

鉛筆導線形成與特性之研究

洪偉清^{1*} 潘莉¹ 曹禮璿¹ 洪琳喬²

¹陸軍軍官學校物理學系

²臺中市私立衛道高級中學

*通訊作者:hung.wc0602@msa.hinet.net

摘要

本研究是根據 2020 年國際青年物理學家競賽 (International Young Physicists Tournament, IYPT) 所公布的探究問題:導線(Conducting Lines)做為研究主題, 本文針對畫在紙上的鉛筆線如何形成可導電的線及其電性進行研究, 藉此瞭解鉛筆線形成的條件與參數。實驗上使用顯微鏡進行鉛筆線條結構變化的觀察, 同時利用三用電表以每一公分的距離測量一次鉛筆線的電阻, 藉此觀察鉛筆線的電性變化。實驗發現鉛筆線條能成為導線與鉛筆所含石墨量、紙張材質及畫線條件均有關, 結果顯示採用來回劃線法優於單向劃線法, 較容易形成導電性均勻的導線; 由描圖紙與西卡紙上劃線的比較, 發現描圖紙對於鉛筆粉末有相當好吸附作用, 因此較容易形成均勻導線。研究發現鉛筆線條需多次來回重複劃線才可形成符合歐姆定律 (Ohm's law) 的導線。透過顯微鏡觀察, 發現歐姆導線的形成可區分四個階段, 分別為補空期、填平期、堆疊期及破壞期等四個階段。本文研發鉛筆導線劃線法及參數, 未來教學上可運用紙上畫導線的方式, 運用在簡單電路的實作及歐姆定律的探究。

關鍵詞〈3-5 個〉: 國際青年物理學家競賽, 鉛筆線, 導線, 歐姆定律

1. 前言

本研究依據國際青年物理學家競賽 (International Young Physicists Tournament, 簡稱 IYPT) 在 2020 年所公布的探究問題:導線(Conducting Lines)進行研究, 題意說明:「鉛筆畫的線可以做成導線, 請探討這種導線的特性與參數」[1]。由文獻研究發現對於鉛筆線做成導線的相關研究相當少, 但一般可理解鉛筆線可以導電與鉛筆芯組成的成分有關[2], 鉛筆芯通常由黏土、石墨以及其他添加劑混合而成, 不同的廠牌的配方雖有些差異, 但通常石墨添加得越多, 筆芯愈軟, 顏色愈黑; 而黏土添加愈多, 筆芯則愈硬, 顏色愈淺, 因此鉛筆可藉由兩者的比例來調

節硬度與黑度[3]。

鉛筆線能導電, 可推論是因為這種線條中有高含量的石墨, 而石墨是一種碳元素的同素異形體, 而石墨能導電的原因, 主要是石墨的每一個碳原子, 都以共價鍵與周邊另外三個碳原子鍵結, 因此會形成六邊形的蜂巢式結構[4], 而碳原子為四價的元素, 但在石墨的結構中, 每一個碳原子僅使用三個鍵結, 因此會導致每一個碳原子均會放出一個電子, 而這些電子能夠自由移動形成自由電子, 故能石墨具有導電的特性[5], 而紙上鉛筆線也因具有高含量的石墨, 因此可具有導電的性質。

由於鉛筆有各種使用面向, 因此鉛筆有很多不同的類型, 一般都以硬度及黑度

作分類，其中石墨用量愈多會呈現硬度小及黑度大，在不同國家使用代碼來區別，例如常見類別為歐洲體系的規格，編碼以「H」代表硬度，「B」代表為黑度，由「H」到「B」的分類以「F」作為橋接。在代碼前方會以阿拉伯數字代表硬度，由 9H、8H、...到 H 做區分，通常在 H 類的數字愈大就代表硬度愈大，也代表石墨含量就愈少，其中 9H 其石墨含量約為 41%、H 鉛筆其石墨含量也約為 63%；但在 B 前方的數字愈大則代表黑度愈大，其石墨含量也愈大，如考試常用的 2B 鉛筆，其石墨含量高達約 74%、而素描常用的 8B 鉛筆，則石墨含量已高達 90%[2]。

因此本文對於鉛筆導線的研究，首先需選擇適當石墨含量的鉛筆進行劃線，由鉛筆文獻研究[2]，本研究決定選擇 2B 至 8B 鉛筆，進行鉛筆導線的研究，其理由(1)可減少畫線的次數，有效縮短時間、(2)顏色較深，便於觀察、(3)筆芯較軟，較不會破壞紙張。研究方向針對鉛筆導線形成的過程及導電特性作為本文的研究重點。實驗上也將針對畫線方法、作用大小、畫線次數及紙張材質等，進行差異比較研究，藉此瞭解此種導線的特性與未來在教學上可能的運用。

2. 實驗觀察與理論分析

2-1 初步現象觀察

- (1)用大小不同的作用力畫線，在相同長度條件下，鉛筆導線兩端電阻隨作用力的增大而變小。
- (2)用不同粗細筆心畫線，在相同長度條件下，鉛筆導線兩端電阻隨筆心截面積增大而變大。
- (3)用不同石墨含量的鉛筆畫線，在相同方式、次數與筆心截面積條件下，石墨含量愈高其單位長度的電阻愈小。
- (4)用不同畫線方式，在相同長度條件下，同次數來回兩端畫法比單向畫法其單位長度的電阻較小。
- (5)用同種方式畫線，單位長度的電阻隨畫線次數增加而變小且單位長度的電阻愈均勻。
- (6)用同種方式、次數在不同材質紙上畫線，表面愈凹凸不平或纖維密度愈小，單位長度的電阻愈大。

由以上的初步研究結果分析，鉛筆導線性質明顯與畫線作用力大小、筆芯粗細、石墨含量、畫線方式、畫線次數、及紙張表面性質皆有關，因此如何繪製電阻均勻的導線，將是本研究首先需解決的重要關鍵。

2-2 初步現象觀察的理論分析

- (1)由摩擦力 $f = \mu \cdot N$ ，其中 μ 為摩擦係數， N 為正向力，當鉛筆受到足夠大的力作用時，筆芯與紙面即會產生摩擦力，此摩擦力將造成鉛筆磨損，磨損筆芯粉末則會因凡得瓦力 (van der Waals force) 使筆芯粉末吸附在紙面上而形成線條。
- (2)由壓力公式 $P = F/A_{\text{line}}$ ，其中 F 為筆作用於紙上的力， A_{line} 為導線截面積，因此可預期當筆芯的截面積愈小，其平均作用於面紙的壓力愈大，因此愈易造成鉛筆尖端破損，故會造成更多筆芯粉末集中留在紙面上，故預期較細的筆芯所畫的線條應會較小的電阻，反之則反。
- (3)由於 2B 至 8B 的鉛筆其石墨含量約為 74%至 90%，因此可預期相同用量的鉛筆線，其電阻會隨編號增大而變小。
- (4)若紙上的鉛筆線分布均勻，則代表線中的石墨也會均勻分佈，因此由電阻定律 $R = \rho L / A_{\text{line}}$ ，其中 R 為電阻， ρ 為電阻率， L 為導線長度， A_{line} 為導線截面

積，由此定律可預測電阻 R 將隨導線長度 L 增長而變大。

- (5)由電阻定律也預測電阻 R 會隨導線截面積 A_{line} 增大而變小，在本研究中利用畫線次數 n 來增加導線截面積 A_{line} ，若 d 為導線寬， γ 為每次畫線增加線的厚度，則可估算導線截面積 $A_{line} = \gamma n \cdot d$ ，即 $A_{line} = kn$ ，其中 $k = \gamma d$ 即為每層的截面積，故可預期電阻 R 會隨畫線次數 n 增加而變小。

藉由以上的實驗觀察與理論分析，預測要繪製一條符合電阻定律的鉛筆導線，需符合以下條件：

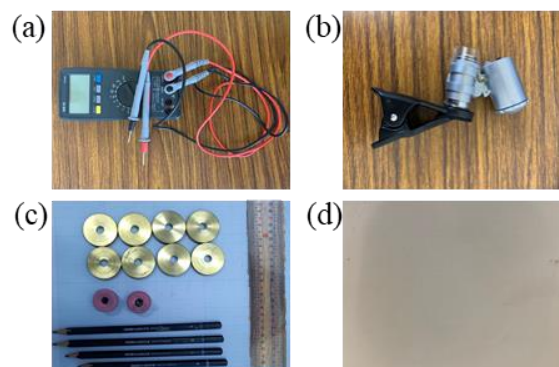
- (1)選擇適當作用力：需設計可調控作用力的實驗裝置。
- (2)固定筆芯截面積：需維持畫線筆芯截面積方式。
- (3)使用高含量石墨鉛筆：需選擇較多石墨含量鉛筆以利實驗操作。
- (4)畫線方式：需選擇較能導線均勻的畫法以利實驗操作。
- (5)畫線次數：需選擇適合的畫線次數以利實驗操作與分析。
- (6)紙張的表面性質：需選擇較易讓鉛筆附著的紙張以利實驗操作。

3. 實驗方法

3-1 實驗器材

以下為主要實驗器材，如圖一所示。

- (1)三用電表：測量導線之電阻。
- (2)手機顯微鏡：觀察鉛筆線如何形成。
- (3)鉛筆：使用 2B、4B、6B 及 8B 鉛筆，比較石墨含量不同的鉛筆對導線形成的影響。
- (4)紙張：比較方格紙及描圖紙上劃線的差異性比較。
- (5)直尺：輔助畫出相同長度導線。

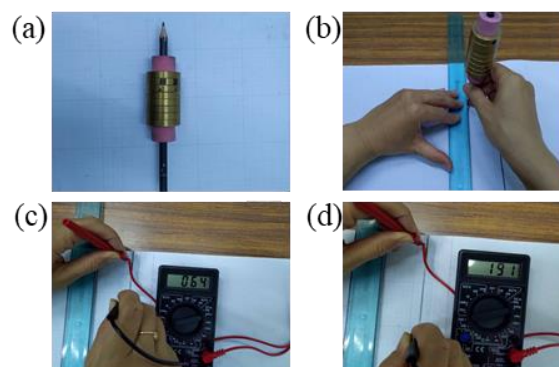


圖一：實驗主要器材(a) 三用電表(b) 手機顯微鏡(c)調整重量的銅環、2B、4B、6B 及 8B 鉛筆、方格紙(d)描圖紙

3-2 實驗步驟

以下為實驗步驟，如圖二所示。

- (1)組裝加重：利用銅環重量，以調整作用在鉛筆的作用力。
- (2)重複畫線：使用單向畫線法及來回畫線法，鉛筆皆以垂直方式每次畫線長度為 20cm，每畫線每 5 次就將筆芯磨尖 1 次。



圖二：實驗步驟(a)組裝加重(b)重複垂直畫線(c)(d)測量不同長度線條的電阻。

- (3)電阻測量：將一探針固定在線條的一端，另一探針則以每次增加一公分長度的方式，測量不同線條長度的電阻並記錄。

3-3 探究議題

- (1)在固定作用力條件,探討畫線方式對電阻的影響,並觀察鉛筆導線如何形成?
- (2)在固定作用力條件,探討筆芯截面積改變對電阻的影響?
- (3)在固定鉛筆條件,探討改變作用力對電阻的影響?
- (4)在固定作用力條件,探討畫線次數對電阻的影響?
- (5)在固定作用力條件,探討不同紙張對電阻的影響?

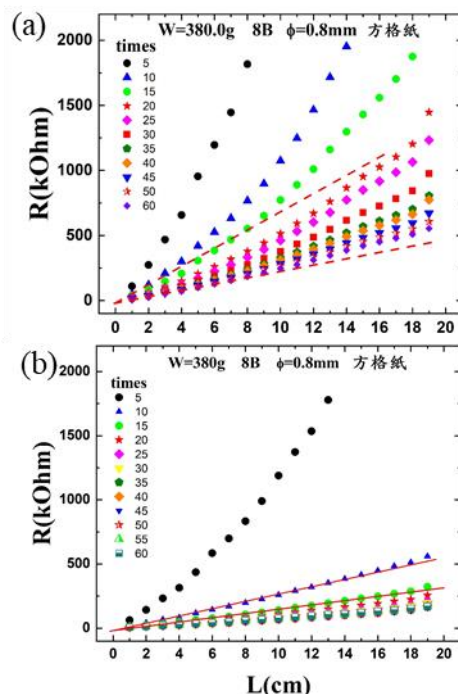
4. 結果與討論

4-1 畫線方式

圖三為採用單向畫線法與來回畫線法的鉛筆線的比較研究,實驗使用 8B 鉛筆、筆芯直徑固定為 0.8mm、作用力固定為 380.0gw、紙張使用方格紙,以每畫線 5 次即以每增加 1cm 長度測量該畫線次數下的電阻,分別測量畫線 5 次至 60 次其電阻值隨長度的變化。

- (1)單向畫線法:由圖三(a)可發現前段導線單位長度的電阻都較後段導線小,表示同方向畫法難製作出石墨均勻分布的導線,由實驗結果可發現即使畫線次數高達 60 次,仍然無法使 20cm 的鉛筆線皆成為均勻的導線,因此可證此種畫畫方法將不利於繪製鉛筆導線,因此後研究也將避免採用此種方式繪製鉛筆導線。
- (2)來回畫線法:由圖三(b)發現約 10 次即可製作出長 20cm 導電性均勻的導線,因此本研究將採用來回畫線方法來進行後續研究。其中也觀察到如前文所述,當鉛筆導線進入破壞期,有時會因破壞鉛筆線的結構,而導致粉末在後續畫線過程中反而造成更多的剝落現象,所以電阻值反而會有些許增大的現象,

象,由實驗發現在此實驗條件下,來回畫線次數達 50 次時,可獲得最佳的導電性,因此電阻隨長度的變化率反而變小。



圖三:為電阻隨線條長度的變化圖(a)單向畫線法(b)來回畫線法。

4-1-1 鉛筆導線的形成

本實驗使用 8B 鉛筆、筆芯直徑固定為 0.8mm、作用力固定為 380.0gw、紙張使用素描紙,採來回畫線方法,利用手機顯微鏡進行攝影,分別觀察畫線次數為 2、4、12 及 20 次條件下,觀察鉛筆線的改變,如圖四所示,本文依其特徵將其區分四個階段,分述如下:。

- (1)補空期:由圖四(a),可發現當鉛筆在同一軌跡重複畫線 2 次時,可發現起初畫線次數少時鉛筆粉末會填入紙張纖維空隙,此階段電阻相當大且較長的線段會呈現斷路狀態,因此可判斷此階段的線條中的石墨分布相當不均勻,故難形成導線本研究稱為補空期。
- (2)填平期:由圖四(b),可發現當畫線次數

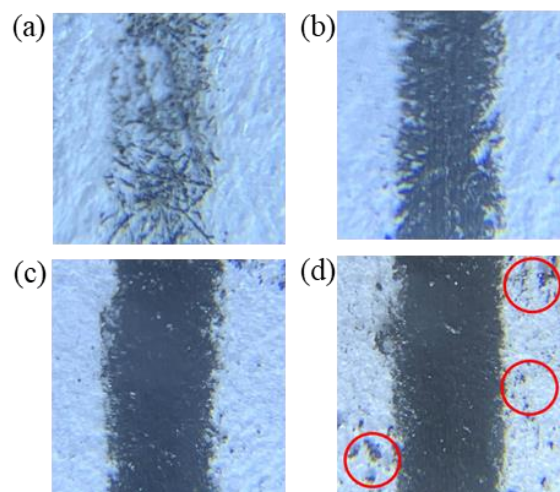
增加時，鉛筆粉末會因重複畫線的擠壓作用，能讓粉末均勻分布在線條上並會填平所有纖維間空隙，當線條中的石墨粉末可以彼此都連接在一起，電阻會明顯下降，也能測得較長線段的電阻，稱之為填平期。

(3)堆疊期：由圖四(c)，可發現當重複畫線的次數更多時，鉛筆粉末再不斷的推平與擠壓作用下，可觀察到鉛筆粉末產生向上堆疊作用，可明顯觀察到線條顏色明顯變深，此階段因粉末堆疊而增加鉛筆線的截面積增加，因此這階段會使電阻明顯變小，故稱之為堆疊期。

(4)破壞期：由圖四(d)，可發現再堆疊期後若再繼續重複畫更多次線，就可看見鉛筆線條的周邊會有許多粉末掉落，此階段因鉛筆粉末受到推擠的作用，因推疊的結構較脆弱，因此在重複畫線過程中會同時破壞原有的推疊結構而造成破損，此階段電阻變小的程度接近極限，在實驗過程常會觀察到超過某些次數後，可發現電阻反而會稍微增大，表示鉛筆粉末堆疊已達臨界值，本文稱此為破壞期。

4-2 筆芯截面積效應

本實驗使用 2B 鉛筆、作用力固定為 380.0gw、紙張使用描圖紙，採來回畫線方法並固定畫線次數為 30 次的條件，筆芯直徑分別控制為 1.0mm 及 0.3mm，比較當筆芯的截面積改變，會對鉛筆導線形成有何差異進行研究。由圖五可得知在相同的作用力下，筆芯截面積愈大愈難繪製出導電

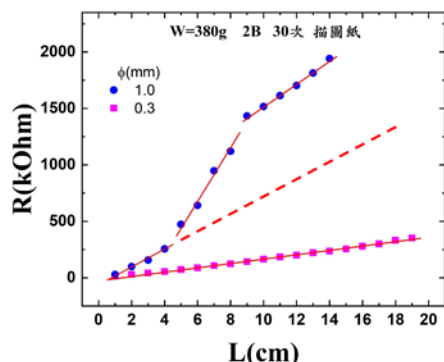


圖四：紀錄在不同畫線次數下鉛筆導線形成照片，由圖的特性，本文將其區分為四個階段(a)畫線次數 2 次，稱之補空期(b)畫線次數 4 次，稱之填平期(c)畫線次數 12 次，稱之堆疊期(d)畫線次數 20 次，稱之破壞期。

性均勻的鉛筆導線，由壓力公式 $P=F/A_{\text{pencil}}$ 的理論預測，在相同作用力的條件下，當截面積愈大則筆芯所受的壓力就會愈小，因此也預期筆芯就較不易產生破損，因此每次畫線所留在紙上的量也就隨之變少，由圖五的實驗結果，明顯可發現當筆芯為 0.3mm 的條件下，在 30 次來會畫的線已成為導線，且符合歐姆定律，電阻隨鉛筆線長度增大成正相關。

由圖五 1.0mm 的實驗結果可發現，電阻隨長度的變化率形成三個區域，其中在測量導線長度小於 5cm 及大於 10cm 的範圍其測量到的電阻隨長度的變化率都呈現較小，且兩區的斜率相當接近，但在測量長度 L ，在 $5\text{cm} < L < 10\text{cm}$ 的區域卻會測量到較大的電阻值，此結果顯示，當筆芯的截面積增大時，因壓力變小筆芯與紙摩擦所造成的剝落粉末量也變少，造成此實驗的條件下，還未能達到的堆疊期的階段，因此造成石墨在線條的分布不均勻分布所

致，其中在線條的前端與末端會因採用來回畫線法的推擠作用，較容易在來回重複畫線的過程，將鉛筆粉末推至兩側，因此在線條兩側上，故可推論石墨含量會較高，因此電阻也就會愈小。由此實驗可以確認後續的研究，需控制筆芯截面積相同的條件下進行比較性研究。



圖五：為使用 2B 鉛筆採固定畫線次數為 30 次的條件下，分別測量筆芯直徑分別為 1.0mm 及 0.3mm 的電阻隨導線長度的變化圖。

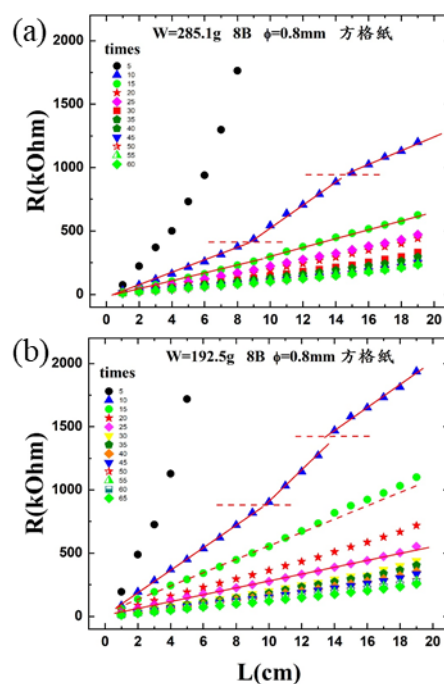
4-3 作用力效應

圖六實驗使用 8B 鉛筆、筆芯直徑固定為 0.8mm、紙張使用方格紙，作用力分別使用 285.1gw 及 192.5gw，以研究在不同作用力下對鉛筆導線形成的影響，由實驗結果發現，在畫線次數為 5 次的條件下，結果顯示兩者電阻隨長度皆呈現非線性的增加，這顯示此導線的導電性較差且不均勻，由實驗數據發現作用力為 285.1gw，測量導線長度在 8cm 時測得電阻值為約 1750Ω，但作用力為 192.5gw 時，電阻達此值時，導線長度在 5cm 即測得相同高電阻，這顯示作用較大的條件下，將有利形成鉛筆導線。

由圖六(a)(b)可發現畫線次數 10 次的條件下，兩者實驗結果皆呈現如圖五相同的特徵，在較短及較長導線距離測得較低

電阻變化率，完全展現來回畫線的特徵，由實驗數據可發現在畫線次數為 10 次的條件下，較大的作用力仍顯示較容易協助鉛筆粉末的堆疊與均勻分布。

由圖六(a)當畫線次數達 15 次及圖六(b)當畫線次數達 25 次，兩者測得的電阻隨長度均呈現正相關，這顯示兩者在此條件下，單位長度的電阻皆相同，也表示導線的石墨均勻分布，其中斜率愈大則代表導線的截面積較小，由電阻定律 $R = \rho L / A_{\text{line}}$ 可推得使用較大的作用畫線將有利鉛筆繪製的線較容易形成導電性均勻的導線。



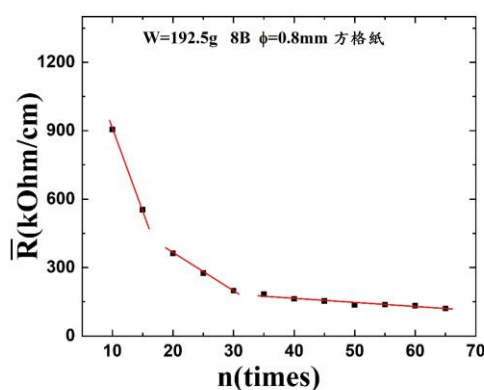
圖六：為使用 8B 鉛筆在固定畫線筆芯直徑為 0.8mm，紙張使用方格紙，測量在(a)作用力為 285.1gw(b)作用力為 192.5gw 的條件下，線鉛筆導線的電阻隨長度的變化圖。

4-3-1 畫線次數的分析

由圖六(b)中，選擇測量長度小於 10cm 內，其電阻與長度已呈線性的實驗數據進行分析，如圖七所示。其中呈線性部分即表示這範圍內的鉛筆線已具有高度均勻

性，因此可用於探討畫線次數與鉛筆導線形成關聯性。透過單位長度的電阻隨畫線次數的變化圖，如圖七所示，其中畫線次數 5 次其單位長度的電阻隨次數呈非線性增加，顯示此導線石墨分布相當不均勻，在較長的導線長度就無法測得電阻呈線斷路狀態，此與本文利用手機顯微鏡所觀察到補空期的特性一致。

由圖七結果顯示，畫線次數由 10 次至 65 次的範圍內，單位長度內的電阻隨畫線次數的變化率，可區分為三種不同的階段，並隨畫線次數的增加其單位長度的電阻值就愈小，每階段都具有約相同的變化率，這與本文由顯微鏡觀察所建立的導線形成模型一致。在圖六(b)實驗條件下，可發現畫線次數 $n < 15$ 次，應為填平期階段，畫線次數 $15 \text{ 次} < n < 30$ 次，則為堆疊期，當 $n > 30$ 次以上則應進入破壞期，此與本文所提出的導線形成模型一致。另由實驗結果發現單位長度的電阻會隨畫線次數 n 增加而變小，此也理論預測一致。

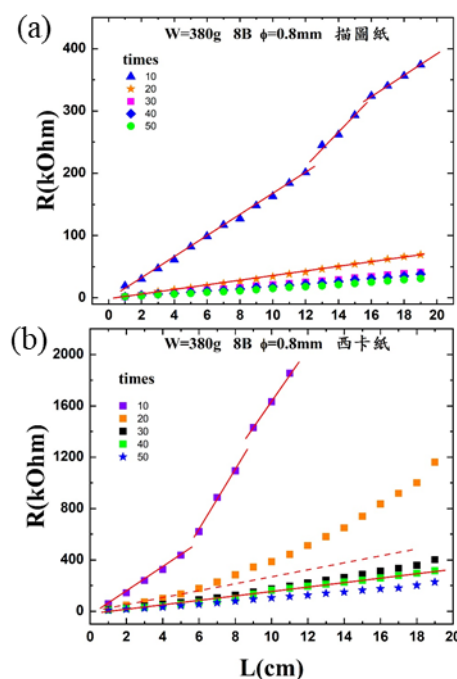


圖七:為單位長度的電阻隨畫線次數的變化圖，單位長度的電阻值，由數據由圖六(b)取得，測量長度小於 10cm，其電阻與長度的呈線性關係的數據。

4-4 紙張的差異比較

圖八實驗使用 8B 鉛筆、筆芯直徑為

0.8mm、作用力 380.0gw，紙張分別描圖紙及西卡紙，以研究不同紙張對鉛筆導線形成的影響，由圖八(a)發現當畫線次數 20 次，即可形成符合歐姆定律的鉛筆導線，但由圖八(b)則發現畫線次數需高達 40 次才能呈線性變化。此實驗結果顯示在描圖紙上畫線較易形成導電性均勻的導線



圖八:為使用 8B 鉛筆在固定畫線筆芯直徑為 0.8mm，作用力固定為 380.0gw，測量畫在(a)描圖紙(b)西卡紙的條件下，線鉛筆導線的電阻隨長度的變化圖。

五、結論

根據以上研究得知，鉛筆導線在紙上形成步驟，依序會經過補空、填平、堆疊及破壞等過程，導線的導電性是否均勻會與鉛筆線中的石墨分布是否均勻有關，主要受到摩擦力、筆芯截面積、畫線方式、鉛筆石墨含量、畫線次數、紙張的表面性質所決定。由實驗的觀察與理論的分析，可證明作用力愈大、鉛筆筆芯截面積愈小、石墨含量愈多、畫線次數愈多、表面性質纖維愈密，則愈能製作出符合電阻定

律的鉛筆導線。

由本文所研發的實驗方法與步驟，未來可運用大學一年級普通物理及高中探究實作的課程，提供學生使用一般的器材及可針對鉛筆導線進行實驗與研究，同時在本文也提供學生畫可導電的線條重要參數，由鉛筆導線形成的難易程度，本文研究發現描圖紙表面較為光滑且對鉛筆粉末具有很好吸附作用，因此較易繪製出符合歐姆定律的導線，未來將可利用本文所研發的畫線方法與步驟並採用描圖紙畫線，及可在紙上繪製出可作為簡單電路的食用的導線，也可用學習歐姆定律的實驗方式。

致謝

感謝科技部科普活動計畫經費補助：
MOST 110-2515-S-145-001 -

參考文獻

- [1]國際青年物理學家競賽網站：
<https://www.iypt.org/problems/iypt-2020-problems/>
- [2]鉛筆製成
<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%93%85%E7%AC%94#%E9%89%9B%E7%AD%86%E7%9A%84%E8%A3%BD%E4%BD%9C%E9%81%8E%E7%A8%8B>
- [3]鉛筆硬度表
<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%93%85%E7%AC%94#%E7%A1%AC%E5%BA%>
- [4]碳的二維晶體結構
<https://zh.m.wikipedia.org/zh-tw/%E7%9F%B3%E5%A2%A8%E7%83%AF>
- [5]導體
<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%94%B5%E5%AF%BC%E4%BD%93>

Study on the Formation and Characteristics of Conducting Lines

Wei-Chin Hung^{1*} Pan Li¹ Li-Hsuan Tsao¹ Lin-Chiao Hung²

¹Department of physics, R.O.C military Academy

²Viator Catholic High School

^{1*}corresponding author:hung.wc0602@msa.hinet.net

Abstract

This article is based on the research topic of the 2020 International Young Physicists Tournament (IYPT): Conducting Lines, this paper discusses how pencil lines drawn on paper form conductive lines, and studies its electrical properties and the conditions and parameters for the formation of conducting lines. In this paper, the structural changes of the pencil lines are observed with a microscope, and the resistance of the pencil lines is measured once per centimeter of distance using a multi-meter to observe the changes in the electrical properties of the pencil lines. Experiments have found that the lines drawn by pencils can become conducting lines, which is related to the graphite content in the pencils, the material of the paper and the drawing conditions. The results show that the back-and-forth scribing method is better than the one-way scribing method, and it is easier to form wires with uniform conductivity. Comparing the tracing paper with the sika paper, it is found that the tracing paper has a better adsorption effect on the pencil powder, and it is easier to form a uniform conductive line. In this paper, we found that pencil lines need to be drawn back and forth repeatedly to form conducting lines that obey Ohm's law. Through microscope observation, it is found that the formation of Ohm's conducting lines can be divided into four stages, namely filling stage, filling stage, accumulation stage and destruction stage. The results of this study can be used for teaching. In the future, pencil wires on paper can be used to make simple circuits or to explore Ohm's law.

Key words: International Young Physicists Tournament (IYPT), Conducting Lines of Pencils, Ohm's law

