

黑藥爆彈儀燃速數據擷取之改良平滑法

方友霖¹ 洪兆宇² 陳一葳³ 趙嘉琦^{2*}

¹空軍軍官學校航空太空工程學系

²陸軍軍官學校機械工程學系

³空軍航空技術學院應用外文科

摘 要

黑藥以爆彈儀求取燃速，原運算程式使用固定數據平滑法，其於整個壓力作用範圍，分段採計固定點數之壓力數據而平滑之，遇有限制。本文說明一可變平滑法，成功計算黑藥爆彈儀燃速。該法當壓力增加則平滑區段逐步擷取，在單一陡昇異常壓力值區間內運算亦精確，以之計算黑藥爆彈儀燃速，較固定法更為合適，因其在不穩定高壓段仍能獲得準確燃速。本文並將 2 階擬合法與 3 階擬合法比較，在無雜訊條件下，較之 3 階法，2 階法僅需較小的平滑區段。

關鍵詞：黑藥，爆彈儀，燃速

An Improved Smoothing Method for Black Powder Closed Bomb Burning Rate Data Reduction

Yu-Lin Fang¹, Chao-Yu Hung², Yi-Wei Chen³, and Chia-Chi Chao^{2*}

¹ Department of Aeronautics and Astronautics, ROC Air Force Academy

² Department of Mechanical Engineering, ROC Military Academy

³ Department of Applied Foreign Languages, ROC Air Force Institute of Technology

ABSTRACT

Closed bomb data reduction programs traditionally use a fixed method, which means that a smoothing interval of a fixed number of pressure points is chosen and used over the entire pressure range. This paper describes a variable smoothing method which was developed to compute closed bomb burning rates. For the variable smoothing method, the smoothing interval is gradually decreased as the pressure increase. The data can be smoothed to within one point of the slivering pressure without any inaccuracies resulting from using data in that region. The variable smoothing method was used for computing burning rates for black powder and was found to be preferable over the fixed smoothing method because accurate burning rates could be obtained to much higher pressures. Also in this paper, a smoothing routine with a second-degree polynomial fit is compared to a routine with a third-degree polynomial fit. The smoothing interval of the second-degree polynomial was smaller than that of the third-degree polynomial for a smooth pressure-time curve.

Keywords: black powder, closed bomb, burning rate

一、前言

在高空焰火研究實務中，實測最能求取發射數據，但因諸多限制因素與阻礙，實施困難，故焰火發射用黑藥研究師法發射藥研改經驗以爆彈儀燃速估測燃燒數據。查焰火藥球在發射筒內之過程非常複雜，為利於計算，於離開筒口前，可視為密閉系統(closed system)，即控制質量(control mass)，由固定的質量構成，無其他物質可流經邊界，亦即沒有物質可進入或離開具有移動邊界之密閉系統，僅其部份邊界(彈頭底部內表面)可移動，但能量可以熱或功之形式流經邊界。若有一已經實射合格之參考發射黑藥，並有一待測黑藥，二者配方成分、理化分析與燃速十分接近，則可推斷筒內爆壓燃燒性能極為相似。基於此，爆彈儀係將系統更進一步簡化假設為固定邊界之隔絕系統(isolated system)，即絕熱過程(adiabatic process)，系統與外界無熱和物質之交換，用以測定此條件下兩者類筒內動態燃速，及提供估測爆燃性能之資料。然在高空焰火研究中，因黑藥多成分混合製成，與類均質硝化棉基底單多孔槍砲發射藥之平階燃燒特性不同，壓力曲線跳動，雜訊時有影響，逕代入原有軟體計算求解，準確性受影響，須改良原有之數據平滑方法。

二、問題描述

估測焰火系統效能時，發射黑藥燃速為重要項目，最常見之燃速式以下式表示：

$$r = bP_c^n \quad (1)$$

式中 r 為燃速(mm/s)， b 為燃速係數 mm/s(MPa)^n ， P_c^n 為燃燒壓力(MPa)， n 為燃速指數。燃速係數與指數是壓力函數，文獻中Price與Juhász等人[1-3]發表經由壓力-時間曲線可計算燃速。然黑藥在不同狀態下，有完全不同之燃燒特性與燃速[4、5]。而類似狀態之火箭、槍砲發射藥研究中，燃速(r)受藥粒(柱)質量變化率($\dot{m}, g/s$)、藥粒表面積(A_b, mm^2)、藥粒密度($\rho_b, g/\text{mm}^3$)等相互影響，如下式

$$\dot{m} = A_b r \rho_b \quad (2)$$

積分(2)式，得

$$m = \rho_b \int A_b r dt \quad (3)$$

針對內彈道燃燒與相類似之狀況，受(2)或(3)式之限制，Krier認為其為動態燃燒，另以動態燃速方程式表示[6,7]:

$$r = bP_c^n \left(1 + \Psi \frac{\alpha n}{b^2 P_c^{2n+1}} \frac{dP_c}{dt} \right) \quad (4)$$

(4)式中 r 、 b 、 P_c 、 n 之代表意義仍如同(1)式說明。 Ψ 為動態燃速係數，係壓力和火焰結構之函數，其真正關係尚未確認。 α 為固相熱擴散率 mm^2/s 。 t 為燃燒時間(s)。所謂動態燃燒是指膛內燃燒時，突然遭遇壓力變化，在此條件下產生一瞬時燃速，此燃速和穩態之值有極大差異。由(1)式與(4)式之比較，大異其趣，企圖藉黑藥於爆彈儀內之燃速，判斷與何者較為接近，利於焰火於發射筒內之燃燒性質推估，成為實驗觀察重點。

實驗中 P_c 數值之平滑去雜訊，避免 dP_c/dt 受干擾，振盪發散、正負值變號或趨近零，輔助計算軟體執行，十分重要。另焰火發射管內燃燒模式建立時，掌握15~20MPa(1.5~2kpsi)壓力下燃速具重要性。因爆彈儀於高壓區域求得之燃速是關鍵，如由低壓區數值外插求取高壓區數值偏差甚多。然高壓燃速因設備高昂、操作繁雜，外購獲得高壓燃速套件亦非易事。檢討黑藥為混合物非均質，造成燃燒70%至80%時燃燒燃速變異大，爆彈儀原始數據因含有雜訊非常粗糙，必須經過平滑處理，最常用者為多項式移動擬合橋接法。橋接過程在壓力-時間曲線分段使用最小平方方法(least square)選定區段內中間點，如此重複移往下一個區段，直至全部曲線平滑完成。然而黑藥高壓段因壓力變化率高且壓電轉換器(A/D converter)解析度限制及雜訊干擾，使用固定平滑法限制其精度，甚至無法輸入程式執行檔求取燃速。在燃

速測試中，壓電轉換器之效能，直接影響實驗數據之獲得。受限解析度，較低壓區段獲得較多數壓力數據點數；然高壓區段，點數就少了許多。再者一個 10 位元類比/數位轉換器之最大計算量是 1024(210)，爆彈儀壓力於 34MPa 時，將有 34/1024 之誤差；壓力降至 3.4MPa 時雖誤差減至 0.3%，但壓力變化速率非常敏感，此造成燃速計算誤差也隨之增大。故知，低壓段壓力雖低，但變化速率卻較高。舉例，爆彈儀壓力於 3.4MPa 時，時間步階為 0.06ms，壓力變化速率為 0.69MPa/0.06ms，誤差為 $\pm 0.69\text{MPa}$ 或 100%。為避免誤差，原可改裝高解析度壓電轉換器，或加裝壓速率差轉換器，提供精密壓電訊號，然兩者皆須增加高額經費，權衡下，遂有本文研究，以改良之移動平滑法減低燃速之誤差。更者，為後續研究奠基，為判斷黑藥爆彈儀燃速方程式是否接近(4)式，高壓段壓力、壓力變化率與燃速間對應關係之精確性，首先要完成。

三、黑藥爆彈儀燃速

黑藥燃速之測定方法，隨裝藥設計用途、測試設備提升等逐漸演進。早期測得者為常壓燃速，後為低壓、真空燃速，其後為高壓、昇壓 (elevated pressure) 燃速，再後為爆彈儀 (closed bomb) 燃速[8]。上述各壓力環境條件下導出之燃速方程式與燃速值，相差甚大，引發關注。首由美國陸軍彈道實驗室報告曾實驗於相同壓力範圍時，由昇壓與爆彈儀測試所得結果，存有大量差異，此觀察亦被海軍實驗室證實。美軍深入研究，昇壓實驗使用常溫高壓氮氣加壓，爆彈儀由自身爆燃產生爆溫及壓力，兩者火焰傳播溫度與壓力波並不相同，造成實驗結果差異。縱同於爆彈儀環境下，測得美國各知名廠牌之黑藥燃速仍非定值，甚有同廠牌不同型號者亦存差距[9]。因爆彈儀測試燃速，比較接近真實發射狀態，檢討採用國造黑藥為高空焰火發射藥，須首先掌握國造黑藥之爆彈儀燃速[10]。

四、爆彈儀裝置

爆彈儀是一厚壁、固定容積之裝置，其容積範圍大約從 25~700cm³，奧地利 AVL 公司製造，使用時依實驗目的及配合條件，選用不同容積之爆體。在定容條件下，量測待測物在密閉爆體內燃燒壓力，以壓電晶體偵知，將類比訊號轉為數位資料，紀錄、存取、繪圖。另外輸入熱力參數、化學組程等資料，由程式運算獲得燃速。

五、移動平滑法

習慣上，固定平滑法以每 50 點數據為一區間，運用最小平方方法運算獲得數據平滑。移動平滑法則視狀況增減平滑區段之大小，並採二階或三階曲線擬合 (curve fitting) 來平滑數據。

六、實驗比較

首先以 25cc 爆體裝入第二 0 三廠製國造軍規 8 級黑藥 9.621g，取樣時間為 20 μ s，上昇時間為 3.74ms。再以相同條件裝入德國製 SAMP 黑藥 9.681g，上昇時間增為 4.36ms。圖 1 為擷取國造軍規 8 級黑藥與德國 SAMP 黑藥之爆彈儀顯示讀數[10]，合併處理顯示於同一圖上。其圖形為爆彈儀量測之爆體內壓力 P_c 數值對作用時間之作圖 ($P-t$ 曲線)，曲線顯示國造八級黑藥初始壓力較高，後續壓力較低， dP/dt 變化較大，且有較多雜訊，其中 2 次跳動較大。相對之，德造 SAMP 黑藥初始壓力較低，後續壓力較高， dP/dt 變化較小，亦較無雜訊。但是，二者尖峰壓力相差有限，最終壓力趨同，以此用來觀察燃速之變化情形與數值。圖 2 為國造八級黑藥輸入 $P-t$ 曲線數據，求取爆彈儀燃速，分別使用固定與移動法，均以最小平方方法擬合搭配之比較。圖 2 中二曲線大致貼近，直到壓力升高至 17MPa，此時移動法顯示平滑區間對燃速之影響。由於壓力變化在高壓段

對發射性能十分敏感，高壓力值是否產生高燃速，成為觀察重點。由結果顯示，固定法所產生之燃速較不穩定，壓力起伏，有重複值(相同壓力時對應 2 燃速值)，雜訊不能消除。固定法於壓力較低狀況卻產生較高燃速，移動法壓力高卻產生較低燃速，尖峰壓力時二者燃速差 80%。圖 2 說明固定法與移動法，將產生不同之燃速狀況，且誤差大。曲線擬合時，常採用之方法除 1 階(最小平方)外、2 階、3 階多項式調適等亦常運算操作。圖 3 為國造八級

黑藥使用移動法，分以 2 階與 3 階擬合之比較。由圖 3 知，2 階擬合較 3 階平滑，雖理論上，階數高較易於契合曲線彎曲，但平滑區段短或計算軟體有效數字位數較少時，反而誤差較大。圖 4 為國造八級黑藥分別使用固定與移動法，均以 3 階擬合比較。圖 4 說明移動法使用 3 階，雖因軟硬體限制，誤差較 2 階大，但與固定法比較，仍較平滑精準。調整平滑區間效果未受變換調適多項式階數影響。因此計算燃速時，使用不同平滑區段，對結果影響較大。

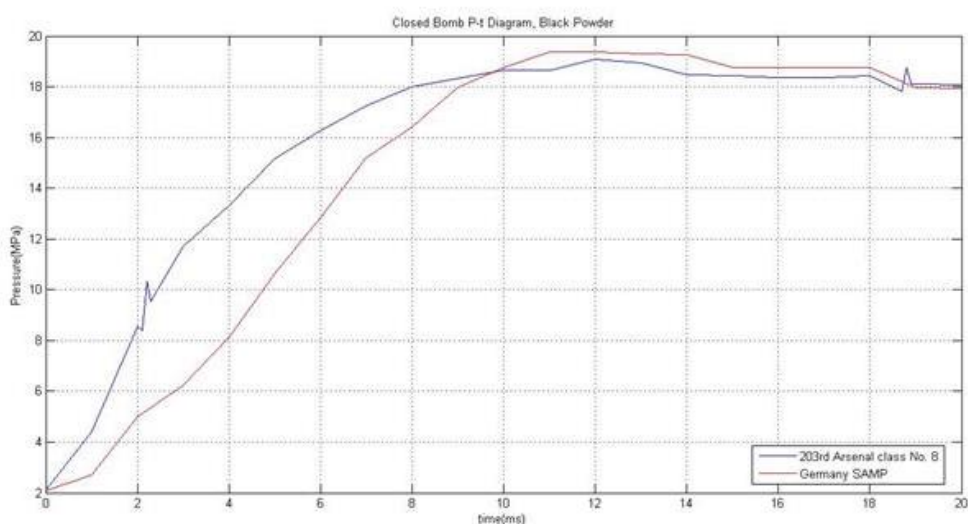


圖 1.國造八級與德造 SAMP 黑藥之爆彈儀 P-t 曲線比較

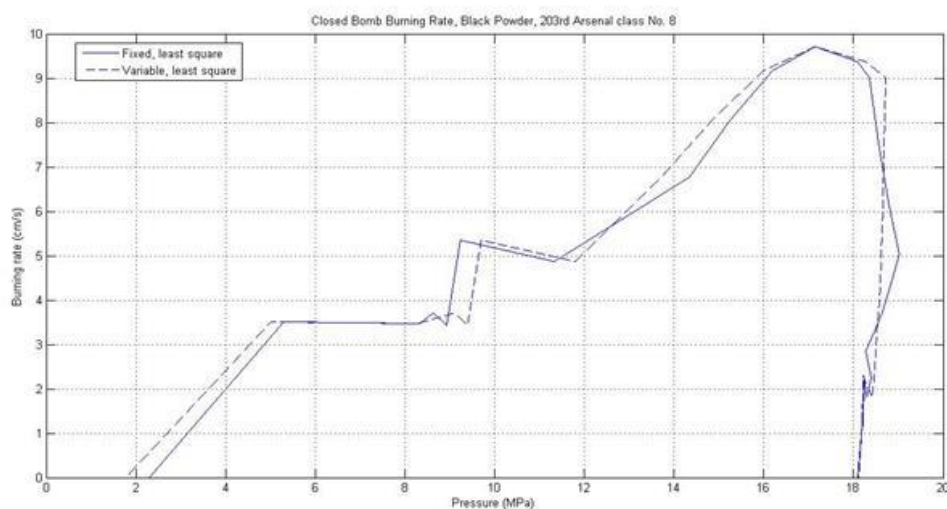


圖 2. 國造八級黑藥以固定法與移動法求取爆彈儀燃速之比較

圖 5 為國造八級黑藥分別使用固定與再調整移動法，均以 3 階擬合之比較。由曲線比較知，較圖 2 使用固定與移動法均搭配最小平方法之誤差大幅減少。同為 3 階，但在高壓區域，移動再調整法減少雜訊，降低 dP/dt 對燃速造成之振盪表現較佳，且尖峰壓力更為正確。圖 5 並說明，使用更長區段平滑，有利 3 階性能表現。

圖 6 為國造八級黑藥使用固定法，分以 2 階與 3 階擬合之比較。與圖 3 比較，移動法無論使用 2 或 3 階擬合，仍較精準平滑。

圖 7 為德國 SAMP 黑藥分別使用固定與移動法，均 2 階擬合之比較。其二曲線十分接近，顯示使用不同之平滑法對其影響不大。由圖 2 與圖 7 比較國造八級與德造 SAMP 黑藥

尖峰壓力約等，但德藥燃速慢了許多，證明黑藥爆彈儀燃速並非壓力指數函數，深受壓力變化率影響。雖然由實驗證明，黑藥爆彈儀燃速方程式並非簡單如(1)式所描述，但考量美軍仍以(1)式為數學模型來分析各廠牌黑藥之爆彈儀燃速，並彙整為表 1。觀察表 1，判斷美軍係將燃速-壓力曲線以最小平方法取其直線線段，代入(1)式而成。表中燃速係數 b 介於 0.2~0.6 間，表示截距為正，燃速指數 n 介於 0.4~0.7，表取全對數圖形時之斜率。故亦將國造八級與德造 SAMP 黑藥之壓力-燃速曲線於移動法搭配 2 階平滑後再取全對數作圖如圖 8，並取圖 8 中之二平坦線段計算其 b 值及 n 值，製作圖 9。

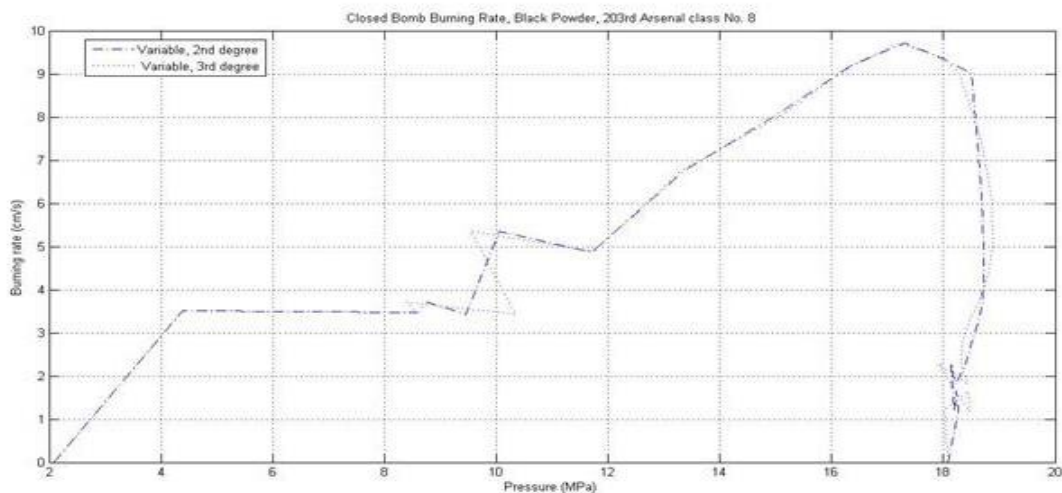


圖 3. 國造八級黑藥分以 2 階與 3 階移動法求取爆彈儀燃速之比較

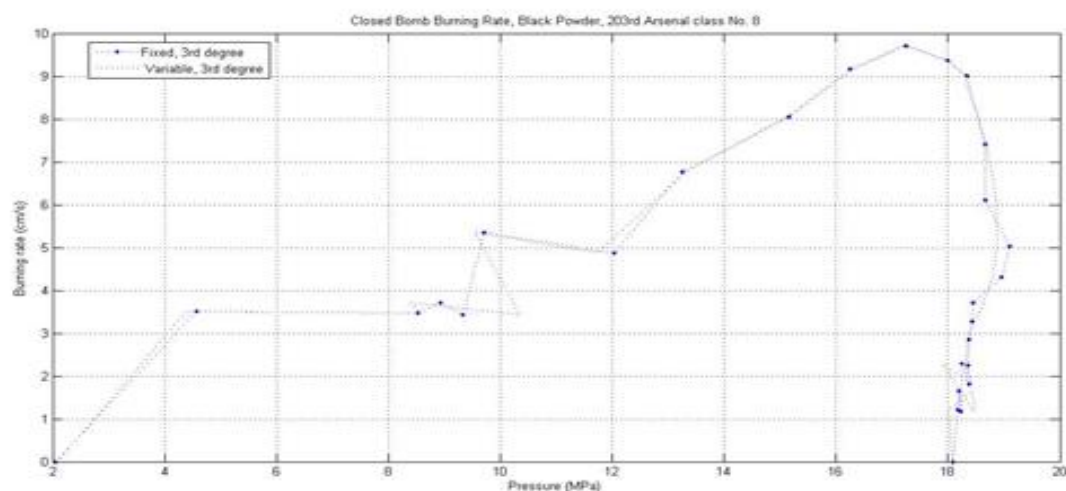


圖 4. 國造八級黑藥分以固定與移動法搭配 3 階調適求取爆彈儀燃速之比較

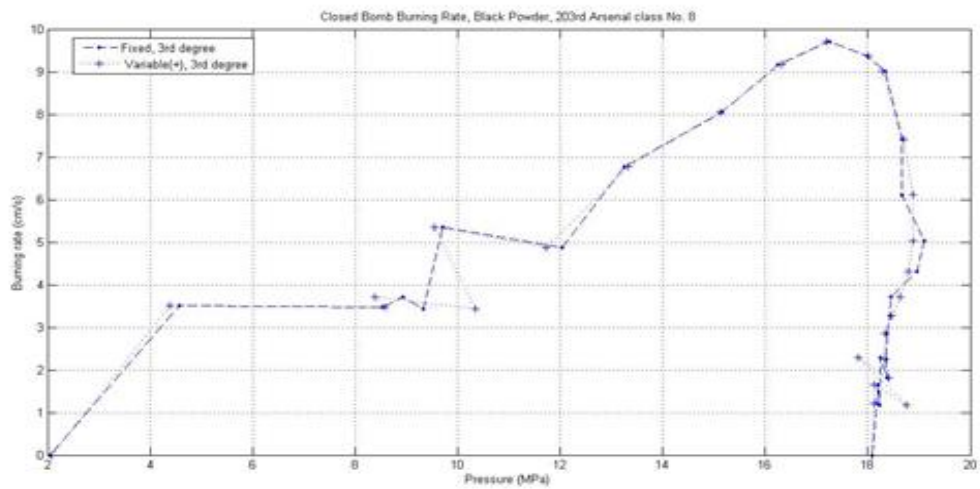


圖 5. 國造八級黑藥分以固定與再調整移動法搭配 3 階調適求取爆彈儀燃速之比較

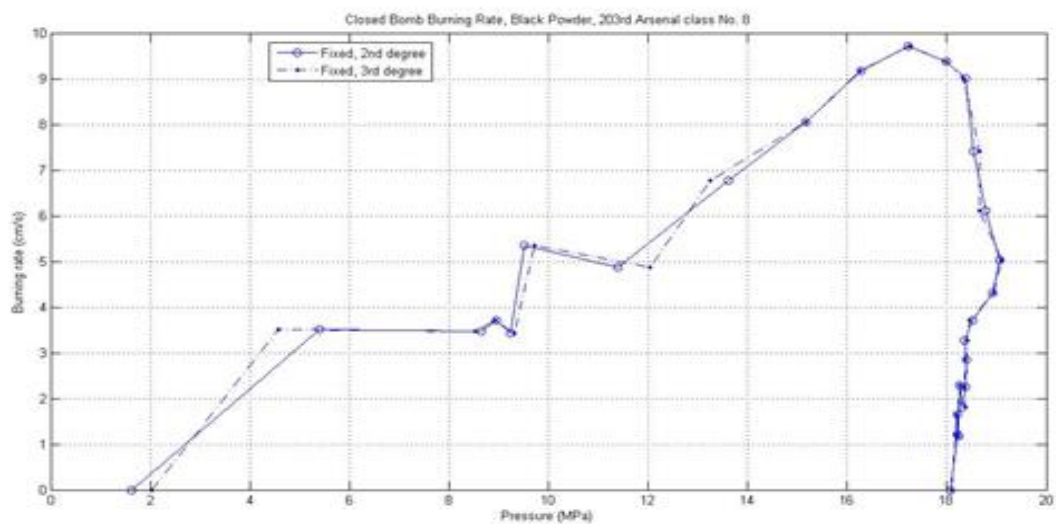


圖 6. 國造八級黑藥以固定法分別搭配 2 與 3 階調適求取爆彈儀燃速之比較

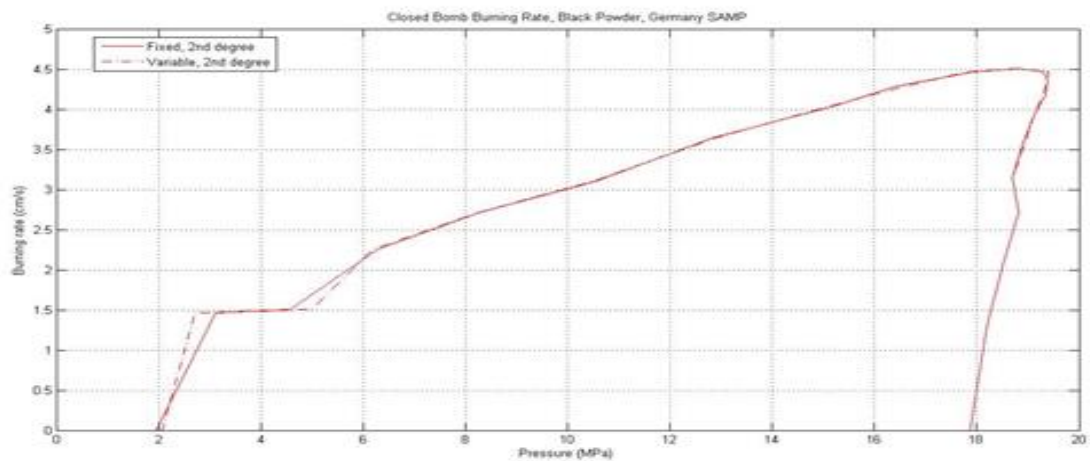


圖 7. 德造 SAMP 黑藥分以固定與移動法搭配 2 階調適求取爆彈儀燃速之比較

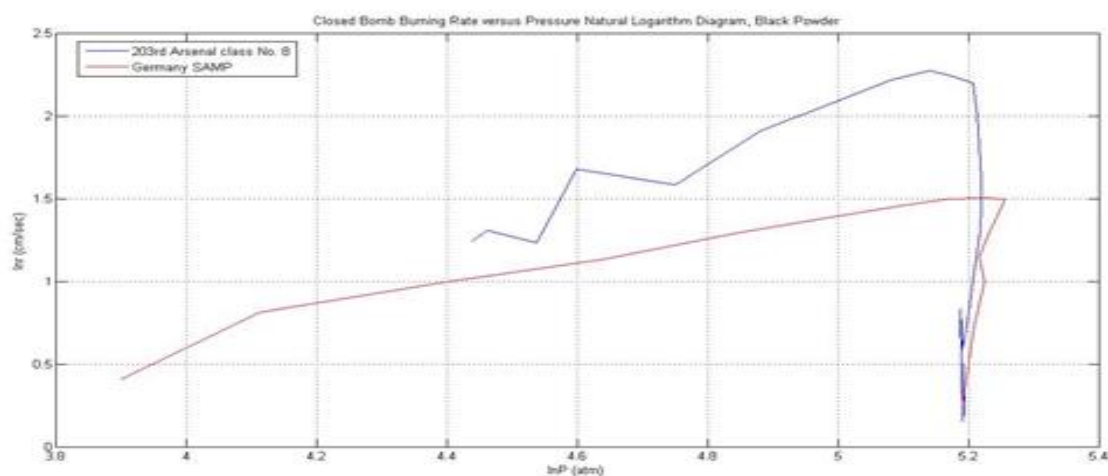


圖 8. 國造八級與德造 SAMP 黑藥之爆彈儀燃速全對數圖形比較

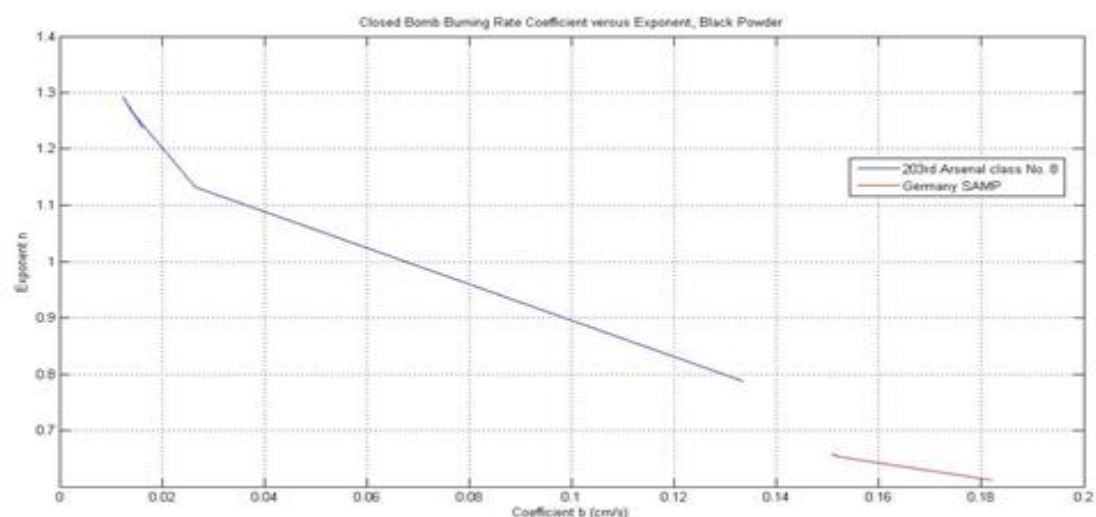


圖 9. 國造八級與德造 SAMP 黑藥之燃速指數-係數圖比較

七、討論

理論上，高階多項式可以更契合資料集，因為它有比較多係數，也可以彎曲更多次，更容易隨著數據做彎曲的變化。一般都傾向用高階的多項式以得到較佳的曲線擬合。然而在使用高階多項式會產生兩種風險，其在每平滑段之第一及最後一對數據點上會產生很大的弧圈，於此二處估計燃速將會產生很大的誤差。第二種風險為運用高階的多項式，假如它的係數無法使用一個較大的有效位數來表示的話，

就會產生較大的誤差。一般計算軟體係數的位數如非特別設計與程式宣告，並無過多位數來表示，如此就會逐漸累積誤差。以此說明，2階反較3階容易使用之原因。因此，為避免過多的首尾數據對弧圈影響燃速精準度，及配合壓力曲線趨勢尋找合適的調適階數，移動調整平滑區段是有效的。

由實驗結果，爆彈儀燃速非遞增函數，故非壓力指數函數，圖形比較類似拋物線函數，推斷其燃速方程式應與(4)式相似。但其壓力上升段之燃速以(1)式評估，仍有可信性，故國造軍用八級黑藥以移動法實施平滑後，回歸

計算(1)式之係數與指數[11]，並與文獻比較。表 1 是轉錄文獻[9]中美國著名廠牌黑藥之爆彈儀燃速係數、指數及尖峰壓力數值表。表 2 為本文移動法 2 階擬合數據之計算結果，依文獻紀錄，計算時壓力單位須為大氣壓(atm)，但表仍以爆彈儀數據轉錄。兩表比較，表 1 為更高壓力下之黑藥爆彈儀燃速，壓力值為表 2 之二倍，不論何種基準概估，德造 SAMP 黑藥為爆彈儀燃速低之焰火發射藥，國造八級黑藥爆彈儀燃速過高，若選擇焰火發射藥應注意此關鍵。再者，依照美軍研究[12]，M1 多效發射藥在低裝藥(#5 藥包裝藥以下)、低作用壓力等之邊界條件下，爆彈儀測試值與火炮射擊值尚能關聯，以此解釋爆彈儀用於低裝藥量、低壓力時比較接近實際系統，故本工作未若表 1 中使用高裝藥造成高壓力，致表 2 與表 1 燃速有一些差異。

綜觀爆彈儀燃速，應比較類似動態燃燒的理論，所謂動態燃燒是指類似膛內裝藥在燃燒時，突然遭遇壓力迅速變化，在此條件下會產生一瞬時的燃燒速率，此燃燒速率和穩定狀態下之值有極大差異，亦即(4)式所描述。從爆彈儀實測黑藥 dp/dt 對燃燒速率關係並不完全

合乎線性，應係動態燃燒所致[13,14]。

文獻[6]解釋動態燃燒最有可能形成之原因為燃燒氣流破壞藥粒之對稱性，即在穩定燃燒時，其藥粒形狀維持原形；動態燃燒時，藥粒形狀變為不對稱，可能為藥粒碎裂、粉化，甚至為熱質點擴散。制式發射藥有許多控制燃面的技術，使藥粒以平行層燃燒方式進行潰縮，就燃速表現而言，燃速指數 n 值希望比較低，一般推估在 0.3 以下，因 n 值大於 0.8 時，膛內燃燒壓力快速增加，燃速加快，惡性循環。然而 n 值低時，壓力影響燃速較小，以全對數圖觀之，得到一條比較趨近於平行 x 軸的直線，亦即燃速趨於定值，稱之平階燃燒現象。但黑藥非制式發射藥，能控制藥型及燃面之手段受限，故國造軍用 8 級黑藥於 r - P 圖出現燃速近似垂直上升之變化，從動態燃燒理論解釋，應為燃燒中途 8 級黑藥產生碎藥，再者粒徑本小，形成熱質點固相擴散，燃燒面積擴大，生成氣體變多，壓力上升，燃速陡增。然而德國 SAMP 黑藥未出現燃速陡升之狀況，推斷其藥形於燃燒過程未被破壞，可能為藥粒密度甚高，粒徑較大之原因。

表 1. 美國著名廠牌黑藥之爆彈儀燃速、指數及尖峰壓力數值

Sample type	$r(cm/s)$	$b (cm/s)$	n	Peak pressure (atm)
Goex	15.9529	0.263	0.671	454
	14.2087	0.551	0.531	455
	16.2757	0.287	0.660	454
	16.4353	0.326	0.641	453
Du Pont	11.6373	0.561	0.493	469
	10.1976	0.518	0.485	466
	10.0053	0.457	0.503	462
	7.2239	0.251	0.547	465
Indiana	10.2875	0.179	0.661	459
	9.16096	0.309	0.553	459
	9.13311	0.328	0.542	463
	9.13198	0.345	0.533	467

表 2.估算黑藥爆彈儀燃速、指數及尖峰壓力數值

Sample type	$r(\text{cm/s})$	$b(\text{cm/s})$	n	Peak pressure (MPa)
國造八級	9.75	0.135	0.792	19.071
德造 SAMP	4.51	0.182	0.612	19.375

八、結論

- (1)因於雜訊壓力時仍較能獲得較準確燃速，移動平滑法優於固定平滑法。對測試國造八級黑藥而言，爆彈儀尖峰壓力燃速減少差異 80%。對德造 SAMP 黑藥而言，爆彈儀尖峰壓力燃速更具代表性。對各類黑藥而言，將可適用於更高爆彈儀尖峰壓力之燃速，具有實用重要性。
- (2)使用移動平滑法，選擇多項式擬合階數時，2 階在較短平滑區段，效果優於 3 階。
- (3)使用 3 階擬合，須有較長平滑區段，並注意計算軟體對係數有效位數之處理。
- (4)從爆彈儀實測黑藥 dp/dt 對燃燒速率關係並不完全合乎線性，應係動態燃燒所致。
- (5)從爆彈儀實測黑藥 dp/dt 對燃燒速率關係較平坦段，屬穩定狀態，可以通用燃速方程式描述。

參考文獻

- [1] Price, C. and Juhasz, A., "A-Versatile User-Oriented Closed Bomb Data Reduction Program (CBRED)," Ballistic Research Laboratory, USA-ARRADCOM, Aberdeen Proving Ground, MD, Rept. BRL-R-2081, 1977.
- [2] Lenchitz, C., Shulman, L., and Young, R. F., "Comparison of closed bomb testing and actual firing of M1 multipurpose propellant," Technical report ARLCO-TR-81015(AD A111286), Large caliber weapon systems laboratory, US army armament research and development command, 1981.。
- [3] Stiefel, L. "Gun propellants," AIAA Journal, Progress in Astronautics, "Interior Ballistics of Guns," edited by Krier, H. and Summerfield, M., Vol. 66, 1979.
- [4] Sutton, G. P., and Ross, D. M., Rocket Propulsion Elements – An Introduction to the Engineering of Rocket, Fourth Edition, John Wiley & Sons, pp. 358, 1976.。
- [5] Kuo, K. K., and Summerfield, Fundamentals of Solid Propellant Combustion, Progress in Astronautics and Aeronautics, American Institute of Astronautics and Aeronautics, Inc., Vol. 90, pp. 8&31, 1984.
- [6] Krier, H., "Solid Propellant Burning Rate During a Pressure Transient," Combustion Science and Technology, Vol. 5, pp. 69-73, 1972.
- [7] Osborn, J. R., "Evaluation of Solid Propellant Ballistic Properties," Combustion and Flame, Vol. 20, pp. 193-197, 1973.
- [8] Urbanski, T., Chemistry and Technology of Explosives, Pergamon Press, Oxford-based, Vol. 3, pp. 340~342, 1984.
- [9] Stiefel, L., Gun Propulsion Technology, Progress in Astronautics and Aeronautics, American Institute of Astronautics and Aeronautics, Inc., Vol. 109, pp. 49~58, 1988.
- [10] 王振宇、陳一葳、趙嘉琦、洪兆宇，"焰火彈道之解算研究"，第 21 屆三軍官學基礎學術研討會論文集，高雄岡山，第 67 頁，2014。
- [11] 許亞龍、李俊明、趙嘉琦、程德輝、何金新、陳治安，"黑藥量產之技術與經驗"，火藥論文專輯，火藥學會，第 50 頁，2005。
- [12] Lenchitz, C., Shulman, L., and Young, R. F., "Comparison of closed bomb testing and actual firing of M1 multipurpose propellant," Technical report ARLCO-TR-81015 (AD A111286), Large

caliber weapon systems laboratory, US
army armament research and development
command, 1981.

- [13] 趙嘉琦、洪兆宇、方友霖，“黑藥之爆彈
儀燃燒行為”，第三十二屆燃燒與能源學
術研討會論文集，台南，第 40 頁，2022。
- [14] 洪兆宇、趙嘉琦、方友霖、方淳民、陳一
葳，“改良平滑法求黑藥爆彈儀燃速”，第
三十二屆燃燒與能源學術研討會論文集，
台南，第 41 頁，2022。