

## 地球科氏力之初步研究

### The preliminary study of the Coriolis force

葉南慶<sup>1</sup> 黃紹鈞<sup>2</sup> 蘇奕勳<sup>2</sup> 李文彥<sup>2</sup> 賴彥介<sup>2</sup>

Nan-Ching Yeh, Shau-Jiun Huang, Yi-Hsun Su, Wen-Yen Li, and Yan-Jie Lai

<sup>1</sup> 空軍航空技術學院軍事氣象系

<sup>2</sup> 空軍航空技術學院飛機工程系

<sup>1</sup>Department of Military Meteorology, Air Force Institute of Technology

<sup>2</sup>Department of Aircraft Engineering, Air Force Institute of Technology

#### 摘 要

隨著技術的進步，現代的科學不斷地在追求時空壓縮，而長距離的移動將會成為主流。因此當物體在大尺度的移動下所造成的位移偏差，可能會造成距離的誤差，進而產生誤判。藉由牛頓第二運動定律與慣性運動定律所算出的科氏力可以預知此偏移，並進而減少誤判。

本研究設計出簡易科氏力測量實驗，讓此不易察覺的力可透過實驗具體表現出來。實驗中設計一個簡易的圓盤，探討圓盤的角速度、質點的速度與質點的偏移量之間的關係。固定所有可改變的因素，僅改變一項因素來作探討比較，結果發現任兩項變數(角速度、質點初速度、距離)之間的結果會呈現比例的關係。同樣地，利用本研究的結果可以探討在地球自轉時，質點的運動現象，像是颱風動向在不同緯度移動的位移、行星風帶、厄克曼螺旋、洲際飛彈等，都可以算出各質點的預測行進途徑。

**關鍵字：**牛頓第二運動定律、慣性運動定律、厄克曼螺旋

#### Abstract

With the advancement of technology, modern science is constantly in pursuit of temporal and spatial compression, and long distance movement will become main stream. So when objects move in large scale caused by the displacement of the deviation may result from errors and miscalculations. Through Newton's second law of motion and inertia law of motion Coriolis force can be calculated to reduce misjudgment.

This study design an easy experiment, enabling this subtle force to be demonstrated by experiment. A simple disc was designed in this experiment, explore the disc angular velocity, the velocity of the particle and the relationship between the offset of the particle. Fix all the factors that could alter and change only one factor to be explored, by repeating this method the data average compared with other factors that can be changed. Two factors can be changed either result will show proportional relationships. Similarly, using the results of this study to explore the phenomenon of particle motion in the Earth's rotation, like typhoons tracks at different latitudes of

the displacement, the planetary wind spiral, intercontinental missiles, Kerman ... and so on. All of them can be utilized to predicted the route of particle.

## 壹. 前言

地球不斷自轉，故地球為非慣性系統，而地球上的信風、季風等氣流大尺度的流動，進而間接造成世界各地不同的氣候。然而我們身處其中，卻常不自覺有科氏力存在，但此力卻深深影響著我們的生活，除了上述大尺度氣流外，還有颱風的動向、海洋流向甚至宇宙間星體的運作都存在著科氏力。本研究探討科氏力影響因子，藉由改變地球自轉轉速及質點初速度來探討科氏力的影響程度，並設計出一套探討科氏力的實驗。

如果在地球北極射出一飛彈往正南方，則以在地球上的人的角度來說，其為直線運動。但是如果以地球外太空人的角度來說，飛彈的路徑卻會往西偏。以上說明了有某個力量致使其路徑往西偏，而這個力量就如同離心力，是個假想力；因此科學家就稱這個由科里奧利發現的假想力為「科氏力」。

利用上述例子，我們可以利用數學上極限的概念，把三維的「以地球北極為中心的附近區域」簡化成二維的「以圓盤圓心為中心的附近區域」進行實驗與討論，並藉由此實驗所測得的相關數據來探討影響科氏力的因子。以逆時針旋轉的轉盤當作北半球，而實驗球則為在模擬地球旋轉的轉盤上作直線運動的質點，所得到的相關數據經過一連串的運算後來證明科氏力的存在，且符合本文 2-2 節所推導之式子：

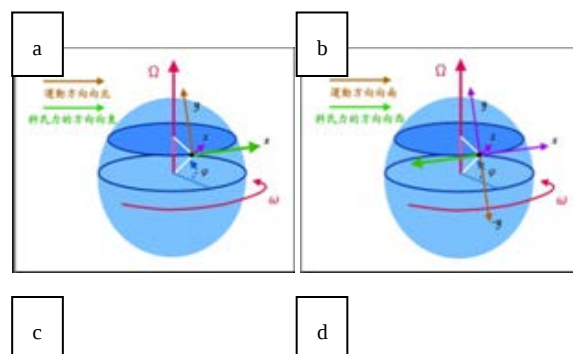
$$F_c = -2 m v \omega \sin \theta$$

## 貳. 理論基礎

### 2-1 理論敘述

地面上的物體隨地球旋轉，如物體相對於地面能保持靜止不動，則表示物體之切線速度係與地表一致。地球自西向東旋轉，而地表的切線速度由赤道向南、北極，隨緯度而遞減。故物體在北半球向北運動時，其原有的切線速度大於新抵地點的切線速度，則此物體將向東偏，如圖 1-a；而在南半球的物體向南運動時，亦會向東偏。反之，在北半球的物體向南運動時，或在南半球的物體向北運動時，則將向西偏，如圖 1-b。物體在北半球向東運動時，將會向南偏，如圖 1-c；而在南半球的物體向東運動時，則會向北偏。反之，在北半球的物體向西運動時，則會向北偏，如圖 1-d；在南半球的物體向西運動時，則會向南偏。

因此在北半球，氣流自四周高氣壓區域向低氣壓中心移動時，皆向其右方偏向，整個氣旋為逆時針向內移動；反之，在南半球高壓向低壓移動的氣流則為順時針向內運動。簡單來說，在北半球運動的物體會向運動方向的右邊偏轉，反之，在南半球運動的物體則會向運動方向的左邊偏轉。



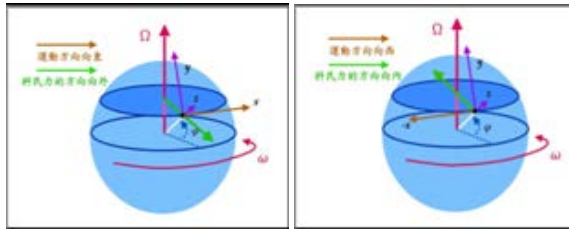


圖 1 科氏力作用於三維空間

因為地球為三維空間球體。為了簡化問題，本研究忽略緯度的因素，即將三維的球體簡化為討論二維的平面，如圖 2 所示，在逆時針轉動的二維平面上，將質點從 A 點拋向 B 點，質點一開始除有圖中向右方向的速度  $v$  以外，還有受到旋轉盤給的向北的速度  $V_A$ ，而此時轉盤在 B 點的速度為  $V_B$ 。由於  $r_B > r_A$ ，因此  $V_B > V_A$ ，也就是當球從 A 到 B 的時候，球往北的速度會低於 B 點往北的速度，因此當球到達圓盤外緣時，球會落在 B 點之後，將得到的結果再加上緯度的因素即為地球在不同緯度所受到的科氏力。

我們將圓盤的圓周視為赤道，如果圓盤順時針旋轉，圓心則為地球南極，反之，圓盤逆時針旋轉，圓心則為地球北極，換句話說，圓心即為極區。

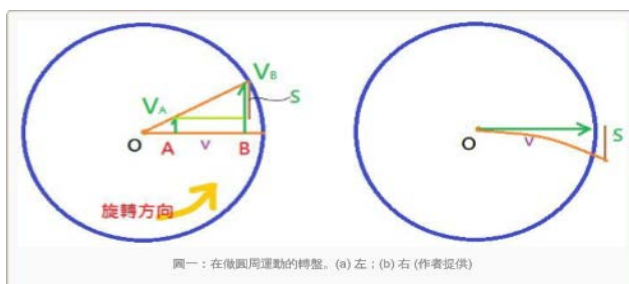


圖 2 科氏力作用於二維空間(來源:科技部高瞻自然科學教學平台黃一玄教授著)

## 2-2 科氏力公式推導

如果有個物體在地球北極附近作直線運動，運動速率為  $v$ ，物體移動時間為  $t$ ，地球的自轉

角速度為  $\omega$ ，則以下式子代表該物體的運動情形：

$$(1) \text{物體直線移動的距離: } vt \dots\dots\dots \langle 1 \rangle$$

$$(2) \text{物體在由北極上空觀察到的移動角度: } \omega t \dots\dots\dots \langle 2 \rangle$$

綜合以上兩式子，得到該物體移動的弧長  $S$

$$\rightarrow \text{弧長} = \text{移動角度} \times \text{直線移動距離}$$

$$\rightarrow S = \omega t \times vt = \omega vt^2 \dots\dots\dots \langle 3 \rangle$$

依照受力的直線運動公式得出：

$$S = V_0 t + \frac{1}{2} at^2 \dots\dots\dots \langle 4 \rangle$$

其中  $V_0$  為初速，因為橫向初速度為零，得：

$$\rightarrow S = \frac{1}{2} at^2 \dots\dots\dots \langle 5 \rangle$$

因此，兩式相等，並表示如下：

$$\rightarrow \omega vt^2 = \frac{1}{2} at^2 \dots\dots\dots \langle 6 \rangle$$

$$\rightarrow a = 2 v \omega \dots\dots\dots \langle 7 \rangle$$

物體在北極上空所觀察的受力可表示為：

$$f = ma = 2 mv \omega \dots\dots\dots \langle 8 \rangle$$

因為科氏力是相對地球自轉的運動而假想出來的力，當另一物體由北極點以  $v$  的等速拋出時，由北極上空觀察該物體受到相反方向但相同大小的科氏力：

$$F_{\text{coriolis}} = -ma = -2 mv \omega \dots\dots\dots \langle 9 \rangle$$

不同緯度，科氏力的影響不同。在地球的兩極最強，赤道最弱，而於不同緯度  $\varphi$  的科氏力如下：

$$\begin{aligned} F(\theta)_{\text{coriolis}} &= f \sin \theta \\ &= -2 mv \omega \sin \theta \dots\dots\dots \langle 10 \rangle \end{aligned}$$

### 2-3 球體運動定律

假設斜板長度為 $L$ ，斜板與水平面夾角為 $\theta$ ，鋼球質量為 $m$ ，半徑為 $r$ ，鋼球落於圓盤前的最大初始速度為 $v$ ，鋼球的轉動慣量為 $I$ ，鋼球落於圓盤前的最大初始滾動角速度為 $\omega$ ，球體的轉動慣量 $I$ 為 $\frac{2}{5}mr^2$ ，示意圖如圖 3，則依能量守恆定律，可知：重力位能變化=質心平移動能+轉動動能

$$mgL \sin \theta = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$= \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{2}{5} mr^2 \right) \left( \frac{v}{r} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{5} mv^2$$

$$mgL \sin \theta = \frac{7}{10} mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{10}{7} gL \sin \theta}$$

因為斜板與水平面夾角為 $\theta$ ，所以鋼球落於圓盤的初始速度為

$$v \cos \theta = \sqrt{\frac{10}{7} gL \sin \theta} \times \cos \theta$$

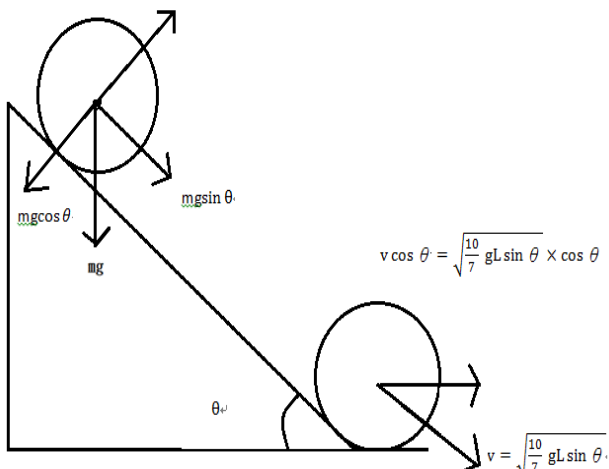


圖 3 球體滾動定律

### 參. 研究方法與步驟

首先利用瓦楞板切出半徑為 0.5 公尺的圓盤，藉由馬達帶動來模擬地球之角速度，再製作斜度為 15 度的直角三角形，藉以產生不同之水平初速度，最後將球從直角三角形上滾入不同角速度的圓盤來探討不同角速度與初速度對科氏力的影響。

此外，我們以大量的測量次數來得到更精準的實驗結果，如圖 5，就是在初速度固定，不同轉速的情況下所測得之球的偏移量折線圖。

詳細步驟如下：

- (1) 先將滾輪組，固定於木板上的直流電馬達底座。
- (2) 將若干馬達墊片接上馬達主軸上，使圓盤高度剛好吻合滾珠軸承，再鎖上螺帽後使馬達與圓盤轉動同步。
- (3) 使用電源供應器，提供馬達不同電壓，造成轉盤不同轉速。
- (4) 藉由鋼珠的路徑求出角速度與初速度對科氏力影響值。

實驗設備完成圖如圖 4 所示。



圖 4 實驗設備完成品

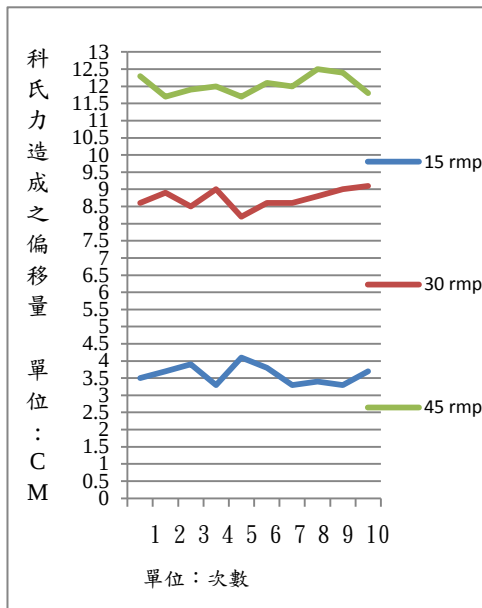


圖 5 各轉速之偏移量比較折線圖

#### 肆. 結果分析與討論

此實驗是在固定的質量球在相同初速下，進行不同轉速及不同初速度的實驗，研究發現轉速愈快，其偏移量就愈大；初速度愈大，偏移量愈小。

實驗環境是將實驗球的質量固定，實驗分兩種，實驗一為將球的初速度固定，變數則為圓盤轉速，轉速分別為 15、30、45rpm，量測結果如表 1；實驗二為將圓盤轉速固定，變數則為球之初速度，初速度分別為 0.822m/s、1.163m/s、1.424m/s，量測結果如表 2。

由於球滾動的摩擦力、轉盤的震動等都會讓實驗數據產生誤差，在假設每次實驗所產生的誤差相同的前提下，本研究使用比值的方式來呈現實驗數據，藉由數據相除將誤差消除，以減低各種因素產生的誤差影響到數據品質。

由表 1 可發現以兩者間相互比較的方式探討實驗數據，發現各偏移量之比值會近似於各轉速之比值，數據結果如下：

| 表 1 初速為 1.1634 m/s 不同轉速之比較 |                       |                       |                       |
|----------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 轉速<br>次數                   | $\omega_1$ :<br>15rpm | $\omega_2$ :<br>30rpm | $\omega_3$ :<br>45rpm |
| 第 1 次                      | 3.5cm                 | 8.6cm                 | 12.3cm                |
| 第 2 次                      | 3.7cm                 | 8.9cm                 | 11.7cm                |
| 第 3 次                      | 3.9cm                 | 8.5cm                 | 11.9cm                |
| 第 4 次                      | 3.3cm                 | 9cm                   | 12cm                  |
| 第 5 次                      | 4.1cm                 | 8.2cm                 | 11.7cm                |
| 第 6 次                      | 3.8cm                 | 8.6cm                 | 12.1cm                |
| 第 7 次                      | 3.3cm                 | 8.6cm                 | 12cm                  |
| 第 8 次                      | 3.4cm                 | 8.8cm                 | 12.5cm                |
| 第 9 次                      | 3.3cm                 | 9cm                   | 12.4cm                |
| 第 10 次                     | 3.7cm                 | 9.1cm                 | 11.8cm                |
| 去掉極值的<br>偏移量<br>平均值        | S1 :<br>3.6cm         | S2 :<br>8.7cm         | S3 :<br>12.04cm       |

$$\frac{S_2}{S_1} = 2.41 \approx \frac{\omega_2}{\omega_1} = 2$$

$$\frac{S_3}{S_1} = 3.34 \approx \frac{\omega_3}{\omega_1} = 3$$

$$\frac{S_3}{S_2} = 1.38 \approx \frac{\omega_3}{\omega_2} = 1.5$$

由表 1 的數據可以發現，球受到科氏力所造成的偏移量與轉速成正比，此結果與 2-2 節的理論相符。

實驗二的數據如表 2 所示，由表 2 可以發現在轉速固定下，以初速度為變數來探討，結果發現無法如同表 1 一樣與偏移量成正比，數據結果如下：

$$\frac{V_3}{V_2} = 1.224 \neq \frac{X_3}{X_2} = 0.833$$

$$\frac{V_3}{V_1} = 1.732 \neq \frac{X_3}{X_1} = 0.584$$

$$\frac{V_2}{V_1} = 1.414 \neq \frac{X_2}{X_1} = 0.701$$

理論應該初速度也應該與表 1(角速度)的數據一樣成正比，但卻不是如此，其主要原因是因為當球的初速度改變時，球由圓盤的圓周(赤道)移動至圓心(極區)的時間也會跟著改變。也就是說，本研究無法單獨僅考慮  $v$  的變數， $v$  與  $t$  的相關的，加上此研究轉盤半徑僅 0.5 公尺，移動時間  $t$  較小的情況下，量測上更難，也就更容易產生誤差。

表 2 轉速為 30rpm 不同初速之比較

| 初速<br>次數                | $V_1$ :           | $V_2$ :          | $V_3$ :           |
|-------------------------|-------------------|------------------|-------------------|
|                         | 0.822m/s          | 1.163m/s         | 1.424m/s          |
| 第 1 次                   | 12.8cm            | 8.6cm            | 7.7cm             |
| 第 2 次                   | 12.9cm            | 8.9cm            | 7.6cm             |
| 第 3 次                   | 12.5cm            | 8.5cm            | 7cm               |
| 第 4 次                   | 12.4cm            | 9cm              | 7.6cm             |
| 第 5 次                   | 11.9cm            | 8.2cm            | 7.2cm             |
| 第 6 次                   | 12.1cm            | 8.6cm            | 6.9cm             |
| 第 7 次                   | 12.3cm            | 8.6cm            | 6.8cm             |
| 第 8 次                   | 12.5cm            | 8.8cm            | 7.1cm             |
| 第 9 次                   | 12.9cm            | 9cm              | 7.2cm             |
| 第 10 次                  | 12cm              | 9.1cm            | 7.4cm             |
| 去掉極<br>值的偏<br>移量平<br>均值 | $X_1$ :<br>12.4cm | $X_2$ :<br>8.7cm | $X_3$ :<br>7.25cm |

## 伍. 結論

從公式的推導得知質量並不影響實驗數據，故本研究僅針對角速度與水平初速度作為變數，探討角速度與水平初速度對科氏力之影響，而不將質量列入考量變數。

本研究設計的實驗無法單獨討論一個變數

$v$ ，也就是單獨初速度對科氏力的影響。研究發現圓盤轉動愈快，科氏力的效果就愈大，為減低轉盤震動、球滾動摩擦力等所產生的誤差，本研究採用比值的方法藉以將誤差值抵消，所得出不同轉速與偏移量的比值關係。

另外，藉由實驗所得之初速度、角速度和時間的關係得知，時間隨初速度改變，因此初速度與偏移量的比值關係並不會呈現正比，而固定初速度情況下，角速度將會與偏移量成正比，此結果與理論相符合。

## References

1. 胡育秀，直線與圓周運動概念發展的相關性研究，國立台灣師大物理研究所碩士論文，第二章(2003)。
2. 王昭富，位移組合與相對運動概念發展的關係，國立台灣師大物理研究所碩士論文，第 4-18 頁(2003)。
3. 李清勝，颱風之生成和發展，大氣科學，第 237-252 頁(1988)。
4. 黃麗蓉，李清勝，信風爆發對熱帶氣旋形成之影響，國立台灣大學大氣科學研究所碩士論文，第 105 頁(2001)。
5. 龍騰文化，大氣的運動，龍騰文化出版，簡報教學檔，第 11-33 頁。
6. 黃易瓏，強化水盆排水漩渦中科氏力的實驗，碩士學位論文，第 1-60 頁。
7. 陳義裕，物理雙月刊二十卷六期，牛通的博士班入學口試題目，第 681-683 頁(1998)。
8. 鍾霸詠，地球自轉變化現象探討，碩士論文，第 30-40 頁(2010)。
9. 黃俊皓，移動中轉動目標之角速度估測與狀態追蹤，碩士論文，第 20-35 頁(2009)。
10. 陳哲葦，移動具乾摩擦力微小物件之系統鑑定與控制，碩士論文，第 20-25 頁(2014)。