

## 電離層高階項誤差對 GPS 相對定位精度之影響

林老生\* 嚴翊豪

國立政治大學地政學系

### 摘 要

電離層高階項誤差的二階和三階項誤差稱為電離層高階項誤差( $I_H$ )。本研究包含：(1)以 RINEX\_HO 計算 GPS 觀測量中的  $I_H$ ，並求  $I_H$  的二次差分( $\Delta\nabla I_H$ )，並探討  $\Delta\nabla I_H$  與不同基線長度等的關係；(2)利用 Bernese 5.2，分別對改正  $I_H$  前、後之 GPS 觀測檔案進行基線解算，研究  $I_H$  對基線向量的影響。利用 2009 年到 2015 年台灣地區 5 個衛星追蹤站的 GPS 資料作測試，實驗結果發現：(1) $\Delta\nabla I_H$  會隨著不同基線長度等因素而改變， $\Delta\nabla I_H$  最大可以達到 9.70mm；(2)  $I_H$  對於基線向量的影響與基線長度、觀測季節、觀測年代與觀測時間長短有關，若不改正  $I_H$  會產生基線誤差向量  $\delta\gamma$ ，長度 365km 的基線對應觀測時間為 24、6 及 1 小時的  $\delta\gamma$  值，分別為 3.20mm、6.26mm 及 12.47mm。

**關鍵詞：**太陽黑子、全球定位系統、相對定位、二次差分、電離層高階項誤差

## The Higher Order Ionospheric Delays Effect on the Accuracy of GPS Relative Positioning

Lao-Sheng Lin\* and Yi-Hao Yan

*The Department of Land Economics, National Chengchi University*

### ABSTRACT

The second-order and third-order ionospheric delays are denoted as higher-order ionospheric delays ( $I_H$ ). The main goals of this work include: (1) Using RINEX\_HO to compute  $I_H$  on the GPS L1/L2 data and the double differences of  $I_H$  of each baseline ( $\Delta\nabla I_H$ ). Then, study the relationship between  $\Delta\nabla I_H$  and the baseline length, etc. (2) The software Bernese 5.2 is used to process the GPS relative positioning, both with and without considering the  $I_H$  correction. The GPS data from 5 satellite tracking stations in the region of Taiwan from the years 2009 to 2015 will be used as test data. According to the test results: (1) The values of  $\Delta\nabla I_H$  depend on the baseline length, etc.  $\Delta\nabla I_H$  can reach 9.70mm. (2) The effects of  $I_H$  on GPS baseline solution ( $\delta\gamma$ ) depend on baseline length, etc. The corresponding maximum  $\delta\gamma$  of 24h (hours), 6h and 1h observation times with 365km baseline length are 3.20mm、6.26mm and 12.47mm respectively.

**Keywords:** sun spot, global positioning system (GPS), relative positioning, double difference, higher-order ionospheric delay

## 一、前言

電離層延遲為全球定位系統(GPS)的主要誤差來源之一，主要包含一階、二階及三階等誤差[1-4]。其中，二階與三階等誤差，稱為電離層高階項誤差( $I_H$ )。若有雙頻 GPS 資料，可組成無電離層線性組合觀測量，然而，其僅能消除一階的電離層延遲，卻無法消除高階部分[5]。根據研究成果顯示，二階電離層延遲，其誤差大小約為 cm 等級；三階電離層延遲，其誤差大小約為 mm 等級[6-9]。

由 Deng 等人的研究成果顯示，高階項電離層誤差對 GPS 相對定位之精度具有相當程度的影響，諸如坐標位移等；雖然 GPS 的相對定位之精度可達 mm 等級，且符合大多數應用領域之精度規範，但對於高精度 GPS 測量之應用，如建立坐標框架、地殼變形監測等精度特別高的領域，則必須考慮電離層高階項誤差對相對定位之影響[10]。

為了進一步探討電離層高階項誤差對 GPS 相對定位精度之影響，本研究將以台灣地區 5 個衛星追蹤站 2009 年至 2015 年之 GPS 觀測資料進行實驗，探討：(1)以 RINEX\_HO 程式[2]計算 GPS 觀測量中的  $I_H$ ，求  $I_H$  的二次差分( $\nabla^2 I_H$ )，並研究  $\nabla^2 I_H$  與不同基線長度等的關係；(2)利用 Bernese 5.2 程式[11]，分別對改正  $I_H$  前、後之 GPS 觀測檔案進行基線解算，研究  $I_H$  對基線向量的影響。

## 二、相關理論與文獻回顧

### 2.1 電離層延遲計算公式

GPS 載波相位與虛擬距離之觀測方程式[2]如下：

$$\Phi_{L_i} = \rho' - I_1 - \frac{1}{2}I_2 - \frac{1}{3}I_3 + \lambda_i N_i + V_{\Phi_{L_i}} \quad (1)$$

$$P_{L_i} = \rho' + I_1 + I_2 + I_3 + V_{P_{L_i}} \quad (2)$$

式中， $L_i$  為頻道(其頻率及波長分別為  $f_{L_i}$  及

$L_i, i=1,2$ )， $\Phi_{L_i}$  為載波相位觀測量， $P_{L_i}$  為虛擬距離觀測量， $\rho'$  為衛星與接收儀之間的幾何距離，包含與頻率無關的影響量如對流層延遲和鐘差等， $I_1$ ， $I_2$  和  $I_3$  分別為電離層一、二及三階項誤差，週波未定值以  $N_i$  表示， $V_{\Phi_{L_i}}$  和  $V_{P_{L_i}}$  分別代表載波觀測量與虛擬距離觀測量的量測誤差。

電離層一階項誤差  $I_1$  之方程式如下：

$$I_1 = \frac{40.3}{f_{L_i}^2} TEC \quad (3)$$

式中，TEC (Total Electron Content) 為沿著 GPS 衛星到接收儀間傳播路徑之間，假想有一個底面積 1 平方公尺的圓柱所包含的總電子含量。

電離層二階項誤差  $I_2$  之方程式[6,8]如下：

$$I_2 = \frac{eA}{f_{L_i}^3 2\pi m_e} \|B\| \cos\theta TEC(m) \quad (4)$$

式中， $A \cong 80.6 \text{ m}^3/\text{s}^2$ ， $e = 1.60218 \times 10^{-19}$  庫倫 (電子電荷)， $m_e = 9.10939 \times 10^{-31} \text{ kg}$  (電子質量)， $\|B\|$  表示地磁向量  $B$  的大小， $\theta$  為訊號傳遞方向與地磁向量  $B$  之夾角。

電離層三階項誤差  $I_3$  之方程式[8]如下：

$$I_3 = \frac{3A^2}{8f_{L_i}^4} \eta N_{e,\max} TEC(m) \quad (5)$$

式中， $\eta$  為常數 0.66， $N_{e,\max}$  為最大電子密度[5]。在計算高階項電離層誤差方面，地球磁場模型採用 IGRF 模型[2]，TEC 則由電離層地圖估計之[9]。

### 2.2 二次差分電離層高階項誤差

為了研究二次差分電離層高階項誤差 ( $\nabla^2 I_H$ ) 與不同基線長度等的關係，必須將 GPS 載波相位觀測值中的  $I_H$  組合成  $\nabla^2 I_H$ 。因此，根據方程式 (6) 至 (9) 設計一個程式，可以根據選定的 GPS 基線，將 RINEX\_HO 所輸出

的 L1 和 L2 頻率個別的電離層二階項誤差、三階項誤差之文字檔案輸入，並組合成二次差分電離層高階項誤差( $\nabla\Delta I_H$ )，其中包含  $I_2$  之二次差分 ( $\nabla\Delta I_2$ )，以及  $I_3$  之二次差分 ( $\nabla\Delta I_3$ )。

$$\nabla\Delta\Phi = \Phi_b^q - \Phi_b^p - \Phi_a^q + \Phi_a^p \quad (6)$$

$$\nabla\Delta I_H = (I_b^q)_H - (I_b^p)_H - (I_a^q)_H + (I_a^p)_H \quad (7)$$

式中，假設在測站 a、b 上同時觀測 GPS 衛星 p、q 訊號，其載波相位觀測值為  $\Phi_a^p$ 、 $\Phi_a^q$ 、 $\Phi_b^p$ 、 $\Phi_b^q$  對應的電離層高階項誤差分別為  $(I_a^p)_H$ 、 $(I_a^q)_H$ 、 $(I_b^p)_H$ 、 $(I_b^q)_H$ ，則在二次差分觀測值( $\nabla\Delta\Phi$ )中含有二次差分電離層高階項誤差( $\nabla\Delta I_H$ ) [3]。

$I_2$  之二次差分為：

$$\nabla\Delta I_2 = (I_b^q)_2 - (I_b^p)_2 - (I_a^q)_2 + (I_a^p)_2 \quad (8)$$

$I_3$  之二次差分為：

$$\nabla\Delta I_3 = (I_b^q)_3 - (I_b^p)_3 - (I_a^q)_3 + (I_a^p)_3 \quad (9)$$

### 2.3 電離層高階項誤差大小及其對 GPS 定位之影響

在電離層高階項誤差量大小部分，Bassiri 與 Hajj 於 1993 年，設定視線方向總電子含量 (Slant Total Electron Content, STEC) 為 100 TECU ( $1 \text{ TECU} = 10^{16} \text{ electrons/m}^2$ )，計算得  $I_2$  約為 -16.5 mm， $I_3$  約為 -0.8 mm；為模擬電離層較活躍時之 TEC，將 STEC 設定為 150 TECU，則  $I_2$  大小約為 25 mm [6]。Odijk 於 2002 年，為研究荷蘭地區電離層高階項誤差之大小，以 100 TECU 為最大電子含量，其研究成果指出，L2 之二階、三階電離層延遲約為 43 mm 及 2 mm [8]；Hoque 與 Jakowski 設定電離層活躍時的垂直電子含量(VTEC)為 143 TECU，研究成果顯示  $I_2$  約為  $\pm 25$  mm， $I_3$  約為 3 mm [7]。由上述成果可知  $I_2$  誤差量約為 cm 等級，而  $I_3$  誤差量則為 mm 等級。

電離層高階項誤差會對 GPS 訊號、GPS 定位、計算軌道以及定時等造成影響 [9]。Hernandez-Pajares 等人發現，消除電離層高階項誤差後，會讓接收儀的位置產生位移，在北半球的部分，高緯地區測站會向北移動，中緯地區則會向南移動；南半球的測站則會向南移動 [12]。Petrie 等人，在 2010 年的研究亦獲得類似的研究成果 [9]。Hadas 等人，在 2017 年提出了一個綜合模型來改正 GNSS 數據中的電離層二階和三階項誤差，此模型考慮了幾何彎曲以及差分 STEC 彎曲影響，其研究成果指出鐘差改正的幅度高達 2 cm；且對軌道的影響，沿軌分量和交軌分量的影響為 1 cm，徑向軌道分量影響小於 5 mm [13]。

有關台灣地區電離層高階項誤差對 GPS 精密單點定位 (PPP) 之影響方面，洪婉綺 [4]、林老生與洪婉綺 [14]，利用 2009 年至 2015 年台灣地區五個衛星追蹤站的 GPS 資料，探討電離層高階項誤差對於台灣地區 PPP 影響，根據實驗結果顯示：(1) 在不同方向方面，改正電離層高階項誤差前、後，南北方向定位精度之影響量最大，改正前後差異最大達 6.8mm；(2) 在太陽黑子高、低峰期方面，在經過改正電離層高階項誤差後，太陽黑子低峰時期之定位精度提升效果較太陽黑子高峰時期佳。(3) 在不同季節方面，在經過改正電離層高階項誤差後，夏季、秋季的定位精度提升比例優於春季及冬季。(4) 在不同地區方面，改正電離層高階項誤差後，各測站之定位精度提升比例，以南部測站最優。

有關二次差分電離層高階項誤差( $\nabla\Delta I_H$ ) 與不同基線長度等的關係方面，朱春春等人透過中國地區 IGS (International GNSS Service) 觀測站的研究，發現：(1)  $\nabla\Delta I_H$  隨著基線所在的地磁緯度增加而逐漸減少，且周日變化的特性也隨著緯度增加而變的不明顯。(2)  $\nabla\Delta I_H$  的值隨著基線長度的增加逐漸變大，當基線超過

1000km 時  $\nabla\Delta I_H$  值甚至達到 23.5 mm。(3)在南北向基線的  $\nabla\Delta I_H$  值最高，而東西向最低。(4)隨著太陽黑子數增加， $\nabla\Delta I_H$  的值也隨之變大 [3]。

在電離層高階項誤差( $I_H$ )對 GPS 相對定位精度之影響方面，朱春春等人透過中國地區 IGS 觀測站的研究，發現：(1)在條件相同的情況下，比較消除與未消除  $I_H$  的 24 小時(單日)GPS 基線解，發現其基線分量差異很小，故  $I_H$  對基線向量解的影響很小，一般可以忽略不計。推究其原因，可能是  $I_H$  具有正、負數值的特質，隨著觀測時間的增加，其影響量會被抵銷；(2)然而，當觀測時間較短的情況下， $I_H$  對基線向量解的影響會增加；例如，相同基線， $I_H$  對 24hr(小時)、6hr、4hr 基線向量解的影響量分別為 1.4 mm、1.8 mm、6.2 mm [3]。

### 三、實驗資料與方法

#### 3.1 實驗程式

RINEX\_HO 程式[2]，是由巴西 São Paulo State University 的科學與技術學院所開發，用以估計 GPS 觀測量的電離層二階項誤差與三階項誤差，並輸出改正電離層高階項誤差後之 RINEX 觀測檔。此外，RINEX\_HO 亦會輸出 L1 和 L2 頻率個別的電離層二階項、三階項誤差改正量的文字檔案，以及 TEC 的文字檔案。

Bernese 5.2 程式[11]，是由瑞士 University of Bern 天文研究所開發，其優點是具有高精度、高靈活性的 GNSS 數據後處理能力、友善的圖形介面、有效率自動處理功能(Bernese Processing Engine, BPE)、消除電離層高階項誤差 HOI (Higher-order Ionosphere) 功能，可以用來消除電離層高階項誤差以處理相對定位與精密單點定位，目前廣泛用於板塊運動、極運動、地殼變形等高精度的計算。

#### 3.2 實驗資料

由於台灣位於電離層赤道區，此地區的 TEC 變化劇烈，且根據方程式(4)-(5)可知，電離層高階項誤差之大小與 TEC 有直接相關，這導致台灣地區的電離層高階項誤差量變化也較大，因此，本研究將使用台灣地區之 GPS 觀測資料進行實驗。

為比較電離層高階項誤差對 GPS 基線向量之影響，以及考慮到 TEC 會隨著季節變化、太陽黑子數量多寡而變化，本研究使用內政部地政司衛星測量中心鳳林 (FLNM)、墾丁 (KDNM)、北港(PKGM)、太麻里(TMAM)、陽明山 (YMSM) 等 5 個衛星追蹤站，在 2009 年至 2015 年共 7 年間，春、夏、秋、冬 4 個季節各 7 天之 GPS 觀測資料進行實驗，5 個衛星追蹤站位置如圖 1 所示。



圖 1. 台灣地區 5 個衛星追蹤站分布圖

#### 3.3 實驗方法

##### 3.3.1 基線設計

五個台灣衛星追蹤站，在南北方向大約分佈於北緯 22 度之 25 度之間。因此，設計 3 條長度不同的基線，並將其定義為長基線 YMSM-KDNM (長度為 365.24km，以 long 表示之)、中基線 YMSM-PKGM (長度為 217.76km，以 mid 表示之)、短基線

TMAM-KDNM(長度為 77.39km, 以 short 表示之)。

### 3.3.2 電離層高階項誤差之計算

利用 RINEX\_HO 程式[2]估計電離層高階項誤差, 並輸出改正電離層高階項誤差後的 GPS RINEX 觀測檔案、L1 和 L2 頻率對應的  $I_2$ 、 $I_3$  之文字檔案。

再依照方程式(6)至(9)設計一個程式, 可以根據設計的基線, 將 RINEX\_HO 所輸出的 L1 和 L2 頻率對應的  $I_2$ 、 $I_3$  之文字檔案輸入, 並組合成二次差分電離層高階項誤差  $\nabla\Delta I_H$ , 其中包含  $\nabla\Delta I_2$  及  $\nabla\Delta I_3$ 。

### 3.3.3 GPS 基線解算

首先, 將 24 小時 GPS 觀測資料, 利用 Bernese 5.2 程式[11]再分割為 4 個 6 小時、24 個 1 小時的資料檔。因此, 每一測站每天的 GPS 資料就有三種不同觀測時間的檔案, 分別為 24 小時、6 小時及 1 小時。

然後, 使用 Bernese 5.2 程式的消除電離層高階項誤差 HOI 功能[11], 分別對改正  $I_H$  前、後的 GPS 觀測檔案進行單日(24 小時)、6 小時及 1 小時的基線解算。因此, 每一條基線就會有三組基線解。

### 3.3.4 實驗成果分析

如上所述, 本研究使用 Bernese 5.2 軟體分別對改正  $I_H$  前、後的 GPS 觀測檔案進行基線解算, 由於在解算過程中, 所有的參數設置皆相同, 故解算後基線的成果差異, 應該是來自是否改正電離層高階項誤差所產生的影響。

為了後續實驗成果分析, 定義基線分量差  $\delta X$ 、 $\delta Y$ 、 $\delta Z$  及誤差向量  $\delta\gamma$  如下(單位:mm):

$$\delta X = \Delta X_{前} - \Delta X_{後} \quad (10)$$

$$\delta Y = \Delta Y_{前} - \Delta Y_{後} \quad (11)$$

$$\delta Z = \Delta Z_{前} - \Delta Z_{後} \quad (12)$$

$$\delta\gamma = \sqrt{\delta X^2 + \delta Y^2 + \delta Z^2} \quad (13)$$

式中,  $\Delta X$ 、 $\Delta Y$ 、 $\Delta Z$  分別為基線的 X 分量、Y 分量及 Z 分量;  $\Delta X_{前}$ 、 $\Delta X_{後}$  分別為改正  $I_H$  前、後基線的 X 分量;  $\Delta Y_{前}$ 、 $\Delta Y_{後}$  分別為改正  $I_H$  前、後基線的 Y 分量;  $\Delta Z_{前}$ 、 $\Delta Z_{後}$  分別為改正  $I_H$  前、後基線的 Z 分量。

為了探討改正電離層高階項誤差( $I_H$ )對相對定位精度之影響, 本研究將探討在不同地區、不同方向、不同季節、不同太陽活動在改正  $I_H$  前、後的相對定位精度之影響, 相關定義說明如後。

針對 24hr 解的成果, 利用 Bernese 5.2 軟體的消除電離層高階項誤差功能以及 BPE 功能, 解算出台灣區 5 個衛星追蹤站 2009 年到 2015 年四季, 每季七日的坐標值(X, Y, Z), 接著求出每年每季七日(X, Y, Z)坐標之平均值, 並以此平均點位坐標作為各測站的(假想)真實坐標。

計算各測站各年各季節七天的改正  $I_H$  前與改正  $I_H$  後的點位坐標與真實坐標間之差值 ( $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ ), 再將其轉換為站心地平坐標系 ( $\Delta e, \Delta n, \Delta u$ ), 轉換公式如(14)所示。

$$\begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta n \\ \Delta u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ -\cos\lambda\sin\varphi & -\sin\lambda\sin\varphi & \cos\varphi \\ \cos\lambda\cos\varphi & \sin\lambda\cos\varphi & \sin\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \quad (14)$$

上式中,  $\Delta e$ 、 $\Delta n$ 、 $\Delta u$  分別為站心地平坐標系中, 接收儀之東西方向、南北方向、高程方向定位誤差;  $\lambda$ 、 $\varphi$  分別為接收儀所在位置之經度、緯度。

(A)定位誤差: 各站各方向定位誤差值, 分為改正前的定位誤差( $\Delta n_{前}$ 、 $\Delta e_{前}$ 、 $\Delta u_{前}$ )、改正後的定位誤差( $\Delta n_{後}$ 、 $\Delta e_{後}$ 、 $\Delta u_{後}$ )。

(B)改正前後定位誤差絕對值之差 X:

$$X = \left| \text{定位誤差} \right|_{\text{改正前}} - \left| \text{定位誤差} \right|_{\text{改正後}} \quad (15)$$

式中， $\left| \text{定位誤差} \right|_{\text{改正前}}$ 、 $\left| \text{定位誤差} \right|_{\text{改正後}}$

分別為改正電離層高階項誤差前、後之定位誤差。若絕對值之差大於 0，則表示改正後之誤差量值小於改正前之誤差量值，改正電離層高階項誤差後，定位精度獲得提升；反之，若此值小於 0，則表示定位精度下降。

若令  $\Delta N$  代表南北方向改正前後定位誤差絕對值之差； $\Delta E$  代表東西方向改正前後定位誤差絕對值之差； $\Delta U$  代表高程方向改正前後定位誤差絕對值之差； $\Delta P$  代表各方向改正前後定位誤差絕對值之差，如式(16)所示。

$$\Delta P = \sqrt{\Delta n_{\text{前}}^2 + \Delta e_{\text{前}}^2 + \Delta u_{\text{前}}^2} - \sqrt{\Delta n_{\text{後}}^2 + \Delta e_{\text{後}}^2 + \Delta u_{\text{後}}^2} \quad (16)$$

(C)定位精度提升比例，其計算公式如下：

$$\text{定位精度提升比例} = \frac{\text{改正前後定位誤差絕對值之差} \geq 0 \text{ 者}}{\text{改正前後定位誤差絕對值之差總個數}} \times 100\% \quad (17)$$

以上為 24 小時成果之分析方法，而本研究另外使用 6 小時、1 小時的觀測資料進行計算，測站真實坐標的部分則改由該觀測資料的 24 小時解，由於 24 小時解的觀測量較多，同理多餘觀測也較多，因此推論 24 小時解的精度會比 6 小時、1 小時解的精度來的高，以此做為測站(假想)真實坐標是可行的。

## 四、實驗成果與討論

### 4.1 $\nabla \Delta I_2$ 與基線長度、季節及太陽周期之關係

根據方程式(4)至(9)， $\nabla \Delta I_2$  與  $\nabla \Delta I_3$  在 L1 載波的影響值與 L2 載波的影響值皆呈現一定的倍數關係，且  $\nabla \Delta I_2$  與  $\nabla \Delta I_3$  的影響值僅呈現量級上的差異，故以下成果僅呈現  $\nabla \Delta I_2$  在 L1 載波的影響值[15]。

表 1 為 2010 年與 2014 年台灣地區 L1 載

波的  $\nabla \Delta I_2$  與基線長度、季節及太陽周期之關係；表格中，Length 代表基線長短(long、mid 及 short 分別代表長、中及短基線)；Season 代表季節(Spring、Summer、Autumn 及 Winter 分別代表春、夏、秋及冬季)；Min、Max、Mean 及  $\sigma$  分別代表  $\nabla \Delta I_2$  的最小值、最大值、平均值及標準差等統計值，單位皆為 mm。

從表 1 可以看出：(1)在  $\nabla \Delta I_2$  與基線長短的關係方面：不管太陽周期是太陽黑子低峰期(如 2010 年)或太陽黑子高峰期(如 2014 年)，也不管是春夏秋冬那一季節， $\nabla \Delta I_2$  大小與基線長短成正比；換言之，基線長度越長， $\nabla \Delta I_2$  值越大；2010 年的  $\nabla \Delta I_2$  值介於 -4.93mm~5.12mm 之間，2014 年的  $\nabla \Delta I_2$  值介於 -9.97mm~9.70mm 之間。造成此種現象的可能原因，乃是隨著基線長度增加，基線兩端測站上的電離層延遲差異變大，導致  $\nabla \Delta I_2$  的也隨之增加。(2)在  $\nabla \Delta I_2$  與太陽周期的關係方面：2014 年的  $\nabla \Delta I_2$  大於 2010 年的  $\nabla \Delta I_2$ 。造成此種現象的可能原因，乃是太陽黑子高峰期(2014 年)的 VTEC 值較大。(3)在  $\nabla \Delta I_2$  與季節的關係方面：按照四季的  $\nabla \Delta I_2$  值大小排列，由大到小，依序分別為春季、秋季、冬季及夏季。造成此種現象的可能原因，根據 Balan 等人在 1998 年的研究指出電離層電子密度具有明顯的季節變化，春、秋季有極大值，夏、冬季則較小[16]。

### 4.2 電離層高階項誤差對基線向量之影響

#### 4.2.1 不同基線長度與太陽週期

表 2 為 2010 年(太陽黑子低峰期)與 2014 年(太陽黑子高峰期)春天 24 小時基線解，電離層高階項誤差( $I_H$ )對不同基線長度等之基線向量影響成果，其中包含基線分量差  $\delta X$ 、 $\delta Y$ 、 $\delta Z$  及誤差向量  $\delta \gamma$ 。

從表 2 可以看出：(1)在基線分量差方面： $I_H$  對不同長度基線之三個分量的影響

似乎很不規則，以 2010 年成果為例， $\delta X$  皆為負值，介於-0.39mm 到-1.16mm 之間； $\delta Y$  有正負值，介於-0.14mm 到 2.15mm 之間； $\delta Z$  有正負值，介於-0.03mm 到 1.10mm 之間。然而，整體而言，基線長度越長，則基線分量差( $\delta X$ 、 $\delta Y$ 、 $\delta Z$ )則越大。在 2014 年的成果，也呈現類似的趨勢。(2) 在誤差向量  $\delta\gamma$  方面：(a)明顯發現基線長度越長，則誤差向量越大。以 2010 年的成果為例，對應 long、mid 及 short 基線的  $\delta\gamma$ ，分別為 2.68mm、2.31mm 及 0.42mm。(b) 誤差向量  $\delta\gamma$  與太陽黑子數目有關，如 2010 年的  $\delta\gamma$  值，介於 0.42mm 到 2.68mm 之間；

而 2014 年的  $\delta\gamma$  值，介於 1.59mm 到 3.20mm 之間。因此，太陽黑子高峰期的  $\delta\gamma$  值大於太陽黑子低峰期。根據上述的結果顯示，發現以誤差向量  $\delta\gamma$  比較容易分析  $I_H$  對基線向量的影響；因此，往後成果分析就著重在探討誤差向量  $\delta\gamma$  值的大小。

造成基線長度越長，則誤差向量  $\delta\gamma$  越大的原因，主要是由於 4.1 節的結論之(1)： $\nabla\Delta I_2$  (或  $\nabla\Delta I_3$ ) 大小與基線長短成正比的關係。至於造成太陽黑子高峰期的  $\delta\gamma$  值大於太陽黑子低峰期的原因，主要是由於 4.1 節的結論之(2)：2014 年的  $\nabla\Delta I_2$  大於 2010 年的  $\nabla\Delta I_2$ 。

表 1. 2010 年與 2014 年台灣地區  $\nabla\Delta I_2$  與基線長度、季節及太陽周期之關係

|        | 2010 年(太陽黑子低峰期) |         |         |          |               | 2014 年(太陽黑子高峰期) |         |         |          |               |
|--------|-----------------|---------|---------|----------|---------------|-----------------|---------|---------|----------|---------------|
| Season | Length          | Min(mm) | Max(mm) | Mean(mm) | $\sigma$ (mm) | Length          | Min(mm) | Max(mm) | Mean(mm) | $\sigma$ (mm) |
| Spring | long            | -4.93   | 5.12    | 0.04     | 1.23          | long            | -9.97   | 9.70    | -0.12    | 2.16          |
| Summer |                 | -0.97   | 1.00    | 0.01     | 0.25          |                 | -2.97   | 3.04    | -0.05    | 0.83          |
| Autumn |                 | -4.22   | 3.56    | 0.05     | 0.97          |                 | -7.20   | 7.35    | 0.10     | 1.59          |
| Winter |                 | -3.49   | 3.33    | 0.00     | 0.66          |                 | -7.22   | 7.22    | 0.10     | 1.70          |
| Spring | mid             | -3.14   | 3.24    | 0.03     | 0.69          | mid             | -6.36   | 5.58    | -0.05    | 1.27          |
| Summer |                 | -0.74   | 0.69    | 0.00     | 0.16          |                 | -2.20   | 1.98    | -0.03    | 0.55          |
| Autumn |                 | -3.05   | 2.67    | 0.02     | 0.64          |                 | -4.05   | 4.56    | 0.02     | 0.94          |
| Winter |                 | -1.94   | 2.08    | -0.01    | 0.36          |                 | -4.88   | 4.54    | 0.03     | 0.99          |
| Spring | short           | -0.77   | 0.81    | 0.01     | 0.20          | short           | -1.72   | 1.72    | -0.02    | 0.35          |
| Summer |                 | -0.20   | 0.21    | 0.00     | 0.05          |                 | -0.47   | 0.41    | -0.01    | 0.13          |
| Autumn |                 | -0.58   | 0.51    | 0.00     | 0.13          |                 | -1.28   | 1.36    | 0.01     | 0.28          |
| Winter |                 | -0.72   | 0.72    | 0.00     | 0.15          |                 | -1.17   | 1.08    | 0.01     | 0.29          |

表 2.  $I_H$  對基線向量的影響(不同基線長度/春天/24hr 解)

| Time                     | Baseline | Length(km) | $\delta X$ (mm) | $\delta Y$ (mm) | $\delta Z$ (mm) | $\delta\gamma$ (mm) |
|--------------------------|----------|------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------------------|
| 2010/3/22<br>台灣區<br>24hr | long     | 365.24     | -1.16           | 2.15            | 1.10            | 2.68                |
|                          | mid      | 217.76     | -0.81           | 2.09            | 0.56            | 2.31                |
|                          | short    | 77.39      | -0.39           | -0.14           | -0.03           | 0.42                |
| 2014/3/22<br>台灣區<br>24hr | long     | 365.24     | -1.05           | -1.69           | -2.51           | 3.20                |
|                          | mid      | 217.76     | -0.23           | -1.86           | -1.27           | 2.26                |
|                          | short    | 77.39      | 0.35            | -1.12           | -1.07           | 1.59                |

#### 4.2.2 不同季節

表 3 為 2010 年台灣地區基線在不同季節的基線向量成果，從表 3 可以看出：如果按照誤差向量  $\delta\gamma$  值大小排列，對應的季節依序為春天、秋天、夏天及冬天。不過，基線越長則其對應的  $\delta\gamma$  值越大。向量誤差  $\delta\gamma$

值的大小，約在 0.14mm 與 3.24mm 之間。造成此種現象的原因，主要是由於 4.1 節的結論之(3)：按照四季的  $\nabla\Delta I_2$  值大小排列，由大到小，依序分別為春季、秋季、冬季及夏季；此外，根據 Balan 等人在 1998 年的研究指出電離層電子密度具有明顯的季節變化，春、秋季有極大值，夏、冬季則較小[16]。

### 4.2.3 不同觀測時間

表 4 為 2014 年台灣地區長基線在不同觀測時段的基線向量成果，從表中可以看出：(1) 在 long 基線方面：24、6 及 1 小時等不同觀測時段所對應的誤差向量  $\delta\gamma$  值，分別為 3.20mm、6.26mm 及 12.47mm。(2)當觀測時間越短，則  $I_H$  對基線向量的影響越大；換言之，當觀測

時間越短，則越需要改正電離層高階項誤差。

依據朱春春於 2015 年的研究顯示，高階項誤差具有正負數值的特質，隨著觀測時間的增加，其影響量會被抵銷，但相對在觀測時間較短的情況下，其影響量則難以完全抵銷 [3]。

表 3. 台灣地區  $I_H$  在 2010 年不同季節中對基線向量的影響(24 hr 解)

| 2010 | Baseline | Length(km) | $\delta X$ (mm) | $\delta Y$ (mm) | $\delta Z$ (mm) | $\delta\gamma$ (mm) |
|------|----------|------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------------------|
| 春    | long     | 365.24     | -1.16           | 2.15            | 1.1             | 2.68                |
| 夏    | long     | 365.24     | -0.38           | 1.18            | 0.44            | 1.32                |
| 秋    | long     | 365.24     | -2.69           | 0.92            | 1.56            | 3.24                |
| 冬    | long     | 365.24     | -0.35           | 0.64            | 0.30            | 0.79                |
| 春    | mid      | 217.76     | -0.81           | 2.09            | 0.56            | 2.31                |
| 夏    | mid      | 217.76     | 0.00            | 0.32            | 0.17            | 0.36                |
| 秋    | mid      | 217.76     | 0.14            | -1.72           | -0.92           | 1.96                |
| 冬    | mid      | 217.76     | 0.02            | -0.09           | 0.10            | 0.14                |
| 春    | short    | 77.39      | -0.39           | -0.14           | -0.03           | 0.42                |
| 夏    | short    | 77.39      | -0.17           | 0.31            | 0.09            | 0.36                |
| 秋    | short    | 77.39      | -1.40           | 1.15            | 1.14            | 2.14                |
| 冬    | short    | 77.39      | 0.01            | 0.22            | 0.09            | 0.24                |

表 4.  $I_H$  於不同觀測時間中對基線向量的影響

| 2014/3/22<br>台灣區 | Time | Baseline | Length(km) | $\delta X$ (mm) | $\delta Y$ (mm) | $\delta Z$ (mm) | $\delta\gamma$ (mm) |
|------------------|------|----------|------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------------------|
|                  | 24hr | long     | 365.24     | -1.05           | -1.69           | -2.51           | 3.20                |
|                  | 6hr  | long     | 365.24     | -4.40           | 4.14            | 1.64            | 6.26                |
|                  | 1hr  | long     | 365.24     | -1.11           | 12.18           | 2.43            | 12.47               |

### 4.3 改正電離層高階項誤差對定位精度提升之影響

#### 4.3.1 各年度改正 $I_H$ 對 24 小時解的定位精度提升比例統整

##### 1. 各年度在不同方向的定位精度提升比例統整

表 5 為 2009~2015 年不同方向定位精度提升之比例，從表中可以看出，定位精度提升比例大致是在 42%~62%之間，且各年度之間

的提升比例並無特殊規律。

由上述可知，改正  $I_H$  後並非所有成果都能夠提升定位精度，且定位精度提升的比例與太陽活動也無明顯關連。

圖 2 為 2009 年至 2015 年台灣地區各方向定位精度提升比例統計，從圖中可以看出，各方向的定位精度提升比例介於 40%至 60%之間，且大多提升 50%左右。

表 5. 2009~2015 年不同方向定位精度提升之比例

| 年度   | $\Delta N$ | $\Delta E$ | $\Delta U$ | $\Delta P$ |
|------|------------|------------|------------|------------|
| 2009 | 54%        | 47%        | 42%        | 56%        |
| 2010 | 62%        | 46%        | 62%        | 63%        |
| 2011 | 53%        | 54%        | 55%        | 52%        |
| 2012 | 52%        | 53%        | 51%        | 51%        |
| 2013 | 55%        | 49%        | 59%        | 59%        |
| 2014 | 51%        | 54%        | 51%        | 56%        |
| 2015 | 43%        | 50%        | 56%        | 47%        |

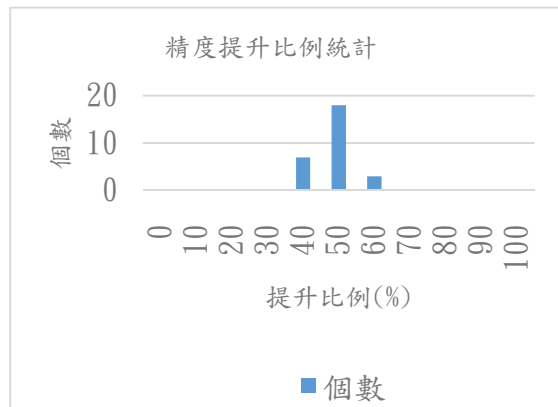


圖 2. 2009~2015 年台灣地區各方向定位精度提升比例統計(24hr 解)

## 2. 各年度不同測站的定位精度提升比例統整

表 6 為 2009 年~2015 年各個測站不同方向之定位精度提升比例，從表中可知，各測站不同方向的定位精度提升比例約在 32%~75% 之間，且同第一點所提，各年度、各測站之間的提升比例並無特殊規律。

由上述可知，改正 $I_H$ 後並非所有成果都能夠提升定位精度，且定位精度提升的比例與太陽活動也無特殊關連，此外也無特定測站定位精度提升比例較佳或較差的情形出現。

## 3. 各年度在不同季節的定位精度提升比例統整

表 7 為 2009~2015 年不同季節定位精度提升之比例，從表中可以看出，定位精度提升比例大致是在 21%~76% 之間，各季節之間定位精度提升比例並無明顯規律，且各年度之間的提升比例也無特殊規律。

由上述可知，改正 $I_H$ 後並非所有成果都能夠提升定位精度，且定位精度提升的比例與太陽活動、季節變化也無特殊關連。

### 4.3.2 各年度改正 $I_H$ 對 6 小時解的定位精度提升比例統整

表 8 為 2009~2015 年台灣地區不同方向定位精度提升之比例，從表中可以看出，定位精度提升比例大致是在 24%~78% 之間，且各年度有一個共同趨勢， $\Delta E$  的定位精度提升比例會大於 $\Delta N$ 、 $\Delta U$  的定位精度提升比例。

由上述可知，改正 $I_H$ 後並非所有成果都能夠提升定位精度，且定位精度提升的比例與太陽活動也無特殊關連，但在東西方向定位精度提升效果特別突出，比南北向或高程方向都好。

表 6. 2009~2015 年各測站不同方向定位精度提升之比例

| FLNM  | $\Delta N$ | $\Delta E$ | $\Delta U$ | $\Delta P$ | TMAM | $\Delta N$ | $\Delta E$ | $\Delta U$ | $\Delta P$ |
|-------|------------|------------|------------|------------|------|------------|------------|------------|------------|
| 2009  | 53%        | 47%        | 53%        | 58%        | 2009 | 50%        | 43%        | 36%        | 50%        |
| 2010  | 61%        | 39%        | 64%        | 54%        | 2010 | 61%        | 50%        | 57%        | 71%        |
| 2011  | 46%        | 57%        | 50%        | 50%        | 2011 | 64%        | 32%        | 57%        | 57%        |
| 2012  | 64%        | 57%        | 57%        | 68%        | 2012 | 57%        | 46%        | 54%        | 43%        |
| 2013  | 40%        | 44%        | 68%        | 44%        | 2013 | 52%        | 48%        | 44%        | 52%        |
| 2014  | 43%        | 50%        | 57%        | 57%        | 2014 | 57%        | 75%        | 46%        | 57%        |
| 2015  | 36%        | 54%        | 57%        | 43%        | 2015 | 43%        | 50%        | 57%        | 36%        |
| KDNM  | $\Delta N$ | $\Delta E$ | $\Delta U$ | $\Delta P$ | YMSM | $\Delta N$ | $\Delta E$ | $\Delta U$ | $\Delta P$ |
| 2009  | 54%        | 46%        | 35%        | 50%        | 2009 | 57%        | 43%        | 57%        | 62%        |
| 2010  | 52%        | 44%        | 52%        | 52%        | 2010 | 64%        | 46%        | 71%        | 71%        |
| 2011  | 54%        | 57%        | 61%        | 46%        | 2011 | 46%        | 57%        | 46%        | 54%        |
| 2012  | 39%        | 61%        | 54%        | 43%        | 2012 | 61%        | 50%        | 54%        | 54%        |
| 2013  | 52%        | 60%        | 64%        | 64%        | 2013 | 59%        | 41%        | 63%        | 63%        |
| 2014  | 57%        | 68%        | 43%        | 57%        | 2014 | 50%        | 46%        | 54%        | 57%        |
| 2015  | 52%        | 48%        | 76%        | 71%        | 2015 | 50%        | 46%        | 46%        | 43%        |
| PKG M | $\Delta N$ | $\Delta E$ | $\Delta U$ | $\Delta P$ |      |            |            |            |            |
| 2009  | 59%        | 55%        | 36%        | 64%        |      |            |            |            |            |
| 2010  | 74%        | 48%        | 63%        | 67%        |      |            |            |            |            |
| 2011  | 54%        | 64%        | 61%        | 54%        |      |            |            |            |            |
| 2012  | 39%        | 50%        | 39%        | 46%        |      |            |            |            |            |
| 2013  | 74%        | 56%        | 59%        | 74%        |      |            |            |            |            |
| 2014  | 50%        | 32%        | 54%        | 50%        |      |            |            |            |            |
| 2015  | 36%        | 54%        | 50%        | 46%        |      |            |            |            |            |

表 7. 2009~2015 年不同季節定位精度提升之比例

| 春    | $\Delta N$ | $\Delta E$ | $\Delta U$ | $\Delta P$ | 秋    | $\Delta N$ | $\Delta E$ | $\Delta U$ | $\Delta P$ |
|------|------------|------------|------------|------------|------|------------|------------|------------|------------|
| 2009 | 63%        | 42%        | 42%        | 50%        | 2009 | 49%        | 51%        | 51%        | 63%        |
| 2010 | 51%        | 34%        | 49%        | 49%        | 2010 | 63%        | 57%        | 69%        | 69%        |
| 2011 | 51%        | 60%        | 63%        | 57%        | 2011 | 40%        | 51%        | 57%        | 43%        |
| 2012 | 46%        | 54%        | 49%        | 46%        | 2012 | 63%        | 63%        | 57%        | 54%        |
| 2013 | 49%        | 60%        | 51%        | 57%        | 2013 | 63%        | 59%        | 75%        | 72%        |
| 2014 | 43%        | 49%        | 54%        | 46%        | 2014 | 63%        | 63%        | 60%        | 69%        |
| 2015 | 51%        | 60%        | 63%        | 57%        | 2015 | 40%        | 51%        | 57%        | 43%        |
| 夏    | $\Delta N$ | $\Delta E$ | $\Delta U$ | $\Delta P$ | 冬    | $\Delta N$ | $\Delta E$ | $\Delta U$ | $\Delta P$ |
| 2009 | 50%        | 39%        | 32%        | 39%        | 2009 | 52%        | 45%        | 36%        | 61%        |
| 2010 | 59%        | 71%        | 53%        | 62%        | 2010 | 76%        | 21%        | 76%        | 74%        |
| 2011 | 63%        | 54%        | 57%        | 60%        | 2011 | 57%        | 49%        | 43%        | 49%        |
| 2012 | 51%        | 43%        | 51%        | 51%        | 2012 | 49%        | 51%        | 49%        | 51%        |
| 2013 | 58%        | 42%        | 55%        | 65%        | 2013 | 51%        | 34%        | 54%        | 43%        |
| 2014 | 57%        | 54%        | 60%        | 66%        | 2014 | 43%        | 51%        | 29%        | 43%        |
| 2015 | 63%        | 54%        | 57%        | 60%        | 2015 | 57%        | 49%        | 43%        | 49%        |

表 8. 2009~2015 年台灣地區不同方向定位精度提升之比例(6hr 解)

| 年度   | $\Delta N$ | $\Delta E$ | $\Delta U$ | $\Delta P$ |
|------|------------|------------|------------|------------|
| 2009 | 49%        | 69%        | 60%        | 54%        |
| 2010 | 55%        | 63%        | 55%        | 60%        |
| 2011 | 54%        | 68%        | 49%        | 55%        |
| 2012 | 61%        | 78%        | 55%        | 68%        |
| 2013 | 48%        | 66%        | 53%        | 59%        |
| 2014 | 51%        | 55%        | 24%        | 45%        |
| 2015 | 52%        | 42%        | 33%        | 51%        |

圖 3 為 2009 年至 2015 年台灣地區各方向定位精度提升比例統計，從圖中可以看出，各方向的精度提升比例介於 20%至 70%之間，且大多提升 50%左右。

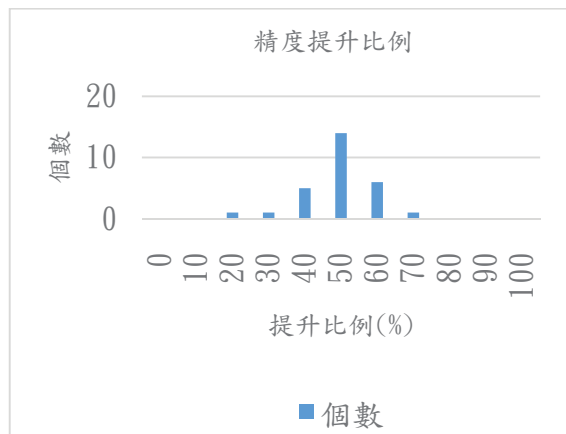


圖 3. 2009~2015 年台灣地區各方向定位精度提升比例統計(6hr 解)

#### 4.3.3 各年度改正 $I_H$ 對 1 小時解的定位精度提升比例統整

表 9 為 2009~2015 年台灣地區不同方向定位精度提升之比例，從表中可以看出，定位精度提升比例大致是在 39%~64%之間，且各年度有一個共同趨勢， $\Delta E$  的定位精度提升比例會大於  $\Delta N$ 、 $\Delta U$  的定位精度提升比例。

由上述可知，改正 $I_H$ 後並非所有成果都能夠提升定位精度，且定位精度提升的比例與太陽活動也無特殊關連，但在東西方向定位精度提升效果特別突出，比南北向或高程方向都好。

表 9. 2009~2015 年台灣地區不同方向定位精度提升之比例(1hr 解)

| 年度   | $\Delta N$ | $\Delta E$ | $\Delta U$ | $\Delta P$ |
|------|------------|------------|------------|------------|
| 2009 | 51%        | 49%        | 48%        | 51%        |
| 2010 | 48%        | 53%        | 55%        | 53%        |
| 2011 | 48%        | 54%        | 49%        | 50%        |
| 2012 | 51%        | 64%        | 53%        | 55%        |
| 2013 | 47%        | 52%        | 51%        | 49%        |
| 2014 | 48%        | 51%        | 43%        | 42%        |
| 2015 | 47%        | 47%        | 39%        | 46%        |

圖 4 為 2009 年至 2015 年台灣地區各方向定位精度提升比例統計，從圖中可以看出，各方向的定位精度提升比例介於 40%至 70%之間，且大多提升 50%到 60%左右。

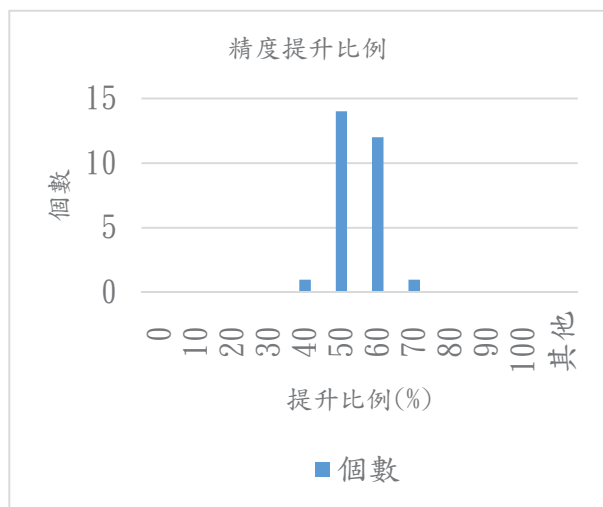


圖 4. 2009~2015 年台灣地區各方向定位精度提升比例統計(1hr 解)

#### 4.3.4 綜合討論

綜合上述實驗成果，可將共同趨勢成果整理如下：

1. 所有成果各方向( $\Delta N$ 、 $\Delta E$ 、 $\Delta U$ )的定位精度提升比例大約介於 20%~80%之間，且大多可以提升 50%以上。
2. 除了 24 小時解的成果，其餘成果各方向( $\Delta N$ 、 $\Delta E$ 、 $\Delta U$ )的定位精度提升比例大致呈現 $\Delta E$  提升比例最佳，大於 $\Delta N$ 、 $\Delta U$  的提升比例。
3. 所有成果各方向( $\Delta N$ 、 $\Delta E$ 、 $\Delta U$ )的定位精度提升比例與季節變化、太陽活動變化並無明顯關聯。

造成以上成果之原因如下：

1. 各方向( $\Delta N$ 、 $\Delta E$ 、 $\Delta U$ )定位誤差之差值之所以會與太陽活動、季節之間、測站位置間關係不明顯的原因在於，二次差分觀測值中的 $I_H$ 數值大致呈現正負值對稱，隨著觀測時間增加 $I_H$ 也會逐漸被抵銷，造成許多電離層的特性消失。
2. 關於各方向( $\Delta N$ 、 $\Delta E$ 、 $\Delta U$ )定位誤差之差值呈現 $\Delta N$  值較大， $\Delta E$ 、 $\Delta U$  較小的原因在於，南北向的 VTEC 變化較為劇

烈，東西向的 VTEC 變化較為平緩，這導致 $\Delta N$  值普遍大於 $\Delta E$  值。

3. 關於定位精度提升比例呈現 $\Delta E$  提升效果最佳，大於 $\Delta N$ 、 $\Delta U$  的提升效果，推測其原因與第二點相同，因東西向 VTEC 變動較為平緩，故較容易估計 $I_H$ 的改正量，而因南北向 VTEC 變動劇烈 $I_H$ 較無法正確被精確的估計，導致東西方向改正效果最佳，大於南北向、高程方向。

關於改正 $I_H$ 後不一定能讓定位精度提升的原因，根據彭得熙在 2008 年的研究顯示，利用 IGS 電離層模型與台灣區域性電離層模型所估計的 TEC 含量差值於各時段之 RMS 值為 3~8TECU，且使用台灣區域性電離層模型定位精度較 IGS 模型高[17]，由此可知 IGS 模型所推估之 $I_H$ 準確度與實際 $I_H$ 仍有所落差，這也導致在改正 $I_H$ 後，定位精度提升比例約在 20%~80%之間。

## 五、結論

利用 2009 年到 2015 年台灣地區 5 個衛星追蹤站的 GPS 資料作測試，探討相關議題如：(1)求電離層高階項誤差( $I_H$ )的二次差分值( $\Delta I_H$ )，並探討 $\Delta I_H$ 與不同基線長度等的關係；(2)分別對改正 $I_H$ 前、後之 GPS 觀測檔案進行基線解算，研究 $I_H$ 對基線向量及定位精度提升的影響。

根據實驗結果歸納如下：

- (1) 在 $\Delta I_H$ 與不同基線長度等的關係方面：
  - (a)  $\Delta I_H$  值的大小與基線長度成正比。
  - (b) 按照四季的 $\Delta I_H$ 值大小排列，由大到小，依序分別為春季、秋季、冬季及夏季。
  - (c)  $\Delta I_H$  值與太陽周期有關，太陽黑子高峰期(2014 年)的 $\Delta I_H$ 會大於太陽黑子低峰期(2010 年)的 $\Delta I_H$ 。以

$\Delta \nabla I_2$  的值為例，2010 年在 -4.93mm~5.12mm 之間，2014 年則在 -9.97mm~9.70mm 之間。

- (2) 在  $I_H$  對基線向量的影響方面:
  - (a) 若不改正  $I_H$ ，則會對 GPS 基線產生誤差向量  $\delta \gamma$ 。
  - (b)  $\delta \gamma$  值的大小與基線長度成正比，並且與太陽周期有關。
  - (c)  $\delta \gamma$  值的大小與季節有關，如果按照向量誤差  $\delta \gamma$  值大小排列，對應的季節依序為春天、秋天、夏天及冬天。
  - (d)  $\delta \gamma$  值的大小與觀測時間長短有關，如以長基線為例，觀測時間為 24、6 及 1 小時所對應的  $\delta \gamma$  值，分別為 3.20mm、6.26mm 及 12.47mm。
- (3) 在定位精度提升之比例方面:
  - (a) 所有成果在各方向( $\Delta N$ 、 $\Delta E$ 、 $\Delta U$ )的定位精度提升比例大約介於 20%~80%之間，且大多可以提升 50% 以上。
  - (b) 除了 24 小時解的成果，其餘成果在各方向( $\Delta N$ 、 $\Delta E$ 、 $\Delta U$ )的定位精度提升比例大致呈現  $\Delta E$  提升比例最佳，大於  $\Delta N$ 、 $\Delta U$  的提升比例。
  - (c) 所有成果在各方向( $\Delta N$ 、 $\Delta E$ 、 $\Delta U$ )的定位精度提升比例與季節變化、太陽活動變化並無明顯關聯。
- (4) 建議  
 $\Delta \nabla I_H$  的大小可達 cm 等級，而經過基線向量解算之後， $I_H$  的影響雖然不大但仍仍有 mm 等級的誤差影響量，且根據定位精度提升比例可知，改正  $I_H$  可以提升定位精度。因此，本研究建議在高精度的 GPS 應用，例如國家坐標系維護、變形監測、衛星定軌等應用，應考慮第二、三階等高階項誤差之改正。

## 參考文獻

- [1] Klobuchar, J., "Ionospheric effects on GPS," Global Positioning System: Theory and applications, 1: 485-515, 1996.
- [2] Marques, H., Monico, J., and Aquino M., "RINEX\_HO: second- and third-order ionospheric corrections for RINEX observation files," GPS solutions, 15(3), pp. 305-314, 2011.
- [3] 朱春春、李征航、屈小川、申小平，"高階電離層延遲對 GPS 二次差分觀測值和基線向量的影響"，大地測量與地球動力學，35(1): 第 81-86 頁，2015。
- [4] 洪婉綺，消除電離層高階項誤差以提升 GPS 精密單點定位精度之研究，國立政治大學地政學系碩士論文，台北市，2016。
- [5] Brunner, F. K., and Gu, M., "An improved model for the dual frequency ionospheric correction of GPS observations," Manuscripta geodetica, 16(3), pp. 205-214, 1991.
- [6] Bassiri, S., and Hajj, G. A., "Higher-order ionospheric effects on the global positioning system observables and means of modeling them," Manuscripta geodetica, 18, pp. 280-289, 1993.
- [7] Hoque, M. M., and Jakowski, N., "Estimate of higher order ionospheric errors in GNSS positioning," Radio Science, 43(5), RS5008, 2008.
- [8] Odijk, D., Fast precise GPS positioning in the presence of ionospheric delays, Doctoral dissertation, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Delft University of Technology, Delft, 2002.
- [9] Petrie, E. J., Hernández-Pajares, M., Spalla, P., Moore, P., and King, M. A., "A review of higher order ionospheric refraction effects on dual frequency GPS," Surveys in Geophysics, 32(3), pp.197-253, 2011.
- [10] Deng, L., Jiang, W., Li, Z., Chen, H., Wang, K., and Ma, Y., "Assessment of second-and

- third-order ionospheric effects on regional networks: case study in China with longer CMONOC GPS coordinate time series,” *Journal of Geodesy*, 91(2), pp. 207-227, 2017.
- [11] Dach, R., Lutz, S., Walser, P., and Fridez, P., Bernese GNSS software version 5.2, 2015.
- [12] Hernandez-Pajares, M., Juan, J. M., Sanz, J., and Orús, R, “Second-order ionospheric term in GPS: Implementation and impact on geodetic estimates,” *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 112(B8), 2007.
- [13] Hadas, T., Krypiak – Gregorczyk, A., Hernández – Pajares, M., Kaplon, J., Paziewski, J., Wielgosz, P., and Sierny, J., “Impact and implementation of higher-order ionospheric effects on precise GNSS applications,” *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2017.
- [14] 林老生、洪婉綺，“電離層高階項誤差對 GPS 精密單點定位精度之影響”，*台灣土地研究*，20(2)：第 1-20 頁，2017。
- [15] 嚴翊豪，電離層高階項誤差對 GPS 相對定位精度之影響，國立政治大學地政學系碩士論文，台北市，2018。
- [16] Balan, N., Otsuka, Y., Bailey, G. J., and Fukao, S., “Equinoctial asymmetries in the ionosphere and thermosphere observed by the MU radar,” *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 103(A5), 9481-9495, 1998.
- [17] 彭德熙，2008，台灣區域性電離層模型之估計：應用於單頻精密單點定位。成功大學測量及空間資訊學系學位論文，1-68。

林老生等

電離層高階項誤差對 GPS 相對定位精度之影響