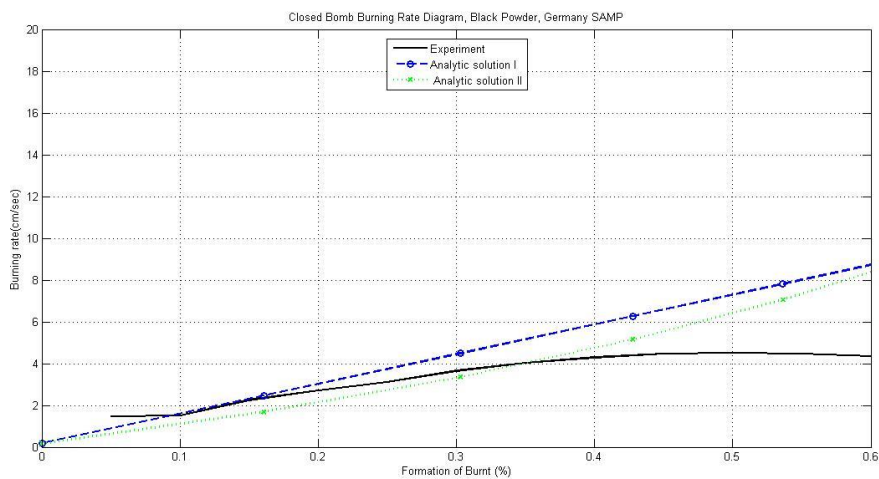
圖七：國造六級黑藥爆彈儀壓力變率比對



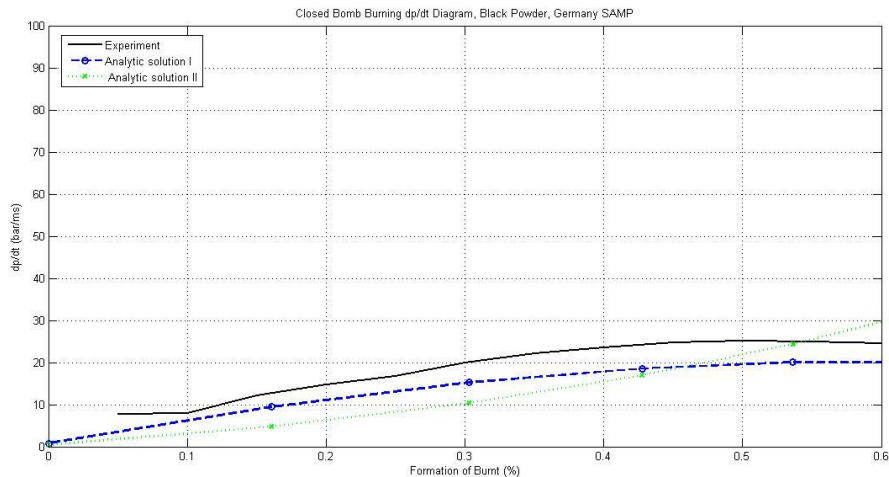
圖八：國造八級黑藥爆彈儀燃速比對



圖九：國造八級黑藥爆彈儀壓力變率比對



圖十：德造 SAMP 黑藥爆彈儀燃速比對



圖十一：德造 SAMP 黑藥爆彈儀壓力變率比對

## 七、討論

比對測試中，黑色實線代表爆彈儀實測值，藍色長虛線代表第一組解法之運算結果，綠色短虛線代表第二組解法之運算結果。圖二中顯示國造四級黑藥之實測燃速曲線於上升近似直線段，二組解法皆能仿真，但燃速實驗值下降時，二組解法均不能隨之表達，第一組解仍保持直線，第二組解則快速上揚。圖三為國造四級黑藥壓力變率使用二組解法後比對實驗值之情形，第一組解法比較接近實驗值，第二組解法則較實驗值明顯上揚。

由圖二、三中兩種解法比較，第一組解法為簡化變數將餘容假設為藥粒密度(比重)之倒數，參數較少。第二組解法則無上述假設，變數未能再簡化，參數較多。理論上參數較多者，較易表達真實值，但實際運用中反而不易掌握其數值，故不如第一組解法精確。

圖四、六、八為國造五、六、八級黑藥二組燃速解法與實驗值之比較。燃速受藥型參數與熱力參數共同支配，雖已調整各級黑藥之藥型參數，但圖四、六、八與圖二中第一組解之燃速曲線斜率十分類似，說明其受熱力參數影響較大，受藥型

參數影響甚微。圖四、六、八與圖二中第二組解之燃速曲線有明顯變化，說明其受熱力參數影響雖仍多，受藥型參數影響已大幅增加。

圖五、七、九為國造五、六、八級黑藥二組壓力變率解法與實驗值之比較，再度比較二組解法之優劣。圖五、七、九與圖三中第一組解之壓力變率曲線斜率仍然十分類似，同樣說明其受熱力參數影響較大，受藥型參數影響甚微。圖五、七、九與圖三中第二組解之壓力變率曲線有明顯變化，說明其受熱力參數與藥型參數同時影響壓力變率。

吸取先前的經驗，確知個案黑藥除藥型參數依粒徑分析調整外，熱力參數除組成配方外尚受反應溫度、藥粒密度(比重)等綜合而成，應由觀察實驗值試誤而設定。因故參照國造黑藥數據，重新設定 SAMP 之參數值如前節所述。圖十為 SAMP 黑藥二組燃速解法與實驗值之比較。燃速受藥型參數與熱力參數共同支配。第二組解扭轉先前之印象，比較接近實驗值。圖十一為 SAMP 黑藥二組壓力變率解法與實驗值之比較。二組解都接近實驗值，但第二組解比較靈敏，後段亦較貼

近實驗值。

更進一步觀察，四級與 SAMP 黑藥能夠運用解析解法逼真，係因該等燃速與壓力變率曲線之升弧比較平滑，趨於直線，此為解析解法中將燃速指數  $\alpha$  假設為 1 所致。故知，簡化之解析解法受限模擬比較接近平階燃燒之黑藥爆彈儀燃速及壓力變率等。

## 八、結論

黑藥爆彈儀燃燒建模中，測試結果接近平階燃燒時，可運用本文二組簡化解析解為數學模型，用以模擬燃速及壓力變率等，其參數又區分為藥型及熱力狀態等，有利分析判別。第一組解假設餘容為藥粒密度之倒數，而將其消除，致參數較少，使用具有強健性。第二組解未將餘容消除，參數較多，估計正確時使用較為靈敏。

## 參考文獻：

- [1] Robbins, F. W. and Horst, A. W., "Numerical Simulation of Closed Bomb Performance Based on Black Code Thermodynamic Data," IHMR 76-259, Naval Ordnance Station, November 1976.
- [2] Price, C. and Juhasz, A., "A-Versatile User-Oriented Closed Bomb Data Reduction Program (CBRED)," Ballistic Research Laboratory, SA-ARRADCOM, Aberdeen Proving Ground, Rept. BRL-R-2081, September 1977.
- [3] Pallington, A. and Weinstein, M., "Method of Calculation of Interior Ballistic Properties of Propellants from Closed Bomb Data," TR 2005, Picatinny Arsenal, June 1977.
- [4] Wallace, W., "New Formulas for Rapid Calculation of Linear Burning Rates of Solid Propellants," TR 2488, Picatinny Arsenal, April 1958.
- [5] Celmins, A., "Solid Propellant Burning Rate Measurement in a Closed Bomb," Combustion and Flame, Vol. 23, 1974, pp. 381-397.
- [6] Juhasz, A. A. (ed.), "Round Robin Results of the Closed Bomb and Strand Burner," CPIA Publication 361, Hopkins University, July 1982.
- [7] Hunt, F. and Hinds, H., "Internal Ballistics," Philosophical Library, 1951, pp. 53-66.
- [8] 趙嘉琦、夏永寧、王橋譚、蘇一中、許世輝、胡寧康、陳玉山、萬軍，"國造球藥碾藥操作之研究，"火藥技術，Vol. 28, No. 1, 2012, pp. 15-32.
- [9] AMCP 706-247, Ammunition series, Section 4, *Design for Projection*, U. S. Army Materiel Command, 1964, pp. 4-16~29.
- [10] Stiefel, L. "Gun propellants," AIAA Journal, Progress in Astronautics, "Interior Ballistics of Guns," edited by Krier, H. and Summerfield, M., Vol. 66, 1979, pp.23-24.
- [11] 陳呈芳編譯，*熱力學概論*，高立圖書有限公司，2006, pp. 80-84.
- [12] 蔡健雄、張金龍、王耀男編譯，*熱力學*，東華書局，2019, pp. 104-108.
- [13] 王振宇、陳一葳、趙嘉琦、洪兆宇，"焰火彈道之解算研究，"第 21 屆三軍官學基礎學術研討會論文集，2014.
- [14] 洪兆宇、趙嘉琦、方友霖、方淳民、陳一葳，"改良平滑法求黑藥爆彈儀燃速，"第三十二屆燃燒與能源學術研討會論文集，2022.
- [15] 趙嘉琦、洪兆宇、方友霖，"黑藥之爆彈儀燃燒行為，"第三十二屆燃燒與能源學術研討會論文集，2022.
- [16] 趙嘉琦、方友霖、陳一葳、洪兆宇，"

- 黑藥爆彈儀燃速之簡解，”2022 國防科技學術研討會論文集，2022.
- [17] 方友霖、洪兆宇、陳一葳、趙嘉琦，”黑藥爆彈儀燃速數據擷取之改良平滑法，”中正嶺學報，第 52 卷，第 1 期，2023.
- 方友霖、洪兆宇、方淳民、趙嘉琦，”黑藥於爆彈儀之燃燒，”中正嶺學報，第 52 卷，第 1 期，2023.

## Simplified Model of Closed Bomb Burning for Black Powder

Chia-Chi Chao<sup>1</sup>, Yi-Wei Chen<sup>2</sup>, Yu-Lin Fang<sup>3</sup>, Chao-Yu Hung<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Mechanical Engineering, ROC Military Academy

<sup>2</sup>Department of Applied Foreign Languages, ROC Air Force Institute of Technology

<sup>3</sup>Department of Aeronautics and Astronautics, ROC Air Force Academy

### Abstract

The development of modern closed bomb technology has shown some properties of black-powder-based pyrotechnic to be more important than previously recognized, indicating that more stringent or better control over mathematical model might be required. Also, there exists the need for modernization of older processes to take advantage of technological development to improve computing economics and comply with simulation problems. Closed bomb tests are routinely performed to determine the linear burning rates of solid propellant for interior ballistic studies. Generation of synthetic pressure traces to simulate closed bomb firings is done to validate new burning rate reduction programs, test algorithms to different methods, assess the sensitivity of computational fundamental pressure data, and provide prediction for guiding the decisions of test engineer. These needs became acutely evident in firework research on closed bomb methods when some easily communicated validation and comparison procedure would have been very useful. The general problem of synthesizing closed bomb pressure data can be simplified by means of a number of assumptions which then allow two closed-form finite solutions for a charge of rolled black powder grains. Seven algebraic formulas are derived which permit easy computer calculation of the pressure, depth burned, mass burned, their respective derivatives, and instantaneous surface area which can then be used as input to a burning rate reduction program.

Key words : Black powder, Closed bomb, Burning rate