

高強度橫向激擾混合層流統計特性模擬與探討

An Investigation on Statistical properties of Mixing Layer under Highly Transverse Excitation

許掙強

Cheng-Chiang Hsu

國立空軍航空技術學院飛機工程系

Department of Aircraft Engineering, Air Force Institute of Technology, Taiwan

摘要

點渦流模式被採用來探討高強度橫向激擾下混合層流的流向發展，由模擬結果發現高強度橫向激擾作用下混合層流之動量厚度，流向上呈現非線性演進，與無激擾作用混合層流往下游方向動量厚度呈線性增長的趨勢有很大的不同。激擾作用下混合層流動量厚度往下游的發展，首先呈線性成長，接著成長速率變慢且停滯，並轉變為負的動量厚度成長速率，最後又轉為正線性流向成長形態，只是成長速率較初始時之線性段小。對比截面紊流成長率之演變，可將激擾混合層流的流向發展分為三個區域，此三個區域依序出現正紊流成長區、負成長區，最後又變為正成長區。分別從三個區域取出流向代表位置，對平均流向速度、流向擾動速度均方根值、橫向擾動速度均方根值及紊流生成項橫向分佈做一檢視。並探討流向擾動速度頻譜、倒頻譜及雙頻譜在此三個區域的差異。

關鍵詞：點渦流模式、高強度橫向激擾、混合層流、負紊流能量生成、頻譜分析。

ABSTRACT

A point vortex model is built to simulate the spatial evolution of mixing layer under highly transverse excitation. The spatial developments of the highly excited mixing layer could be divided into three regions along the streamwise direction. In the first place, momentum thickness grows linearly initially and becomes saturated, accompanying with positive turbulent production ; secondly, momentum thickness reduces, with negative turbulent production; finally, momentum thickness grows up with constant spatial growth rate again, which is smaller than that in the initial, and the turbulent production in this area is positive. Statistical properties including mean velocities, root mean square of streamwise and transverse fluctuation velocities and turbulent production are carefully studied. Spectral techniques such as energy spectrum, cepstrum and third-order spectrum are adopted to analyze the dominate frequency evolution and the interactions among different frequencies.

Keywords: Point Vortex Model, Highly Transverse Excitation, Mixing Layer, Negative Turbulent Production, Spectral analyses

一、前言

紊流在日常生活中是無所不在的，是維繫地球生命所必需的，也是物理研究迄今無法解決的難題之一。基於研究方便性與應用的特質，人們依壁面是否存在，將紊流研究分為壁面剪切流與自由剪切流等兩類[1-2]。由於流場中紊流動能的產生與維持，有賴於流場剪切率的存在，因此紊流相關研究中，剪切效應對紊流的影響，一直就是學者投入研究的熱點。

自由剪切流依自然界的存在與應用屬性，包含下面幾個大類：混合層流、噴流與尾流等。其中以混合層流幾何上最為單純，但在應用上卻是最為廣泛，甚至可視為自由剪切流研究的基礎，例如：在噴流與尾流發生的初始處，可將其視為混合層流；噴流與尾流可視為混合層流間的交互作用；邊界層分離的初始處可視為混合層流，而分離後的渦結構與固體邊界的交互作用，則可視為混合層流與壁面的交互作用。因此研究成果可應用於邊界層分離的初始處、噴流出口處及燃燒室空氣進口處。關於混合層流紊流特性發展的研究，已有眾多成果[3-5]。

剪切流的發展是極容易受到外界的影響，在檢視流場受外在干擾的影響時，往往施與流場一個脈衝激擾，接著再來檢視響應的發展。依施加脈衝擾動產生的響應特性，及干擾的成長與否，可檢視流場對干擾的穩定性。當干擾隨時間成長，即不穩定狀態發生時，依擾動隨時空發展的不同，又可將其分為絕對不穩定與對流不穩定兩類。混合層流擾動發展機制為典型的對流不穩定，擾動被流體對流作用帶往下游，原處隨著擾動被移開逐漸恢復平靜，而擾動隨著往下游移去，強度與影響範圍逐漸增大[6-7]。由於混合層流發展的初始處對外在擾動極為敏感，因此有眾多關於外在擾動對混合

層流發展影響的研究[8-9]，其研究成果對邊界層分離的控制、油氣混合效率的提升與噴射發動機噪音的抑制有莫大的助益。

Wynanski以振動片在初始位置施與周期性橫向擾動，發現當激擾振幅大至某一個程度，往下游的流向發展，會出現一段橫向寬度成長變為負值的區域，且此區域紊流動能成長率為負值，並會產生負值的紊流黏度(negative turbulent viscosity)[10-11]。這表示此區域流體動能由紊流動能轉移至非紊流動能。這是少數經由實驗手段產出的負紊流能量產生的流場，因此值得深入研究。

在紊流的研究上要想提升研究的質量，數據產生的方法與分析方法均扮演著極重要的角色。近年來由於電腦計算能力的大幅提升，很多的數據分析技術被應於紊流的相關研究，例如：小波法、經驗模態分解、正交分解、盲源信號分解等[12]。在眾多紊流數據的分析方法中，Fourier轉換相關的頻譜分析技巧一直都是研究者場採用的方式，在研究上除了傳統的能量頻譜被採用外，也越來越多學者採用倒頻譜(Cepstrum)分析及高階頻譜分析方式[13-15]。

直接模擬(DNS)[16]、大渦模擬法(LES)[17]及渦流法[18-19]三種數值模擬技術，經常被採用來研究混合層流的物理特性，且此三種數值模式均會產生時空上隨機的數據，這些隨機數據除了可用來研究紊流特性，更可用來發展紊流場數據分析技術。本文採用離散渦流計算模式，模擬高強度橫向激擾下混合層流流向發展，並對特徵流向位置進行統計分析與計算，計算的項目包含平均速度、流向擾動速度均方根值、橫向擾動速度均方根值與紊流能量生成項之橫向分布，及高速區的頻譜能量分析、倒頻譜

(cepstrum) 分析及三階頻譜分析 (third-order spectral analysis)。

二、數值模擬方式

2.1 混合層流渦流模式

在實驗上混合層流的形成，是以薄板將速度不同的兩股流體分隔於上游，最後這兩股速度不同的流體於平板末端會合，在平板末端形成具高速度梯度的剪切流。此處定為混合層流發展的初始位置取為原點，流向為x方向，橫向為y方向。

數值上取渦量 $\gamma = U_1 - U_2$ 之渦流片代表上游之分隔薄板。另外，每隔時間 Δt ，於渦流片右端釋放出一個強度 $\Gamma = \Delta t U_c \gamma$ 的渦流粒子，用來表示由分隔板尾端所釋放出含渦量的粒子。 U_1 、 U_2 分別為薄板上方與下方流體的速度，流場流線方程為

$$\phi(x, y) = U_c y - \int_{x_{up}}^0 \frac{\gamma}{2\pi} \ln[(x - \xi)^2 + y^2] d\xi - \sum_i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2] \quad (1)$$

(x_i, y_i) 為自由渦流的位置， x_{up} 表上游渦流片的起始位置，對流速度 $U_c = (U_1 + U_2)/2$ ，渦流軌跡以Euler積分方式求得。在下游邊界上，採取當自由渦移至 x_{down} 便讓它消失的方式處理。

橫向激擾的施加，則於每一計算時間t，給予原點釋放出之點渦流給橫向週期位移

$$y(t) = A \sin(2\pi f_p t); A=0.48, f_p = 0.18(2)$$

圖1為本渦流模式示意圖，數值參數見表1。

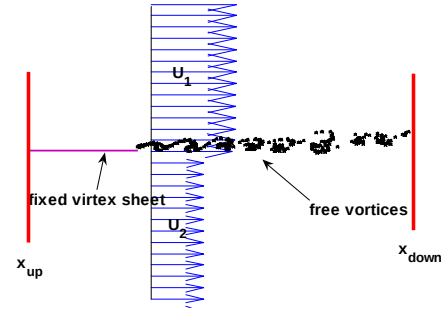


圖1: 渦流模型示意圖 [20]。

表1: 數值參數表

U_1	U_2	Δt	x_{up}	x_{down}
4	2.4	0.1	-200	400

2.2 頻譜簡介

本文會用到頻譜能量、倒頻譜與三階頻譜，茲分別作一簡介：

(a) 頻譜能量(power spectrum)

定義為：

$$E(f) = X(f)X^*(f) \quad (3)$$

其中 $X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i2\pi ft} dt$ ；* 代表共軛運

算； $E(f)\Delta f$ 可視為以頻率f為中心微小區間之能量。在計算上取200組數據，每組有1024點等時間間隔數據，進行快速Fourier轉換(FFT)，再取其平均為所得結果。當數據時間間隔為 Δt 時，頻譜解析度 $\Delta f = 1/\Delta t/1024$ ，最高解析頻率為 $f_{max} = 1/(2\Delta t)$ 。

(b) 倒頻譜(cepstrum)

定義為：

$$c(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log |X(f)| e^{i2\pi ft} dt \quad (4)$$

數值計算步驟為以FFT計算出 $X(f)$ ，接著取絕對值進行對數運算，最後取逆FFT運算，就會得到倒頻譜。

(c)三階頻譜(third-order spectral)

定義：

$$C_2 x(k) = E\{x^*(n)x(n+k)\} \quad (5)$$

$$C_3 x(k, l) = E\{x^*(n)x(n+k)x(n+l)\} - C_2 x(k)C_2 x(l-m) - C_2 x(l)C_2 x(k-m) \quad (6)$$

其中 $x(n)$ 表第 n 個數據， E 表期望值計算則三階頻譜為

$$S_{3x}(f_1, f_2) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} C_{3x}(k, l) e^{-i2\pi f_1 k} e^{-i2\pi f_2 l} \quad (7)$$

在數值上，首先對數據 $x(t)$ 執行FFT，則三階頻譜為

$$S_{3x}(m\Delta f, n\Delta f) = X(m\Delta f)X(n\Delta f)X^*((m+n)\Delta f) \quad (8)$$

其中 Δf 為FFT頻譜頻率的解析度。

三、結果與討論

3.1 高強度激擾下混合層流流現演進

圖 2 為激擾作用下瞬時煙線軌跡圖(上圖)及流向動量厚度演進圖(下圖)。由煙線軌跡圖可看出在初始位置受到橫向正弦波位移擾動的渦片，往下游方向逐漸捲起成渦結構，並且相互作用成長的過程。由圖中可看出渦結構往下游發展有逐漸變大的趨勢，且上游同一位置釋放出之煙線愈往下游發展，其橫向擴展逐漸變大，代表高速及低速區域參與混合的分子愈來愈多。

動量厚度隨空間發展的趨勢代表高、低動量分子混合趨勢的增長情形(見圖 2 之下圖)。動量厚度定義如下式：

$$\theta(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{u}(x, y) - U_2}{\Delta U} \left(\frac{U_1 - \bar{u}(x, y)}{\Delta U} \right) dy \quad (9)$$

其中 $\bar{u}(x, y)$ 為 (x, y) 處之流向時間平均速度。

由圖發現高強度橫向激擾作用下動量厚度流向變化，呈現三個階段：首先線性成長；接著成長速率逐步減為零並變為負成長速率；最後又變為線性成長，只不過成長速率較第一階段低。這一發展趨勢不同於無激擾作用混合層流單純在流向呈線性成長(見圖 2 之 natural 演進)。這顯示高強度橫向擾動，雖在初期提昇渦結構的發展速率，但在隨之而來的演化，卻也產生壓抑了紊流成長的機制，甚至造成負紊流黏度的出現，直到渦結構因交互作用產生的混沌作用發生，才又使紊流黏度轉為正值。因此，動量厚度在流向上會先增再減，最後又恢復線性增長的情形。

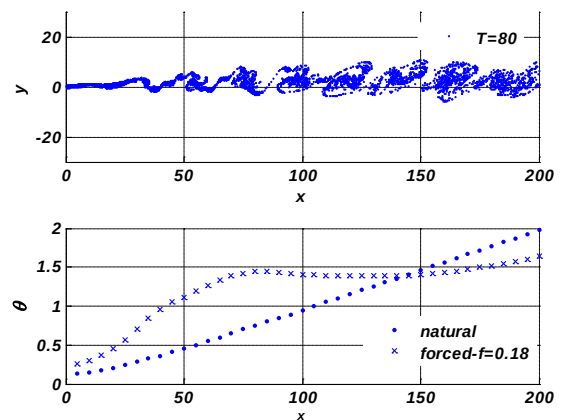


圖 2: 激擾作用下瞬時煙線軌跡圖及流向動量厚度演進圖。

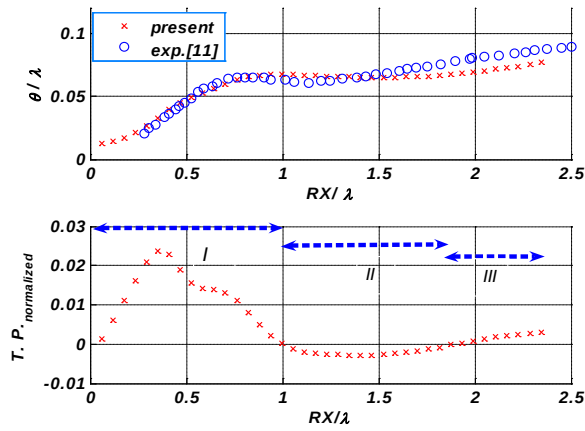


圖 3: 無因次流向動量厚度流向演進(上圖); 紊流動能增長項流向演進(下圖)。(實驗為文獻(12)之結果)

圖 3 為無因次高強度橫向擾動作用下，本模式計算之流向動量厚度演進與實驗結果之比較(實驗為文獻(12)之結果)，發現兩者極為接近，足證本計算模式在探討此問題的可靠性(見圖 3 上)。將相對應的截面紊流生成項積分值展現於圖 3 下，配合動量厚度流向發展特性圖 3 上，可將截面紊流生成項積分流向演化，分為三個階段，第一個階段動量厚度呈增長趨勢，相對之紊流生成項截面積分呈正值;第二個階段動量厚度呈下降趨勢，此區域紊流生成項截面積分為負值;第三個階段動量恢復呈線性成長趨勢，惟隨流向方向增加速率較初始上游處小，此時紊流生成項截面積分又轉為正值。截面紊流生成項積分定義如下：

$$T.P. = \int_{-\infty}^{\infty} (-\overline{u'v'}) \frac{dU}{dy} dy \quad (10)$$

其中， $-\overline{u'v'}$ 為雷諾應力 (Reynolds Stress)。

由以上討論可發現有高強度橫向激擾作用下的混合層流，依動量厚度與紊流生成項截面積分的流向發展，可分成之三個區段(見圖 3 下)，其紊流特性有明顯的差異。以下將從此三個區段分別選出一個流向位置，對其平均速度、流向擾動速度均方根值、橫向擾動速度均方根值及紊流生成項之橫向截面分佈進行檢測，並針對高速區速度為 $U_1 + 0.7\Delta U$ 處之流向擾動速度進行頻譜分析、倒頻譜分析及雙頻譜分析，探討各頻率之能量、高強度週期擾動間隔及各主導頻率的交互作用情形。文中將以 $y_{0.7}$ 表示截面上速度為 $U_1 + 0.7\Delta U$ 的橫向座標； $y_{0.5}$ 表示截面上速度為 $U_1 + 0.5\Delta U$ 的橫向座標。

3.2 分段統計特性探討

3.2.1 第一個區段統計特性

在第一階段(參考圖 3 下)，動量厚度往下游的發展首先呈線性成長，接著成長速率變慢並停滯，相對之紊流生成項截面積分呈正值，且先昇而後降至零。取 $x=50$ 為此區段的代表位置，進行統計量分析，統計量之取樣數為 40000。

圖 4a. b. c. d 分別為此處平均速度、流向擾動速度均方根值、橫向擾動速度均方根值及紊流生成項之橫向分佈圖。由圖可看出流向平均速度之橫向分佈呈現雙曲正切函數形態;流向擾動速度均方根值之橫向分佈呈現雙峯形態，在平均速度為 $U_1 + 0.5\Delta U$ 處，即

橫向座標 $y_{0.5}$ 的位置，流向擾動速度均方根值為區域極小；橫向擾動速度均方根值之橫向分佈則為單峰型態，且其區域極大值出現在 $y_{0.5}$ 處；紊流生成項則橫向分佈為單峰形態，區域最大值出現在 $y_{0.5}$ 處，另外在此位置橫向分佈之紊流生成項均為正值，這表示此流向位置在其橫截面的每一個位置紊流能量均朝成長方向演進，故其高、低動量分子的混合朝正面發展。

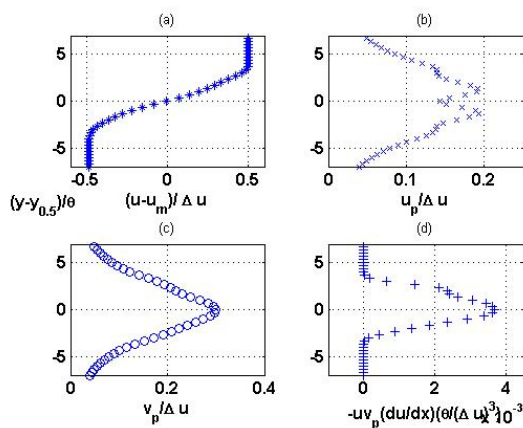


圖 4: 第一區段($x=50$)，(a)平均速度、(b)流向擾動速度均方根值、(c)橫向擾動速度均方根值及(d)紊流生成項之橫向分佈圖。

圖 5(a)和圖 5(b)分別為為低及高解析之頻譜能量分佈圖，數據取處的橫向座標為 $y_{0.7}$ 。圖 5(a)計算方式取 200 組數據，每組數據包含 1024 個樣本點，將每組數據進行 FFT 運算，再將 200 組數據 FFT 結果取平均，其頻率解析度為 $\Delta f = 10/1024\text{Hz}$ ，最大分辨頻率 $f_{\max} = 10\text{Hz}$ 。為檢視頻譜高頻部分再對數尺度下的表現，圖 5(a)取對數尺度進行檢視。發現在對數尺度下，高頻部份之斜率與 -3 極為接近，這顯示模擬所得之小尺度渦流結構，具二維紊流慣性子區渦結構的能量傳

遞特性，與三維紊流慣性子區對數尺度下具斜率 $-5/3$ 有所差異[2]。這差異主要原因在於本計算模式採用的是二維離散渦流模擬技術，因此顯現的特性本來就該是二維紊流特性。

圖 5(b)為計算方式取 200 組數據，每組數據包含 1024 個樣本點，將每組數據進行 FFT 運算，再將 200 組數據 FFT 結果取平均，其頻率解析度為 $\Delta f = 1.25/1024\text{Hz}$ ，最大分辨頻率 $f_{\max} = 1.25\text{Hz}$ ，所得之能量頻譜圖。此圖主要目的在於檢視大型渦結構作用下主導能量之頻率，因此檢視重點在低頻區段，此圖為自然尺度，由圖發現 $x=50$ ， $y_{0.7}$ 處流向擾動速度呈現之主導頻率為激擾頻率 ($f_p = 0.18$)、倍頻 ($2f_p$) 及其 1.5 倍頻率 ($1.5f_p$)，能量最高者為激擾頻率 f_p 。根據訊號非線性交互作用原則推論，1.5 倍頻率 ($1.5f_p$) 能量應為激擾頻率 (f_p) 與倍頻 ($2f_p$) 交互作用之產物。

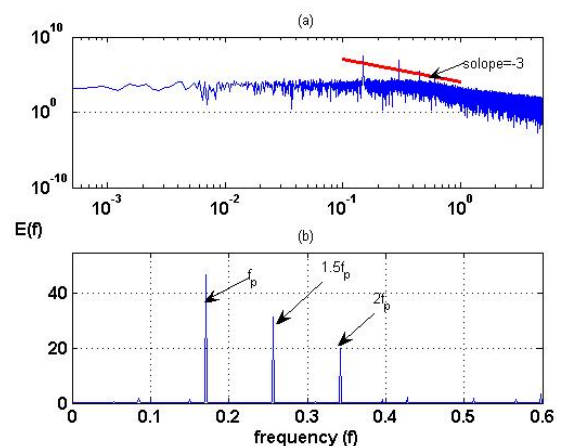


圖 5: $x=50$ ， $y_{0.7}$ 處頻譜能量分佈圖，(a) $\Delta f = 10/1024\text{Hz}$ ， $f_{\max} = 10\text{Hz}$ ；(b) $\Delta f = 1.25/1024\text{Hz}$ ， $f_{\max} = 1.25\text{Hz}$ 。

圖 6 為 $x=50$ ， $y_{0.7}$ 處流向擾動速度倒頻譜圖。Quefrequency 解析度為 0.8 秒。倒頻譜可用於分析訊號之週期特性。由圖 6 可觀察到高倒頻譜量值出現在 quefrequency $0.5/f_p$ 及 $1/f_p$ 的整數倍處，呼應頻譜能量分佈(見圖 5)之主導頻率為 f_p 及 $2f_p$ ，因此可斷定流向擾動訊號是以 $0.5/f_p$ 及 $1/f_p$ 的整數倍周期重複出現。

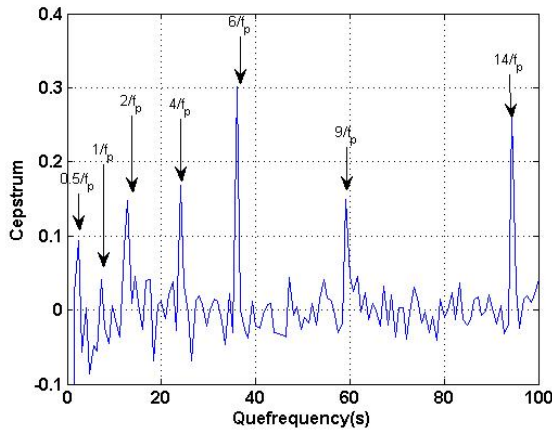


圖 6: $x=50$ ， $y_{0.7}$ 處倒頻譜圖。

圖 7 為 $x=50$ ， $y_{0.7}$ 處流向擾動速度三階頻譜。其頻率解析度為 $\Delta f = 10/1024\text{Hz}$ ，最大分辨頻率 $f_{\max} = 10\text{Hz}$ 。由圖可看出在非線性作用下，主導頻率 f_p 及 $2f_p$ ，衍生出之 $1.5f_p$ ； f_p 及 $1.5f_p$ ，衍生出之 $0.5f_p \dots$ 等。

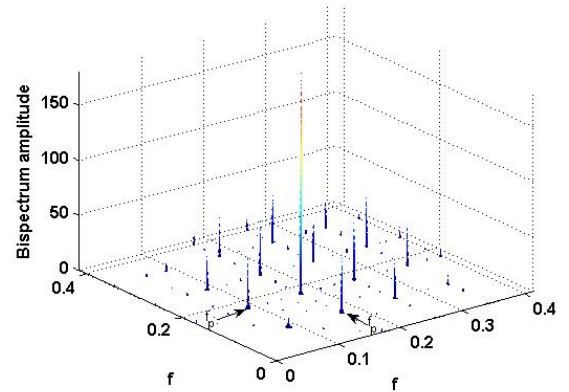


圖 7: $x=50$ ， $y_{0.7}$ 處三階頻譜圖。

3.2.2 第二個區段統計特性

在第二階段(參考圖 3 下)，動量厚度往下游的發展首先呈現緩步下降，接著下降速率變慢並停滯，相對之紊流生成項截面積分呈負值值，且先降而後升為零。取 $x=120$ 為此區段的代表位置，進行統計量分析。

圖 8a. b. c. d 分別為 $x=120$ 處之平均速度、流向擾動速度均方根值、橫向擾動速度均方根值及紊流生成項之截面分佈。圖中截面流向平均速度呈現雙曲正切函數形態分佈；流向擾動速度均方根值，在平均速度為 $U_1 + 0.5\Delta U$ 處，即橫向座標 $y_{0.5}$ 的位置為區域極小；橫向擾動速度均方根值為單峰型態，出現在 $y_{0.5}$ 處為區域極大值。以上平均速度、流向擾動速度均方根值及橫向擾動速度均方根值之截面分佈，與第一個區段無太大差異。不同的是， $x=120$ 處，紊流生成項雖然還是呈現單峰形態，但其值為負值， $y_{0.5}$ 處為區域負的最小值，這表示此流向位置在其橫截面的每一個位置紊流能量均朝成衰減方向演進，表示其紊流黏滯係數為負值，且作用最激烈處發生在中心 $y_{0.5}$ 處。

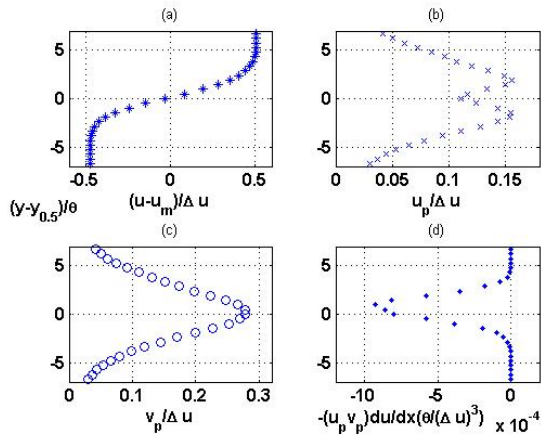


圖 8: 第二區段($x=120$)，(a)平均速度、(b)流向擾動速度均方根值、(c)橫向擾動速度均方根值及(d)紊流生成項之橫向分佈圖。

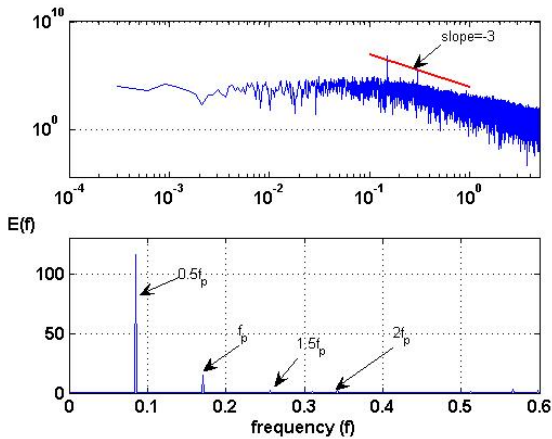


圖 9: $x=120$ ， $y_{0.7}$ 處頻譜能量分佈圖，(a) $\Delta f = 10/1024\text{Hz}$ ， $f_{\max} = 10\text{Hz}$ ；(b) $\Delta f = 1.25/1024\text{Hz}$ ， $f_{\max} = 1.25\text{Hz}$ 。

圖 9 為 $x=120$ ， $y_{0.7}$ 處之頻譜能量分佈圖。數值計算與取樣參數與圖 5 一致。圖 9(a)及圖 9(b) 其頻率解析度分別為 $\Delta f = 10/1024\text{Hz}$ 及 $\Delta f = 1.25/1024\text{Hz}$ ，最大分辨頻率分別為 $f_{\max} = 10\text{Hz}$ 及 $f_{\max} = 1.25\text{Hz}$ 。圖 9(a)以對數尺度進行檢視。高頻部份之斜率與-3 極為接近，因此模擬結果具二維紊流慣性子區渦結構的能量傳遞特性。由圖 9(b)發現 $x=120$ ， $y_{0.7}$ 處流向

擾動速度呈現之主導頻率為擾動頻率 (f_p)、半頻 ($0.5f_p$)、倍頻 ($2f_p$) 及其 1.5 倍頻率 ($1.5f_p$)，但能量最高者為半頻 ($0.5f_p$)。代表渦結構逐漸變大，1.5 倍頻率 ($1.5f_p$)、擾動頻率 (f_p) 與倍頻 ($2f_p$) 能量逐漸為半頻 ($0.5f_p$) 所吸收。

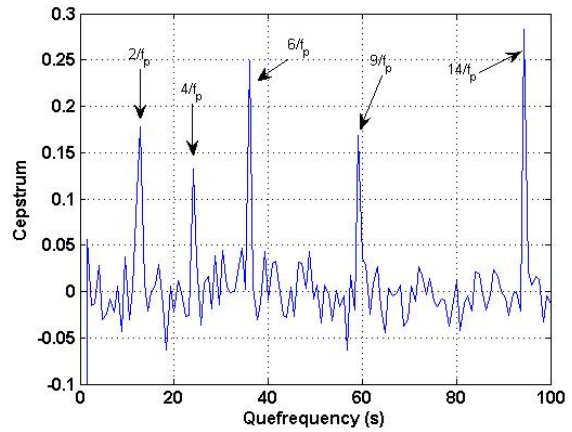


圖 10: $x=120$ ， $y_{0.7}$ 處倒頻譜圖。

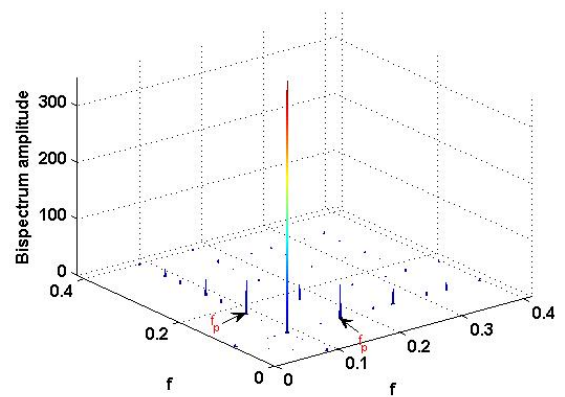


圖 11: $x=120$ ， $y_{0.7}$ 處三階頻譜圖。

圖 10 為 $x=120$ ， $y_{0.7}$ 處流向擾動速度倒頻譜圖。其 Quefrequency 解析度為 0.8 秒。倒頻譜可用於分析訊號之週期特性。由圖 10

可觀察到高倒頻譜量值大部分出現在 $2/f_p$ 的整數倍處，且在 $x=50$ 處 $1/f_p$ 的倒頻譜峰值消失了，這表示此位置主導頻率為 $0.5f_p$ 。

圖 11 為 $x=120$ ， $y_{0.7}$ 處流向擾動速度三階頻譜。其頻率解析度為 $\Delta f = 10/1024\text{Hz}$ ，最大分辨頻率 $f_{\max} = 10\text{Hz}$ 。由圖可看出在非線性作用下，主導頻率 $0.5f_p$ 與激擾頻率 f_p ，衍生出之 $1.5f_p$ 、 $2f_p \dots$ 等。

3.2.3 第三個區段統計特性

在第三階段(參考圖 3 下)，動量厚度往下游的發展恢復線性成長趨勢，但其成長斜率低於第一個區段，卻和無激擾作用混合層成長斜率一致，相對之紊流生成項截面積分呈正值，且隨著往下游發展逐步上升。取 $x=185$ 為此區段的代表位置，進行統計量分析。

$x=185$ 處之平均速度、流向擾動速度均方根值、橫向擾動速度均方根值及紊流生成項之截面分佈，被顯示於圖 12 a. b. c. d。截面流向平均速度、橫向擾動速度均方根值及橫向擾動速度均方根值之截面分佈，與第一、二個區段無太大差異。但相比於第二區段， $x=185$ 處，紊流生成項雖然還是呈現單峰形態，但其值已變為正值， $y_{0.5}$ 處為區域最大值，這表示此流向位置在其橫截面的每一個位置紊流能量均朝成長方向演進，表示其紊流黏滯係數為正值，且作用最激烈處發生在中心 $y_{0.5}$ 處。

圖 13 為 $x=185$ ， $y_{0.7}$ 處之頻譜能量分佈圖。數值計算與取樣參數與圖 5 及圖 8 一致。圖 13(a)及圖 13(b)其頻率解析度分別為 $\Delta f = 10/1024\text{Hz}$ 及 $\Delta f = 1.25/1024\text{Hz}$ ，最大分辨頻率分別為 $f_{\max} = 10\text{Hz}$ 及 $f_{\max} = 1.25\text{Hz}$ 。圖 13(a)以對數尺度進行檢視。高頻部份之斜率與 -3 極為接近，因此模擬結果可反映二維紊流慣性子區渦結構的能量傳遞特性。由圖 13(b)發現 $x=185$ ， $y_{0.7}$ 處流向擾動速度呈現之主導頻率為激擾半頻 ($0.5f_p$)，相較於半頻的能量激擾頻率 (f_p)、倍頻 ($2f_p$) 及其 1.5 倍頻率 ($1.5f_p$) 幾乎可忽略，代表渦結構逐漸變大的過程中， 1.5 倍頻率 ($1.5f_p$)、激擾頻率 (f_p) 與倍頻 ($2f_p$) 能量逐漸為半頻 ($0.5f_p$) 所吸收。

圖 14 為 $x=185$ ， $y_{0.7}$ 處流向擾動速度倒頻譜圖。由圖可觀察到高倒頻譜量值大部分出現在 $2/f_p$ 的整數倍處，表示訊號出現的周期以激擾頻率周期的兩倍為主。圖 15 為 $x=185$ ， $y_{0.7}$ 處流向擾動速度三階頻譜。由圖可看出在非線性作用下，主導頻率 $0.5f_p$ 與其它存在頻率，因非線性作用衍生出之其他頻率的能量波，這些能量波的頻率包含 $0.75f_p$ 、 $1.5f_p$ 、 $2f_p \dots$ 等。

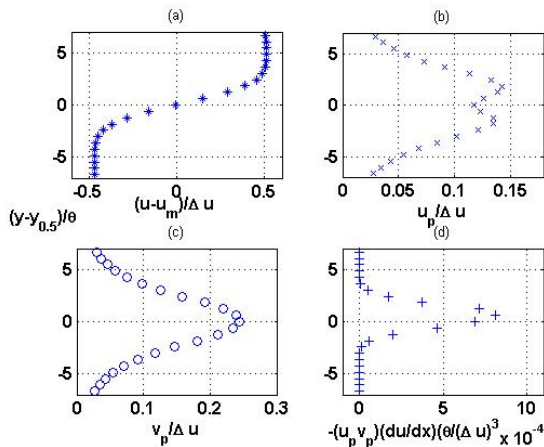


圖 12: 第三區段($x=185$), (a)平均速度、(b)流向擾動速度均方根值、(c)橫向擾動速度均方根值及(d)紊流生成項之橫向分佈圖。

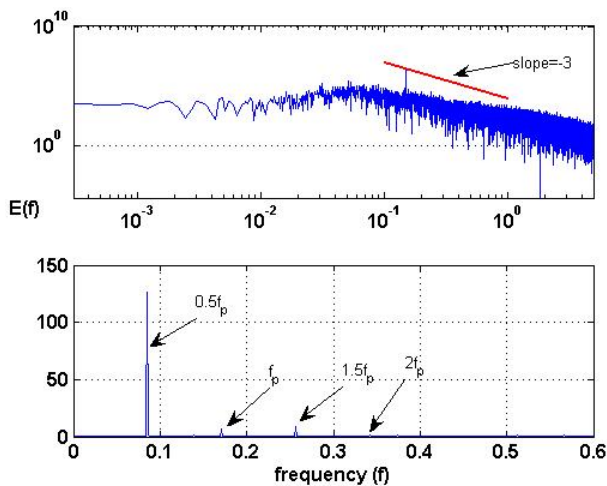


圖 13: $x=185$, $y_{0.7}$ 處頻譜能量分佈圖, (a) $\Delta f = 10/1024\text{Hz}$, $f_{\max} = 10\text{Hz}$; (b) $\Delta f = 1.25/1024\text{Hz}$, $f_{\max} = 1.25\text{Hz}$ 。

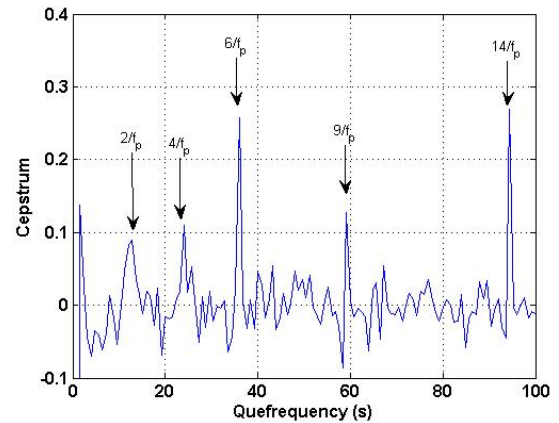


圖 14: $x=185$, $y_{0.7}$ 處倒頻譜圖。

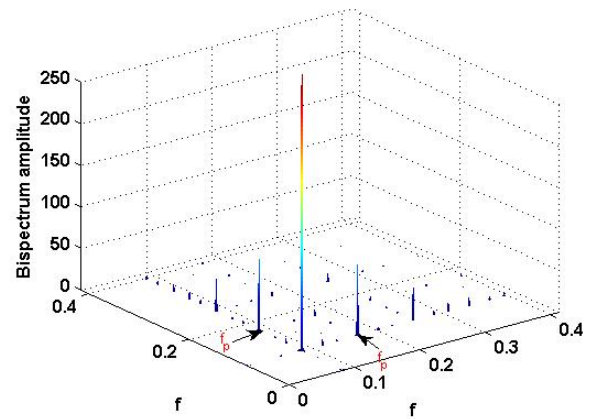


圖 15: $x=185$, $y_{0.7}$ 處三階頻譜圖。

四、 結論

本文採用點渦流模式探討高強度橫向激擾下混合層流的流向發展的統計特性，渦流模式包含：上游分隔平板、分隔平板釋放之渦結構與下游渦流離場機制。模擬結果顯示高強度橫向激擾混合層流由上游往下游發展，可分為三個段落，一開始動量厚度呈增長趨勢，相對之紊流生成項截面積分呈正值；接著動量厚度呈下降趨勢，此區域紊流生成項截面積分為負值；最後第一個階段動量恢復呈線性成長趨勢，流向增長速率較

初始上游處小，此時紊流生成項截面積分又轉為正值且隨著流向發展而增長。

三個區段截面流向平均速度均呈現雙曲正切函數形態分佈；流向擾動速度均方根值分佈呈現雙峯形態，在 $y_{0.5}$ 的位置，流向擾動速度均方根值為區域極小；橫向擾動速度均方根值為單峰型態，出現在 $y_{0.5}$ 處為區域極大值。但紊流生成項雖然在三個階段呈現單峰形態，但由第一階段至第三階段，卻是由正轉負，再由負轉正，作用最激烈處均發生在中心 $y_{0.5}$ 處。

在三格區域於高速區 $y_{0.7}$ 處，所做流向擾動速度進行頻譜分析、倒頻譜分析及雙頻譜分析，發現對數尺度下頻譜高頻部份之斜率與-3 極為接近，因此模擬結果具二維紊流慣性子區渦結構的能量傳遞特性。倒頻譜分析可有效檢視訊號的規律週期成份；三階頻譜分析可檢視出非線性作用頻率交互作用的影響。

參考文獻

1. H. Tennekes, J. L. Lumley, A First Course in Turbulence, MIT Press, 1972.
2. J. O. Hinze, Turbulence, 2nd McGraw-Hill, 1972.
3. G. L. Brown, A. Roshko, "On Density effects and Large Structure in the Turbulent Mixing Layers," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 64, pp. 775-816, 1974.
4. I. Wygnanski, H. E. Fiedler, "The two-dimensional mixing region," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 41, pp. 327-361, 1970.
5. R. B. Loucks, J. M. Wallace, "Velocity and Velocity Gradient Based Properties of a Turbulent Plane Mixing Layer," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 699, pp. 280-319, 2012.
6. P. Huerre, P. A. Monkewitz, "Absolute and Convective Instabilities in Free Shear Layers," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 159, pp. 151-168, 1985.
7. P. Huerre, P. A. Monkewitz, "Local and Global in Spatially Developing Flows," Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 22, pp. 473-537, 1990.
8. C. M. Ho, L. S. Huang, "Subharmonic and Vortex Merging in Mixing Layers, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 119, pp. 443-473, 1982.
9. C. M. Ho, P. Huerre, "Perturbed Free Shear Layers," Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 16, pp. 365-424, 1984.
10. I. Weisbrod, I. Wygnanski, "On Coherent Structures in Highly Excited Mixing Layer," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 195, pp. 137-159.
11. D. Oster, I. Wygnanski, "The Forced Mixing Layer Between Parallel Streams," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 123, pp.91-130, 1982.
12. 王金良、李宗軍, "極點對稱模態分解方法 ---數據分析與科學探索的新途徑", 高等教育出版社, 北京, 2015.
13. M. A. Escalante Soberanis, A. Bassam, W. Merida, "Analysis of Energy Dissipation and Turbulence Kinetic Energy Using High Frequency Data for Wing Energy Applications," Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 151, pp. 137-145, 2016.
14. B. Liang, S. D. Iwnicki, Y. Zhao,

- "Application of Power Spectrum, Cepstrum, Higher order Spectrum and Network analyses for Induction Motor Fault Diagnosis," Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 39, 2013, pp. 342-360.
15. K. Srinivasan, P. Panickar, G. Raman, B. H. Ki,, D. R. Williams, "Study of Coupled Supersonic Twin Jets of Complex Geometry Using Higher-order Spectral analysis," Journal of Sound and Vibration, Vol. 323, pp. 910-931, 2009.
16. M. M. Rogers, R. D. Moser, "Direct Simulation of a Self-Similar Turbulent Mixing Layer," Physics of Fluids , Vol. 6, pp. 903-922, 1994.
17. C. S. Martha, G. A. Blassdell, A. S. Lyrantzis, "Large Eddy Simulations of 2-D and 3-D Spatially Developing Mixing Layer," Vol. 31, pp. 57-72, 2013.
18. P. S. Bernard, Grid-Free Simulation of the Spatially Growing Turbulent Mixing Layer," AIAA Journal , Vol. 46, pp. 1725-1737, 2008.
19. 許掙強," 以渦流法模擬探討激擾與無激擾混合層流孤立擾動對流傳遞特性," 中國機械工程學會第三十二屆全國學術研討會論文集, 中華民國一百零四年十二月十一、十二日, 國立高雄應用科技大學 高雄市.