

軍事作業研究之火協作戰效能綜述：

武器作戰效能、武器－目標分配及演算法應用

作者：萬忠孝、萬德威

提要

- 一、作業研究（Operational Research）始於第二次世界大戰期間，目的為有效配置各項資源。環境中的各種限制均會影響決策發展。而如何有效運用資源，以達武器耗損最小及目標戰損最大，是指揮官的重要課題。
- 二、國軍武獲不易，彈藥、裝備等均受限制，空軍雖明定各型戰機空、地掛載外型，但在聯合作戰的複雜環境中，戰機升空後即無法變更掛載，因此，本研究將針對陸軍地面部隊空援申請攻擊之目標，規劃武器掛載及戰機數量，建立適合基層部隊使用之武器選擇及彈藥數量之演算法應用。
- 三、空攻想定以 F16 為例，假設虛擬武器 P_k 值及傷害值，在戰機有限的佔位掛載下，做最佳武器掛載及戰機數量組合決策，並有效協助地面部隊執行密接作戰。因部分數據為無法取得，故以虛構值代替。
- 四、本研究藉此機會傳達武器效能及武器－目標分配之重要性。而兩項研究都與火協作戰效能有著密切的關係，並為有興趣之研究人員進一步充當未來研究的墊腳石。

關鍵詞：作業研究、作戰效能、武器作戰效能、武器－目標分配、線性規劃

前言

作業研究（Operational Research），又稱運籌學或管理科學，源自二次世界大戰，英、美兩國為了有效配置資源，組織了一群數理學家，針對軍事決策進行研究，結果協助聯軍打贏了不列顛空戰（Air Battle of Britain）、北大西洋戰爭（Battle of the North Atlantic）、太平洋島嶼戰爭（Island Campaign in the Pacific）等戰役。戰爭結束後，作業研究形成顯學，並運用到戰後復甦的各行各業中，為追求優化作業流程、最小化成本支出或最大化獲利等領域。基於作業研究理論發展，衍生了許多分支學派，從最早的數理規劃、線性、非線性規劃、整數規劃及組合最佳化等。當然，先進國家中的軍事發展，更是離不開作業研究，而軍事作業研究目的為最小化我方資源消耗及最大化敵方戰損。

研究學者開發了各式各樣的演算法來解決所遇到的問題，而演算法就是以數學的方式來解決問題，如：基因演算法、退火法、螞蟻演算法、模糊演算法、拍賣演算法、最短路徑等，而各種演算法運用到不同領域時，又有各自的優化演算法，種類繁多。本研究基於作業研究，探討空援申請之作戰效能、武器作

戰效能及武器－目標分配等議題，另外假設武器傷害值發展演算法，演算結果提供指揮官在空援申請時，武器掛載需求及戰機數量。

作戰效能

作戰效能(Combat Effectiveness)，即是戰力。抽象、難以形容，而 Hodgson, J. (1957) 提出作戰效能(Combat Effectiveness)是對軍隊能力的一種度量，在資源有限的情況下軍事單位在作戰行動中達成目標的機率。¹Philip Hayward (1965) 也指出一種令人滿意的定量評估軍事作戰效能的方法是其作戰成功的機率²。Hayward 根據三個主要因素分析了該措施：能力：敵我雙方人力、物力的質與量；環境：天氣和地形；任務：保持指定目標和完成該目標所需的時間，此研究大幅度地減少達成目標所需要的成本。

作戰成功的可能性：

$$= P(S)$$

$$= f(x_1 \dots x_n; y_1 \dots y_n; e_1 \dots e_n; m_1 \dots m_n) \quad (1)$$

x_i = 友軍能力

y_i = 敵軍能力

e_i = 環境參數

m_i = 任務參數

友軍能力為已知，但敵軍能力、環境參數及任務參數為不完整信息（部分已知或無法評估），用 z 取代，公式得：

$$P(S) = f(x, z)$$

其中 x 代表友方部隊的能力， z 代表作戰情況下的所有其他因素，即敵人，環境和任務。公式得：

$p(z)$ = 作戰時遇到狀況 z 的機率。

可得我方平均戰力公式得：

$$\overline{P(S)} = \int f(x, z) p(z) dz = G(x) \quad (2)$$

Hayward 用數學的方式定義作戰效能，也是兩個獨立部隊之間的比較值。任務達成與否不僅取決於部隊的能力，還取決於敵人的素質、作戰環境及任務

¹ Hodgson, J., "A Generalized Analysis of War Gaming (CORG Memorandum)," CORG Memorandum, Tech/Ops, Combat Operations Research Group, 1957.

² Philip Hayward, "The Measurement of Combat Effectiveness," INFORMS Operations Research, 1965, Vol.16, No.2, pp.314-323.

難易程度。而任務的難易度往往與攻擊的目標物高度相關，目標物可能是一輛坦克、一架飛機、雷達陣地或是敵指揮所或者高價值目標，這些目標由指揮官決策而定。目標確認後，下一步就是針對目標選擇較高效能的武器予以攻擊。

武器作戰效能

毫無疑問，武器作戰效能（Weapon Combat Effectiveness）評估是現代和未來戰爭中整體軍事效能的重要因素。Hammes et al.（2004）提出因為戰爭的模式已從線性戰爭轉變為非線性戰爭，主要由於美軍特種部隊的游擊戰略及系統性的應用武器作戰效能，³例如：烏克蘭、阿富汗及伊拉克等戰役。從作戰觀點，武器作戰效能是指使用單一武器或武器組合，能有效達成任務的武器多寡。也可做為國家軍事發展或戰略戰術之重要決策因素，如：武器目標分配、軍事裝備開發及採購等。然而武器作戰效能評估是一件風險高限制多又耗費成本的事情，從成本面考量，為了評估單一武器針對不同性質之目標所投放的武器所耗費的成本及測試不同方位的武器投放模式以測試目標的 Carleton 損傷函數（Carleton Damage Function），即是目標的脆弱性評估，也是武器與目標兩者間的破壞效能評估，為了得到效能評估所耗費的各項成本費用難以估計。另外執行實彈射擊必須承擔誤擊的風險，還會影響人民生計或遭遇鄰國的外交挑戰。

因此，相較於實彈射擊，國防模式模擬（Defense Modeling and Simulation, DM&S）能有效地降低風險及成本消耗。美國研究人員將模式模擬區分為 Live、Virtual、Constructive 三類（表 1）。

Live Simulation 空軍用於空中訓練和分析的空戰的 ACMI 就是一個例子。ACMI 計算並提供真實的飛機信息，包括時間、速度、位置、加速度、方向和武裝狀態等。位於空軍第 17 作戰隊的戰術訓練中心，其中紅、藍軍之間對抗的結果是透過電腦、感測器、GPS 和機載系統等執行模式模擬效能評估而無需使用實彈。

Virtual Simulation 則是 CM11/M60A3 組合型戰車訓練模擬器、CM21/M113 甲車駕駛訓練模擬器、戰術區域通信系統實體模擬器等，模擬器能反應駕駛員的知覺及認知建立過程；而國防部模式模擬中心的電腦兵棋，著重於軍事戰略、戰術或行動則是屬於 Constructive Simulation。

³ Hammes, T.X., The Sling and the Stone: On War in the 21st Century (St. Paul, MN:Zenith Press, 2004).

表 1 Live、Virtual、Constructive 模擬類型

類型	Live			Virtual			Constructive		
	操作者	系統	操作方式	操作者	系統	操作方式	操作者	系統	操作方式
實際	○	○		○					
模擬			○		○	○	○	○	○
裝備	ACMI POD			CM11/M60A3 模擬器			電腦兵棋		
									

資料來源：作者整理

儘管研究人員運用國防模式模擬（Defense Modeling and Simulation）執行武器作戰效能評估，但仍無法模擬最真實的武器效能，模擬終究是模擬，而評估結果的偏差也是必然。近年來隨著大數據科學的蓬勃發展，美軍也將數據科學導入國防模式模擬技術上面，透過深度學習、類神經網路演算法的各項研究發展，大數據科學能有效地提升模式模擬的精確度。此外，Moorthy et al.（2015）美國國防部每年投入 2.5 億美元於大數據科學及研究分析，並運用該技術制定各種國防策略。⁴

Jung W. et al.（2019）國防模式模擬是最受歡迎的方法之一，事實上，約有 50% 的研究文獻是將國防模式模擬技術用在武器作戰效能的評估中（圖 1）⁵，但將大數據科學應用在武器作戰效能及模式模擬的研究為零。而研究人員在提升武器作戰效能評估上區分為三大構面，以提高可靠性，效率和經濟性（圖 2）。

提升可靠性方面：Jin et al.（2014）分析人為因素與操作能力間的關係，這是結合人、機以提高作戰效能的重要因素，並研究工作績效的提升⁶；Zheng（2011）將貝葉斯網絡應用於雷達電子戰的作戰效能評估。通過應用貝葉斯網絡概念，可以在分析模型中表達複雜的關係和概率的不確定性。⁷Seo et al.

⁴ Moorthy, J., Lahiri, R., Biswas, N., Sanyal, D. et al., "Big Data: Prospects and Challenges, " *Vikalpa*, 2015, Vol.40, No.1, pp.74-96.

⁵ Jung W., Mario Marin, Kyungeun Lee, Luis Rabelo, Gene Lee & Daeho Noh, "Weapon Combat Effectiveness Analytics Using Big Data and Simulations: A Literature Review," *SAE International Journal of Advances and Current Practices in Mobility*, 2019, Vol.1, No.2, pp.357-374.

⁶ Jin, C., Pang, Z., Li, H., Yuan, Z., and Wu, J., "Study on Improving Operating Performance of Human Factors," *Proceedings of the 13th International Conference on ManMachine-Environment System Engineering*, Springer, 2014, pp.527-534.

⁷ Zheng, Y., "Research on Combat Effectiveness Evaluation of Radar EW System Based on Bayesian

(2011) 使用離散事件系統規範 (DEVS)，通過改變戰術和武器性能，分析了船艦反魚雷防禦系統的有效性。⁸

在提升效率方面，研究人員分別從不同面向，提出高效率的武器作戰效能及評估：1.降低複雜度 2.全面化整合評估 3.優化武器分配 4.高效率武器操作 5.確認武器特性與效能之間的關係 6.武器效能標準化 7.系統整合 8.開發或改進武器系統。相關文獻有：Chusilp et al. (2014) 將複雜的 P_k 矩陣與 Carleton 損傷函數做比較，結果為使用簡單的 Carleton 損傷函數更有效率地評估武器作戰效能⁹，而 Carleton 損傷函數就是武器與目標間的相互關係，也就是武器－目標脆弱性分析；Boppe et al. (1994) 運用 ADC (Availability, Dependability, and Capability) 來評估飛彈作戰效能¹⁰，也就是指武器的容錯率、可靠性及能力；Li et al. (2015) 提出了一種使用雙軸光學檢測平台 (BODP) 查找車輛位置和方向的新方法¹¹；Osder (1991) 通過集成火力和飛行控制系統來提高攻擊直升機的作戰效能，這可以提高射擊的可能性，武器的準確性和生存能力¹²。

由於科技的持續進步，各國在採購武器時，必須評估武器整體效能，如殺傷力、精準度、成本等，而成本限制往往是決策的關鍵因素。因此，許多研究基於武器作戰效能的成本效益，藉此協助決策者做出最佳選擇。列如：Ludvik et al. (1996) 分析了火箭武器系統的成本效益¹³；Yin et al. (2015) 「武器生命週期成本評估模型」運用網路分析程序法 (ANP) 評估武器效能，以獲得最佳武器系統¹⁴；Ru et al. (2012) 根據武器的成本和有效性提出了武器目標分配評估的標準¹⁵。下個部分將探討武器－目標分配，並分享研究人員在武器－目標分配的各種成果，因為戰時的資源受到限制，但只要運用得宜，將可造成敵人嚴重損失，而武器－目標分配則是基於武器作戰效能評估而得之結果。

Network," *Advanced Materials Research*, 2011, Vol.204, No.1, pp.1697.

⁸ Seo, K., Song, H., Kwon, S., and Kim, T., "Measurement of Effectiveness for an Anti-Torpedo Combat System Using a Discrete Event Systems Specification-Based Underwater Warfare Simulator," *Journal of Defense Modeling Simulation*, 2011, Vol.8, No.3, pp.157-171.

⁹ Chusilp, P., Charubhun, W., and Koanantachai, P., "Monte Carlo Simulations of Weapon Effectiveness Using PK Matrix and Carleton Damage Function," *International Journal of Applied Physics and Mathematics*, 2014, Vol. 4, No.4, pp.280-285.

¹⁰ Boppe, C.W. and Martorella, R.P., "Thrust Vectoring/ Reversing Tactics in Air-to-Air Combat," *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1994, Vol.116, No.1, pp.124-132.

¹¹ Li, K., Wang, L., Lv, Y., Gao, P., and Song, T., "Research on the Rapid and Accurate Positioning and Orientation Approach for Land Missile-Launching Vehicle," *Sensors (Basel, Switzerland)*, 2015, Vol.15, No.10, pp.26606-26620.

¹² Osder, S., "Integrated Flight/Fire Control for Attack Helicopters," in *IEEE/AIAA 10th Digital Avionics Systems Conference*, 1991, pp.287.

¹³ Ludvik, F. and Konecny, P., "Influence of the Air Defence Rocket Ballistics on the Rocket Weapon System Costs," *Sbornik*, 1996, Vol.1, pp.71-84.

¹⁴ Yin, T. and Xie, W., "Static Analysis of Acquisition Performance of Weapon and Equipments Based on Cost and Effectiveness," *Journal of Equipment Academy*, 2015, Vol.26, No.5, pp.36-40.

¹⁵ Ru, W. and Gao, X., "Weapon Target Allocation Based on Cost-Effectiveness," *Fire Control and Command Control*, 2012, Vol.37, No.2, pp.57-60.

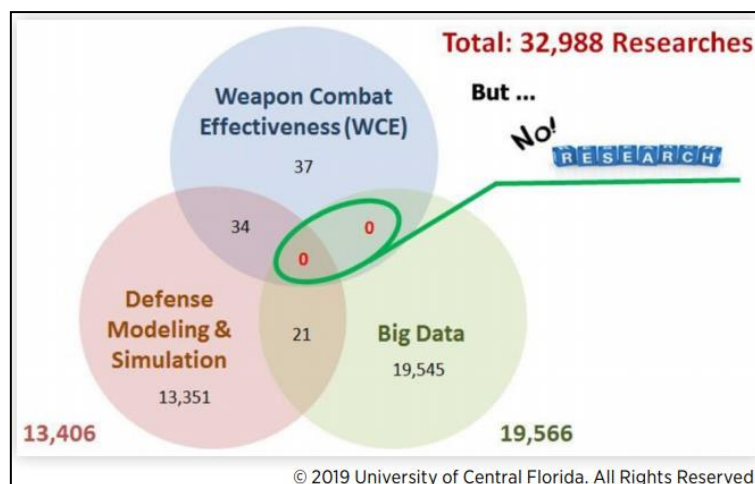


圖 1 WCE、DM&S、大數據等交集研究（統計時間 2016.9.21）

資料來源⁵：Jung W., et al., "Weapon Combat Effectiveness Analytics Using Big Data and Simulations: A Literature Review," *SAE International Journal of Advances and Current Practices in Mobility*, 2019, Vol.1, No.2, pp.358.

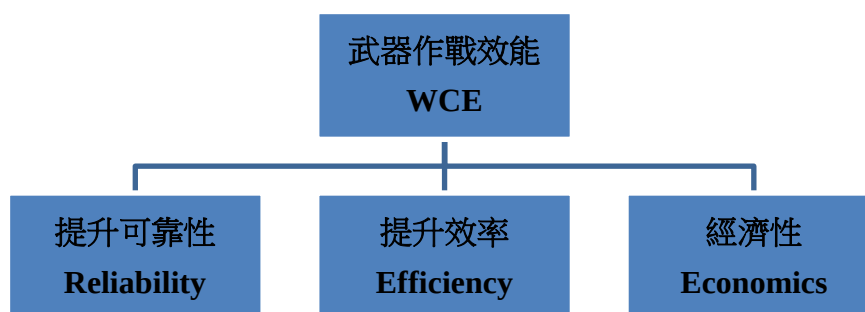


圖 2 武器作戰效能三大研究構面

資料來源：作者整理

武器-目標分配

武器-目標分配（Weapon-Target Assignment）的研究可以追溯到 1950 和 1960 年代，當時 Manne（1958）¹⁶和 Day（1966）¹⁷建立了武器-目標分配的模型，Hosein et al.（1990）¹⁸將武器-目標分配依數量分為兩類：單目標和多目標的武器目標分配。而武器-目標分配是一複雜非線性規劃問題，旨在對攻擊目標選擇高效能的武器予以攻擊。一般情況下，指揮官不會選擇使用機槍來攻擊鋼筋混凝土橋樑，亦不會為了摧毀一輛坦克而選用核子武器。而關鍵地面目標和地面目標攻擊武器類型複雜多樣。因此，Chao Wang et al.（2019）指出武器-目標分配長期以來一直是巨大的挑戰，且尚未得到充分解決。¹⁹即時且正

¹⁶A. S. Manne, "A target-assignment problem," *Operations Research*, 1958, Vol.6, pp.346-351.

¹⁷R. H. Day, "Allocating weapons to target complexes by means of nonlinear programming," *Operations Research*, 1966, Vol.14, No.6, pp.992-1013.

¹⁸P. A. Hosein and M. Athans, "Preferential Defense Strategies. Part I: The Static Case," MIT Laboratory for Information and Decision Systems, 1990, pp.1-25.

¹⁹Chao Wang, Guangyuan Fu, Daqiao Zhang, Hongqiao Wang & Jiufen Zhao, "Genetic Algorithm-Based Variable Value Control Method for Solving the Ground Target Attacking Weapon-Target Allocation

確的武器－目標分配不僅有助於掌握戰場局勢，而且還能優化武器資源的利用，以最低的成本獲得最大的戰場效益。M. Azad et al. (2009) 提出武器－目標分配不只是作戰指揮中的關鍵因素，還直接影響作戰過程和結果，因此，武器－目標分配成為重要軍事議題，引起了全球決策者的關注。²⁰A. Tokgözü et al. (2013) 指出防空攔截的武器－目標分配的研究取得許多成就，而地面目標攻擊的武器－目標分配問題卻很少被探討。²¹而國內對於武器－目標分配的研究也出現類似的情況，賴智明、吳從華 (民 107) 運用具有問題導向的初始機制與簡群演算法求解動態武器－目標分配問題，提供國土防衛作戰時多層攔截火網火力分配的最佳化，同時也提供動態武器目標分配更多元的求解方法。²²方心成 (民 109) 在空戰時，各架戰鬥機上擁有多種攻擊性與防禦性武器以影響射出的飛彈的致死率，而戰鬥機在高速環境下位置也快速地改變，因此，解決這類問題的演算法必須即時地求出最佳的武器資源分配方法。研究中提出兩種不同的任務，分別是「攻擊」與「閃躲」，其中前者的目標是最大化敵方損傷，後者則是考慮敵方可能的攻擊行為預先攻擊以最小化敵方對我方的損害，所用的方法為粒子群最佳化 (Particle Swarm Optimization) 演算法，²³上述兩篇為國內近三年武器－目標分配相關研究文獻，均以空中目標為主要研究對象。

相較於防空攔截，地面目標種類繁多，適用於多種武器類型，因此武器－目標分配問題的規模和複雜性更大，需要使用更有效的演算法。對關鍵敵人地面目標有效制壓，有助於主導戰場形勢，美軍在近期的戰役中，重創敵方作戰部隊，通過攻擊和摧毀了許多重要的敵方地面目標而迅速地獲勝。作戰的決勝時機有限，武器資源有限，若無法迅速、適當地分配武器資源，不僅造成浪費，且錯過決勝的機會。地面目標攻擊 (Ground Target Attacking-WTA) 與防空武器目標分配 (Air Defense-WTA) 完全不同。Z. J. Lee et al. (2003) 防空武器目標分配，武器對目標的破壞屬於 0-1 破壞 (Miss or Kill)；不必考慮每種武器對目標的累積傷害效果，並且優化原則是武器資源的損失越少或剩餘的敵方目標數量越少為佳。²⁴但是在地面目標攻擊武器分配的問題中，由於地面目標的複

Problem," *Hindawi Mathematical Problems in Engineering*, 2019, Vol.19, Article ID 6761073, pp.1-9.

²⁰M. Azad and A. Mircea, "Efficient heuristic approach to the weapon-target assignment problem," *AIAA Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication*, 2009, Vol.6, No.6, pp.405-414.

²¹A. Tokgözü and S. Bulkan, "Weapon target assignment with combinatorial optimization techniques," *International Journal of Advanced Research in Artificial Intelligence*, 2013, Vol.2, No.7, pp.39-50.

²²賴智明、吳從華，「運用具有問題導向的初始機制與簡群演算法求解動態武器－目標分配問題」。管理學術研討會，第十六屆(民國 107 年 11 月)，頁 57-62。

²³方心成，「空戰中的實時多機武器目標分配任務」。臺灣大學資訊管理學研究所學位論文(民國 109 年 1 月)，頁 1-52。

²⁴Z. J. Lee, S. F. Su, and Y. L. Chou, "Efficiently solving general weapon-target assignment problem by genetic algorithms with greedy eugenics," *IEEE Journal on Systems, Man, and Cybernetics Part B: Cybernetics*, 2003, Vol.33, No.1, pp.119-120.

雜性，通常會使用大量武器來攻擊單個地面目標，並且當武器擊中目標時，需要考慮累積的傷害效應，其中優化原則是要針對目標用最少量的武器消耗來達到預期傷要求（暫時癱瘓、破壞或摧毀）。首先要將可用武器與攻擊目標進行評估，即分析武器的損傷程度和武器導引是否適用，攻擊範圍是否涵蓋目標，目標周圍的環境是否符合武器的攻擊條件，然後選擇適合打擊目標的武器。第二階段是武器分配的優化，即綜合考量武器總數量，然後以最佳成本效益比，針對目標分配適當的武器，以實現對所有目標的傷害期望。地面目標也可區分為動態及靜態，許多演算法的研究，皆為優化武器-目標分配，例如：Bogdanowicz et al. (2013) 的基因演算法²⁵、Chen et al. (2012) 的螞蟻演算法²⁶、Fei et al. (2012) 的拍賣演算法²⁷、Lee (2010) 的搜索算法²⁸等。隨著軍事空戰的發展，武器-目標分配問題備受重視，R. N. Rai et al. (2014) 空軍在任何戰爭的結果中都起著決定性的作用²⁹。而戰機對地目標可能來自於陸上、水面及水下。

因此，武器-目標分配的問題並不侷限於國防部層級的策略，而國軍武器及載具的類型相較美軍單純需多。當攻標目標確定後，火力支援協調組會先行評估目標並考量陸、海、空三軍及飛彈部隊之武器特性，適當地規劃目標分配（如圖 3）。若以戰機攻擊為考量，主要是看中戰機的機動性及遠程打擊能力，較不受限於時間及空間因素。空軍聯合作戰中心（JAOC）接獲目標分配後，仍須執行武器-目標分配，主要考量機種、批次、彈藥種類及數量。例如：若要使用魚叉飛彈攻擊船艦，可派遣 F-16 或 P-3；使用小牛飛彈攻擊戰甲車，則必須派遣 F-16。基層部隊會用到武器-目標分配嗎？答案是肯定！執行空攻的戰機機動性、遠程打擊能力是優勢，但戰機本身也有諸多限制因素，例如：油量、掛載、操作特性、飛行員素養等。而當戰機升空後，掛載就無法變更，武器及油量也只會向下遞減，任務領隊就如同經理人，管理小組內人員、裝備及程序並有效地達成目標。以 F-16 為例，對空任務執行戰術時，一般情況領隊會將簡單、明確、威脅較小的目標交給僚機負責（敵機交給僚機、不明機交給領隊），或者優先

²⁵Z. R. Bogdanowicz, A. Tolano, K. Patel, and N. P. Coleman, "Optimization of weapon-target pairings based on kill probabilities," *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2013, Vol.43, No.6, pp.1835-1844.

²⁶S. Chen, J. He, and H. Liu, "Realization and simulation of parallel ant colony algorithm to solve WT A problem," in *Proceedings of the International Conference on Systems and Informatics (ICSAI '12)*, May 2012.

²⁷A.G. Fei, L.Y. Zhang, and Q.J. Ding, "Multi-aircraft cooperative fire assignment based on auction algorithm," *Systems Engineering & Electronics*, 2012, Vol.34, No.9, pp.1829-1833.

²⁸M.Z. Lee, "Constrained weapon-target assignment: enhanced very large scale neighborhood search algorithm," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A: Systems and Humans*, 2010, Vol.40, No.1, pp. 198-204.

²⁹R. N. Rai and N. Bolia, "Optimal decision support for air power potential," *IEEE Transactions on Engineering Management*, 2014, Vol.61, No.2, pp. 310-322.

使用僚機武器執行攻擊；在對地任務時，會針對編隊機組員劃分預期平均彈著（Desired Mean Point of Impact, DMPI），就是與攻擊目標相關的精確彈著點，且被分配為多種武器或彈藥的破壞影響範圍中心，以實現預期的摧毀目標和達到摧毀程度。上述這些都是飛行員執行武器－目標分配的基本素養。所以說任何層級的決策者都應重視武器－目標分，而決策的時間點、多變的戰場環境以及未知的敵人素質等皆是複雜且不完整的資訊，這些因素提高了決策的難度，因此，研究人員致力於開發各種演算法，以提供各層級管理者做出有效的決策。

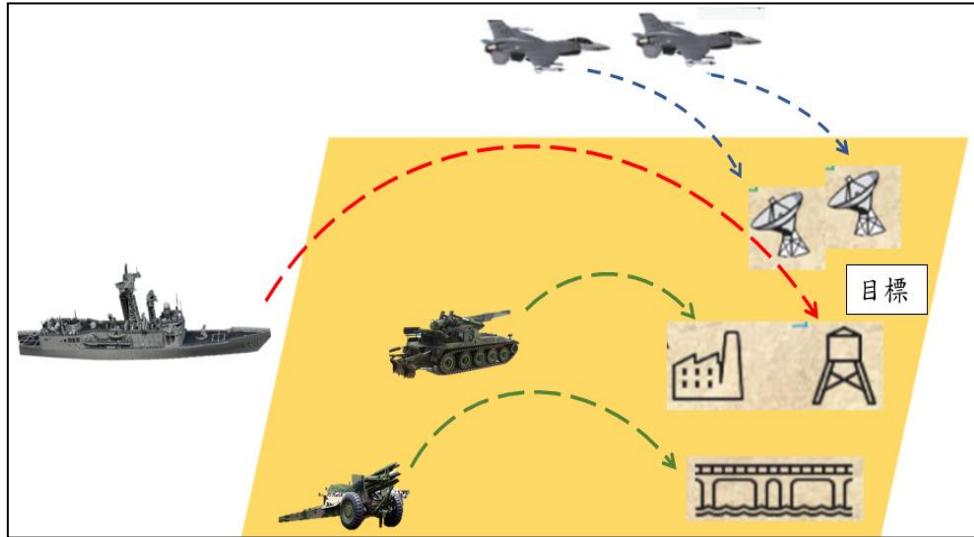


圖 3 地面目標攻擊分配（Ground Target Attacking-WTA）示意圖

資料來源：作者整理

武器掛載及戰機數量演算法（Method）應用

本研究以 F-16 Block 20 為例，戰機掛載點僅 1 至 9 佔位，一般 1. 2. 8. 9. 為對空武器掛載點，3. 7. 為對地武器掛載點，4. 6. 為翼下副油箱，5. 佔位可選掛中線油箱或特殊夾艙（電戰、偵照），掛載時必須對稱以符合戰機重心限制。另外考量武器掛載限制、目標區 IN HOT 次數、接戰比、飛機操作及部隊特性等因素，並排除了飛行員技術、敵人素質完成演算法建立。此演算法考量對地目標 Hit 值、對空目標 P_k 值、目標數量及目標所需傷害值等 4 項變數，試求極少化武器數量及編隊戰機數量。由於部分軍事資料無法取得，因此目標所需傷害值 Hit 及 P_k 值均為虛構。簡單而言，只需要知道目標所需傷害值及數量，就可以提供火協空攻申請戰機數量、掛載彈藥種類及數量。而本研究目的的初衷，是想藉此機會來傳達武器－目標分配（Weapon Target Assignment）及武器作戰效能（Weapon Combat Effectiveness）評估的重要性。而這兩項研究都跟作戰效能（Combat Effectiveness）有著密不可分的關係。

一、空對空武器建模考量

用於攔截空中目標的武器類型和數量非常有限，且攔截戰機的傷害值通常

以 P_k 值來計算，武器對目標的傷害屬於 0 至 1 的破壞，不必考慮每種武器對目標的累積傷害效果，因此假設每架敵機的 P_k 值為 1，而 F-16 對空武器以 AIM-9、AIM-120 為主要設定，AIM-9 屬於視距內紅外線導引飛彈，AIM-120 屬於視距外主動雷達導引飛彈，兩種彈藥對戰機的損傷均一樣，真正的差別是射程遠近及導引方式，AIM-9 無法攻擊視距外的戰機，但 AIM-120 卻可以用以近戰。故將兩種武器分別給予不同虛擬 P_k 值，AIM-9 為 0.5、AIM-120 為 0.75，對 1. 2. 8. 9. 佔位掛載組合，總計組合計有：Y₁、Y₂、Y₃、Y₄、Y₅、Y₆、Y₇、Y₈、Y₉ 等 9 種（表 2）。

表 2 單機對空武器掛載組合表

掛載組合	武器掛載	數量（枚）	武器總數量（枚）	總虛擬 Pk 值	其他考量
Y ₁	AIM-9	2	2	1.0	Pk 值相同， 則以彈藥數 量較少的為 主，符合作 業研究。
Y ₂	AIM-9	1		1.25	
	AIM-120	1			
Y ₃	AIM-120	2		1.5	
不參考	AIM-9	3	3	1.5	
Y ₄	AIM-9	2		1.75	
	AIM-120	1			
Y ₅	AIM-9	1		2	
	AIM-120	2			
Y ₆	AIM-120	3		2.25	
不參考	AIM-9	4	4	2	
不參考	AIM-9	3		2.25	
	AIM-120	1			
Y ₇	AIM-9	2		2.5	
	AIM-120	2			
Y ₈	AIM-9	1		2.75	
	AIM-120	3			
Y ₉	AIM-120	4		3	

資料來源：作者整理

二、空對地武器建模考量

F-16 對地掛載有 MK-82、MK-84、MK-20、小牛飛彈、魚叉飛彈及 3.75 吋火箭等，本研究嘗試性建立演算法，因此僅採用 MK-82 及 MK-84。其他武器在攻擊特殊目標時，能有較佳的武器效能。例如：小牛飛彈擅常攻擊戰甲車，

魚叉飛彈利於攻擊船艦，而 MK-20 則是針對跑道做大面積的破壞。此外，若將通用炸彈加裝雷射導引裝置，也可提高武器之精準度。上述情形在建立演算法時僅需要將彈藥常規火力在攻擊特定目標時，將該武器傷害值給予加權係數 μ ($\mu \in R^+$)，而 μ 值會因不同武器對應不同類型目標而調整。當 $\mu > 1$ 時：表示武器目標分配正確而給予獎勵函數，效能提升；當 $1 > \mu > 0$ 時：表示武器目標分配不當而給予懲罰函數，效能下降。而 μ 的數值必須透過有效的武器效能評估而定，同樣的武器對應不同目標時，效能是不一樣的，故本研究均不列入演算法建模考量。

對地武器掛載以 MK-82 / 500 磅（虛擬傷害為 500 Hit）及 MK-84 / 2000 磅（虛擬傷害為 2000 Hit）通用炸彈為主。若 3. 7. 佔位加裝配接器（TER）時，可同時掛載三枚 MK-82。若考量增加戰機滯空時間及航程，可分別在 4. 6. 佔位掛載翼下副油箱或在 5. 佔位掛載中線副油箱。若 4. 5. 6. 均掛載副油箱時，則無法執行對地任務。

在執行對地攻擊任務時，武器掛載必須對稱，以 4. 6. 佔位掛載副油箱，5. 佔位掛載特殊夾艙為主要設定。既能提高戰機滯空時間及航程，又能將戰機效能最大化。針對 3. 7. 佔位掛載組合計有： X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_4 等 4 種（表 3）。

表 3 單機對地武器掛載組合表

掛載組合	武器掛載	數量（枚）	攻擊目標數量	總虛擬 Hit 值	其他考量
X_1	MK-82	2	1-2	1000	4.6. 佔位掛載副油箱、 5. 佔位掛載夾艙。
X_2	MK-82 + 配接器	4	1-4	2000	
X_3	MK-82 + 配接器	6	1-6	3000	
X_4	MK-84	2	1-2	4000	

資料來源：作者整理

三、建立演算法

綜合上述對空、對地武器掛載組合及其他考量，建立武器掛載數量最小化之目標式，並分別針對空、地攻擊目標數量及傷害輸出建立限制式，且掛載組合類型僅能擇一掛載，線性規劃模型如下：

數學式中各符號說明：

X_c ：對地武器掛載組合類型，亦是武器種類及數量， $c = 1, 2, 3, 4$

Y_c ：對空武器掛載組合類型，亦是武器種類及數量， $c = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

T ：地面目標總數量， $T = 0, 1, 2, 3, \dots$

H_t ：地面目標總 Hit 值， $t = 0, 1, 2, 3, \dots$ ， $H_0 = 0$

V ：空中目標總數量，亦是空中目標總 P_k 值， $V = 0, 1, 2, 3, \dots$

假設對地武器掛載模式種類為 X_c ；對空武器掛載模式種類為 Y_c 。依任務需求，期望以最少武器數量達成任務，目標公式如 (3)：

$$\text{Min } Z = \sum_{c=1}^4 X_c + \sum_{c=1}^5 Y_c \quad (3)$$

公式 (4) 至 (8) 為目標公式之限制條件，敘述如後：

假設單一枚彈藥僅能攻擊單一目標，無論彈藥威力如何，因為目標物座標可能是分散佈署；單一目標可被多枚彈藥攻擊，若單一彈藥傷害程度不足時： T 為地面目標的總數量。對地武器掛載組合 X_1 至 X_4 彈藥數量總和至少滿足 T 值，公式如 (4)：

$$\text{s.t.} \quad \sum_{c=1}^3 2c \cdot \sum_{c=1}^3 X_c + 2X_4 \geq T, \{0, 1, 2, 3, \dots, T\} \quad (4)$$

不同結構之地面目標，所需之彈藥傷害均不同。假設 H_t 為對地目標所需之總傷害值，對地武器掛載組合 X_1 至 X_4 彈藥傷害值總和至少滿足 H_t 值，公式如 (5)：

$$\sum_{c=1}^4 1000c \cdot \sum_{c=1}^4 X_c \geq \sum_{t=0}^T H_t, H_0 = 0 \quad (5)$$

對空武器的特性不同於對地武器，因為敵機是動態目標，且具有自主防禦動作，故對空武器以 p_k 值計算為佳。假設 V 為敵空中目標的總數量，對空武器掛載組合 Y_1 至 Y_9 彈藥數量總和至少滿足 V 值，公式如 (6)：

$$\sum_{c=1}^9 (c+3) \cdot \frac{1}{4} \cdot Y_c \geq V, \{0, 1, 2, 3, \dots, V\} \quad (6)$$

對地掛載 4 種組合 (X_1 至 X_4) 可選擇裝掛，公式如 (7)：

$$\sum_{c=1}^4 X_c \geq 0 \quad (7)$$

對空掛載 9 種組合 (Y_1 至 Y_9) 可選擇裝掛，公式如 (8)：

$$\sum_{c=1}^9 Y_c \geq 0 \quad (8)$$

非負值限制條件公式如 (9)：

$$X_c, Y_c, H_t, T, V \geq 0 \quad (9)$$

四、運用 Lingo 軟體求解（程式碼）

Model :

（目標式）

Min = Z ;

$Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5$; （空、地武器數量最小化）

（限制式）

$2 * X_1 + 4 * X_2 + 6 * X_3 + 2 * X_4 \geq T$; （地面目標數量）

$1000 * X_1 + 2000 * X_2 + 3000 * X_3 + 4000 * X_4 \geq H_t$; （總輸出 Hit 值）

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \geq 0$; （對地掛載組合 4 擇一）

$1 * Y_1 + 1.25 * Y_2 + 1.5 * Y_3 + 1.75 * Y_4 + 2 * Y_5 + 2.25 * Y_6 + 2.5 * Y_7 + 2.75 * Y_8 + 3 * Y_9 \geq V$; （空中目標數量）

$Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6 + Y_7 + Y_8 + Y_9 \geq 0$; （對空掛載組合 9 擇一）

（整數規劃指令：彈藥選擇沒有小數只有整數，故須輸入以下指令）

@ gin (X_1) ; @ gin (X_2) ; @ gin (X_3) ; @ gin (X_4) ;

@ gin (Y_1) ; @ gin (Y_2) ; @ gin (Y_3) ;

@ gin (Y_4) ; @ gin (Y_5) ; @ gin (Y_6) ;

@ gin (Y_7) ; @ gin (Y_8) ; @ gin (Y_9) ;

End

五、求解應用

（一）要旨命令：阻止敵軍於恆楓外海集結完成，水面目標旗艦 1 艘（5800 Hit /每艘）、登陸艦 3 艘（1000 Hit /每艘），空中目標 Mig-29/8 架（ P_k : 8）戰機隨伴掩護，空攻申請 F16 戰機武器掛載選擇及戰機數量需求。Lingo 求解： X_4 、 $Y_9 = 3$ （圖 4），建議派遣 1 批 3 架次，各機掛載翼下副油箱、電戰夾艙、MK-84 x 2 及 AIM-120 x 4。

```
Global optimal solution found.
Objective value:                6.000000
Objective bound:                6.000000
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         0
Total solver iterations:       1
```

Variable	Value	Reduced Cost
Z	6.000000	0.000000
X1	0.000000	1.000000
X2	0.000000	1.000000
X3	0.000000	1.000000
X4	3.000000	1.000000
Y1	0.000000	1.000000
Y2	0.000000	1.000000
Y3	0.000000	1.000000
Y4	0.000000	1.000000
Y5	0.000000	1.000000
Y6	0.000000	1.000000
Y7	0.000000	1.000000
Y8	0.000000	1.000000
Y9	3.000000	1.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	6.000000	-1.000000
2	0.000000	-1.000000
3	2.000000	0.000000
4	3200.000	0.000000
5	3.000000	0.000000
6	1.000000	0.000000
7	3.000000	0.000000

圖 4 Lingo 求解

資料來源：作者整理

(二)要旨命令：突襲敵軍臨時指揮中心，地面指揮所 1 處 (2500 Hit)、砲兵陣地、戰甲車群、彈藥庫等 8 處 (500 Hit /每處)，空中目標 Mig-29/16 架 (P_k : 16)戰機升空警戒，空攻申請 F16 戰機武器掛載選擇及戰機數量需求。Lingo 求解： $X_2 = 1$, $X_3 = 2$, $Y_9 = 6$ (圖 5)，建議派遣對地小隊 1 批 3 架次，各機掛載翼下副油箱、戰夾艙、AIM-120 x 4，#1、#2 掛載 MK-82 x 6，#3 掛載 MK-82 x 4；掃蕩掩護小隊 1 批 3 架次，各機掛載 AIM-120 x 4、翼下副油箱、電戰夾艙，優化戰機滯空時間及航程，提升掩護任務戰鬥效能。

```
Global optimal solution found.
Objective value:                9.000000
Objective bound:                9.000000
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         0
Total solver iterations:       1
```

Variable	Value	Reduced Cost
Z	9.000000	0.000000
X1	0.000000	1.000000
X2	1.000000	1.000000
X3	2.000000	1.000000
X4	0.000000	1.000000
Y1	0.000000	1.000000
Y2	0.000000	1.000000
Y3	0.000000	1.000000
Y4	0.000000	1.000000
Y5	0.000000	1.000000
Y6	0.000000	1.000000
Y7	0.000000	1.000000
Y8	0.000000	1.000000
Y9	6.000000	1.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	9.000000	-1.000000
2	0.000000	-1.000000
3	7.000000	0.000000
4	1500.000	0.000000
5	3.000000	0.000000
6	2.000000	0.000000
7	6.000000	0.000000

圖 5 Lingo 求解

資料來源：作者整理

研究發現與作戰意涵

演算法模型的規模，因應用途需求而有所不同。本研究武器掛載模型屬於單一目標多元線性規劃的小模型，研究結果發現本模型適用於單機戰鬥或多機戰術的空攻任務指派，只要明確掌握目標區敵機數量及空攻目標物的類型（混泥土掩體、鐵皮工廠、野戰指揮所等）及數量等情資，方可藉由演算法算出空攻戰機派遣數量及攜掛武器種類數量，打破傳統派遣法（一批兩架次，每架 6 枚 MK82），使任務規劃更加精準靈活。但此模型在使用上仍有些限制，例如：真實戰場環境多為不完全訊息，若無法掌握上述情報，就無法使用本研究之模型執行武器掛載選擇及戰機數量派遣。

隨著模型用途需求的擴大，建模過程越複雜，例如：某武器對某目標物的破壞效能呈指數成長，會使原本較為簡單的線性規劃（一次方）轉變成非線性規劃（平方或以上）；若同時以武器效能及經濟成本為彈藥選擇考量，即是魚與熊掌兼得的多目標規劃（在昂貴精準炸彈與平價通用炸藥之間選擇）。因此，發展一套符合現實且滿足指揮官企圖之演算法，必須仰賴專業的研究團隊，例如：數理規劃、武器效能評估、軍備編裝、經濟成本、人力資源等。建模過程越謹慎，越能反映真實情況，而模型的可行性及可靠性也越高。然而，軍事作業研究不僅有助於武器掛載選擇及戰機派遣，亦可對整體作戰效能評估及建軍備戰規劃有顯著影響。

結語

此外，作者根據任務成功及戰力保存建立矩陣，提供指揮官思考評估（表 4），象限 I：為目標摧毀且人員、裝備均完好保存，這是作戰效能最佳情況；象限 II：以達成任務為優先考量，由於關鍵目標會影響整體戰況發展，對我方極為不利，因此，不惜犧牲一切代價優先摧毀目標，也是我們熟知的誓死達成任務；象限 III：為目標不但無法摧毀且我方人員、裝備皆損，任務失敗且戰力耗損，為最差之決策結果；象限 IV：以戰力保存優先，目標摧毀其次。該矩陣能幫助指揮官決策思考，原則要往象限 I 移動並保持。若處於象限 III 時，指揮官最佳決策應為「避戰」。若避不了，也應設法往象限 II 或象限 IV 移動。

表 4 目標-戰力效能評估矩陣

	人員傷亡、裝備損壞	人員安全、裝備妥善
目標 摧毀	II 優先評估摧毀目標	I 最佳作戰效能
目標 完好	III 最差作戰效能	IV 優先評估戰力保存

資料來源：作者整理

本研究是基於作業研究學門對於作戰效能、武器效能、武器目標分配做回顧型綜合探討，並嘗試選擇四種變數發展較簡單的武器掛載及戰機序列指派的演算法，藉此傳達作業研究為一實用科學，可用來解決大部分的問題。空中作戰長期以來都和飛行員、戰機、彈藥這三個因素息息相關，同樣的聯合作戰期間指揮官必須針對攻擊目標之特性選擇適當之武器彈藥，並以最有效的武器最少量的彈藥數達到目標損傷的要求，而作業研究亦可將我軍人員行為能力表現用數學公式表示，如此一來就能優化演算法，明確知道該派何人執行任務更能提高作戰效能。

參考文獻

中文部分

- 一、賴智明、吳從華，「運用具有問題導向的初始機制與簡群演算法求解動態武器－目標分配問題」。管理學術研討會，第十六屆（民國 107 年 11 月），頁 57-62。
- 二、方心成，「空戰中的實時多機武器目標分配任務」。臺灣大學資訊管理學研究所學位論文（民國 109 年 1 月），頁 1-52。

英文部分

- 一、Hodgson, J., "A Generalized Analysis of War Gaming (CORG Memorandum)," *CORG Memorandum, Tech/Ops, Combat Operations Research Group*, 1957.
- 二、Philip Hayward, "The Measurement of Combat Effectiveness," *INFO RMS Operations Research*, 1965, Vol.16, No.2, pp.314-323.
- 三、Hammes, T.X., *The Sling and the Stone: On War in the 21st Century* (St. Paul, MN:Zenith Press, 2004) .
- 四、Moorthy, J., Lahiri, R., Biswas, N., Sanyal, D. et al., "Big Data: Prospects and Challenges," *Vikalpa*, 2015, Vol.40, No.1, pp.74-96.
- 五、Jung W., Mario Marin, Kyungeun Lee, Luis Rabelo, Gene Lee & Daeho Noh, "Weapon Combat Effectiveness Analytics Using Big Data and Simulations: A Literature Review," *SAE International Journal of Advances and Current Practices in Mobility*, 2019, Vol.1, No.2, pp.357-374.
- 六、Jin, C., Pang, Z., Li, H., Yuan, Z., and Wu, J., "Study on Improving Operating Performance of Human Factors," *Proceedings of the 13th International Conference on ManMachine-Environment System Engineering*, Springer, 2014, pp.527-534.
- 七、Zheng, Y., "Research on Combat Effectiveness Evaluation of Radar EW System Based on Bayesian Network," *Advanced Materials Research*, 2011, Vol.204, No.1, pp.1697.
- 八、Seo, K., Song, H., Kwon, S., and Kim, T., "Measurement of Effectiveness for an Anti-Torpedo Combat System Using a Discrete Event S

- systems Specification–Based Underwater Warfare Simulator," *Journal of Defense Modeling Simulation*, 2011, Vol.8, No.3, pp.157–171.
- 九、Chusilp, P., Charubhun, W., and Koanantachai, P., "Monte Carlo Simulations of Weapon Effectiveness Using PK Matrix and Carleton Damage Function," *International Journal of Applied Physics and Mathematics*, 2014, Vol. 4, No.4, pp.280–285.
- 十、Boppe, C.W. and Martorella, R.P., "Thrust Vectoring/ Reversing Tactics in Air–to–Air Combat," *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1994, Vol.116, No.1, pp.124–132.
- 十一、Li, K., Wang, L., Lv, Y., Gao, P., and Song, T. ",Research on the Rapid and Accurate Positioning and Orientation Approach for Land Missile–Launching Vehicle," *Sensors (Basel, Switzerland)*, 2015, Vol.15, No.10, pp.26606–26620.
- 十二、Osder, S., "Integrated Flight/Fire Control for Attack Helicopters," in *IEEE/AIAA 10th Digital Avionics Systems Conference*, 1991, pp.287.
- 十三、Ludvik, F. and Konecny, P., "Influence of the Air Defence Rocket Ballistics on the Rocket Weapon System Costs," *Sbornik*, 1996, Vol. 1, pp.71–84.
- 十四、Yin, T. and Xie, W., "Static Analysis of Acquisition Performance of Weapon and Equipments Based on Cost and Effectiveness," *Journal of Equipment Academy*, 2015, Vol.26, No.5, pp.36–40.
- 十五、Ru, W. and Gao, X., "Weapon Target Allocation Based on Cost–Effectiveness," *Fire Control and Command Control*, 2012, Vol.37, No.2, pp.57–60.
- 十六、A. S. Manne, "A target–assignment problem," *Operations Research*, 1958, Vol.6, pp.346–351.
- 十七、R. H. Day, "Allocating weapons to target complexes by means of nonlinear programming," *Operations Research*, 1966, Vol.14, No.6, pp.992–1013.
- 十八、P. A. Hosein and M. Athans, "Preferential Defense Strategies. Part I: The Static Case," MIT Laboratory for Information and Decision Systems, 1990, pp.1–25.
- 十九、Chao Wang, Guangyuan Fu, Daqiao Zhang, Hongqiao Wang & Jiu fen Zhao, "Genetic Algorithm–Based Variable Value Control Method for Solving the Ground Target Attacking Weapon–Target Allocation Problem," *Hindawi Mathematical Problems in Engineering*, 2019, Vol.19, Article ID 6761073 , pp.1–9.
- 二十、M. Azad and A. Mircea, "Efcient heuristic approach to the weapon–target assignment problem," *AIAA Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication*, 2009, Vol.6, No.6, pp.405–414.

- 廿一、A. Tokgözü and S. Bulkan, "Weapon target assignment with combinatorial optimization techniques," *International Journal of Advanced Research in Artificial Intelligence*, 2013, Vol.2, No.7, pp.39–50.
- 廿二、Z. J. Lee, S. F. Su, and Y. L. Chou, "Efficiently solving general weapon–target assignment problem by genetic algorithms with greedy eugenics," *IEEE Journal on Systems, Man, and Cybernetics Part B: Cybernetics*, 2003, Vol.33, No.1, pp.119–120.
- 廿三、Z. R. Bogdanowicz, A. Tolano, K. Patel, and N. P. Coleman, "Optimization of weapon–target pairings based on kill probabilities," *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2013, Vol.43, No.6, pp.1835–1844.
- 廿四、S. Chen, J. He, and H. Liu, "Realization and simulation of parallel ant colony algorithm to solve WTA problem," in *Proceedings of the International Conference on Systems and Informatics (ICSAI '12)*, May 2012.
- 廿五、A.G. Fei, L.Y. Zhang, and Q.J. Ding, "Multi–aircraft cooperative fire assignment based on auction algorithm," *Systems Engineering & Electronics*, 2012, Vol.34, No.9, pp.1829–1833.
- 廿六、M.Z. Lee, "Constrained weapon–target assignment: enhanced very large scale neighborhood search algorithm," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A: Systems and Humans*, 2010, Vol.40, No.1, pp. 198–204.
- 廿七、R. N. Rai and N. Bolia, "Optimal decision support for air power potential," *IEEE Transactions on Engineering Management*, 2014, Vol. 61, No.2, pp. 310–322.

作者簡介

萬忠孝備役上校，陸軍官校 69 年班，陸院 80 年班，曾任營長、科長、教官組長，現任職於陸軍砲兵訓練指揮部射擊教官組。

萬德威少校，空軍官校 95 年班，曾任飛行官、飛安官、三軍聯訓指揮部火協組裁判官、聯絡官等職務，現為國防大學運籌管理系碩士研究生。