

精進座標統一計算作業之研究

作者：陳見明 少校

提要

- 一、定位定向系統實施砲兵營、連測地作業，雖為本軍測地作業主流，然部分單位常因定位定向系統損壞，或砲兵戰術運用考量，其測地作業必須以無定位定向系統作業方式實施，俟獲得真諸元後再行座標統一，以利將各點諸元納入統一座標系統，故座標統一作業仍有其必要性，且目前基地鑑測仍列為測量班必測項目之一。
- 二、本文研究目的乃為提升學生的學習成效及簡化計算之繁瑣程序，以達快速正確之成果計算。研究方法係採比較研究法，並藉由公式推導結合座標矩陣轉換原理探討精進作為，期能提升測地成果整理之精度與速度。
- 三、研究發現，現行座標統一計算方式較為複雜，計算耗時且正確率不穩定，而以新式座標統一計算程序簡單，計算時間雖僅縮短 30 秒至 1 分鐘，但正確率卻大幅提升。座標統一計算非一蹴可及，惟有不斷勤訓精練下，才能使自我的專業學能不斷提昇，筆者希望藉本文可提供砲兵測量同仁嶄新之座標統一觀念與計算方式。

關鍵詞：座標統一、對數表、電算機、應急測地

壹、前言

現代科技日新月異，以定位定向系統實施砲兵營、連測地作業，雖為本軍測地作業主流，然部份單位常因定位定向系統損壞，以致於僅能用傳統作業方式實施測地；砲兵戰術運用常以一砲兵連(排)直接支援營級戰鬥部隊遂行獨立作戰，其測地作業僅由其測量班以無定位定向系統作業方式實施，在無法及時獲得精確之測地開始點之資料時，僅能以地圖與現地對照方式使用假設諸元開始作業，俟獲得真諸元後再行座標統一，以利將各點諸元納入統一座標系統，故座標統一作業仍有其必要性，且目前基地鑑測仍列為測量班必測項目之一。

本文研究目的乃為提升學生的學習成效及簡化計算之程序，以達快速正確之成果計算。研究方法係採比較研究法，並藉由公式推導結合座標矩陣轉換原理探討精進作為，期能提升測地成果整理之精度與速度。

貳、現階段座標統一方式

本軍砲兵無定位定向系統方式實施測地作業，通常使用統制點或測地基準點起始作業，若作業開始時未獲得與上級相同系統之統制諸元，考量作業時效，測地開始點常以地圖現地對照方式實施座標及標高之量取，方位以經磁偏校正後之方向盤量取後，立即實施測地作業並完成成果計算，俟上級賦予測地開始點統制諸元後，則須藉座標統一手段，使成果納入統一座標系統，其時機、方法及原理分述如后：

一、座標統一時機

當下級部隊假設諸元與上級賦予之統制諸元，其差值超過下列範圍時，應行座標統一（如表一）。¹

表一 座標統一時機表

區分	軍團砲兵、砲兵營	砲兵連（排）
座標	±5 公尺	±10 公尺
標高	±1 公尺	±2 公尺
方位角	±1 分	±2 密位

資料來源：《陸軍野戰砲兵測地訓練教範（下冊）（第二版）》（桃園龍潭：國防部陸軍司令部印頒，99 年 11 月 10 日），頁 9-26。

二、座標統一方式及原理

座標統一方法區分計算法（對數表、電算機）與透明紙法兩大類。前者精度良好，惟對數表計算時，耗時較久；後者作業迅速，惟精度不高。故實施座標統一時，應考量時機適時選用合宜之方法。然常以計算法（電算機）為主，並使用透明紙法檢查計算法之結果。²現僅就計算法使用對數表方式實施探討，茲就標高、座標及方位統一實施說明，分述如后：

（一）標高統一

以統制點統一標高減該統制點假設標高，求取標高修正量後，將所有以假設標高為基準之各點標高加該修正量，即為各點之統一標高。

（二）座標統一

1. 方位相同、座標不同之統一

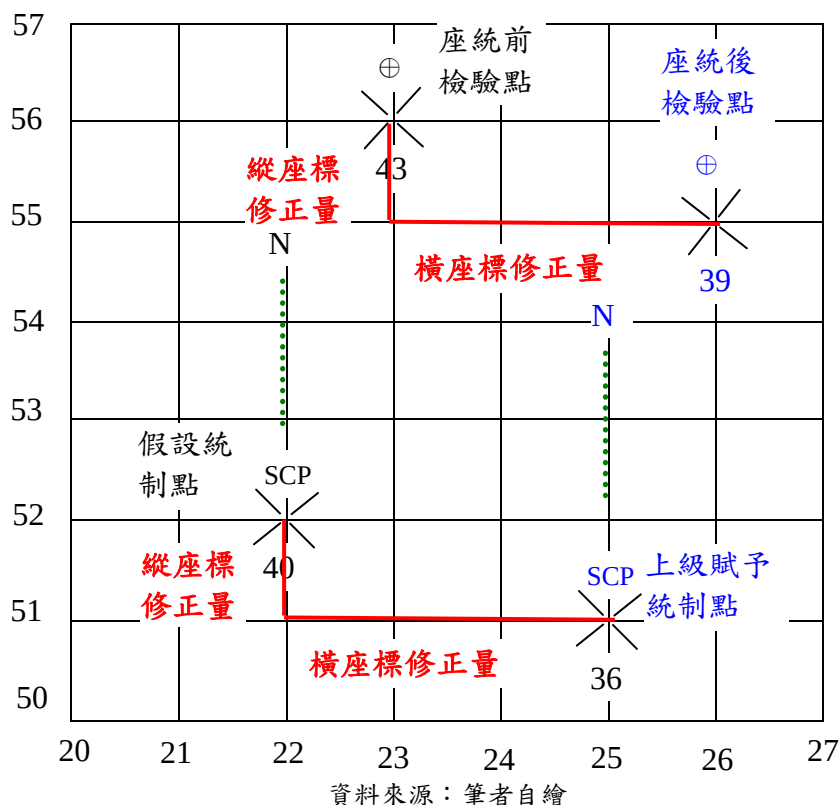
若上級賦予方位角與假設方位角相同，僅兩者座標位置不同時，可以上

¹ 《陸軍野戰砲兵測地訓練教範（下冊）（第二版）》（桃園龍潭：國防部陸軍司令部印頒，99 年 11 月 10 日），頁 9-26。

² 同註 1，頁 9-26。

級賦予統制點統一座標減該點假設座標，求取橫、縱座標修正量後，將所有以假設座標為基準而求得之各點(如:檢驗點 $\oplus$ 、觀測所 O、陣地 G)座標加該修正量，即得各點之統一座標，計算原理示意(如圖一)。

圖一 方位相同、座標不同之統一示意圖

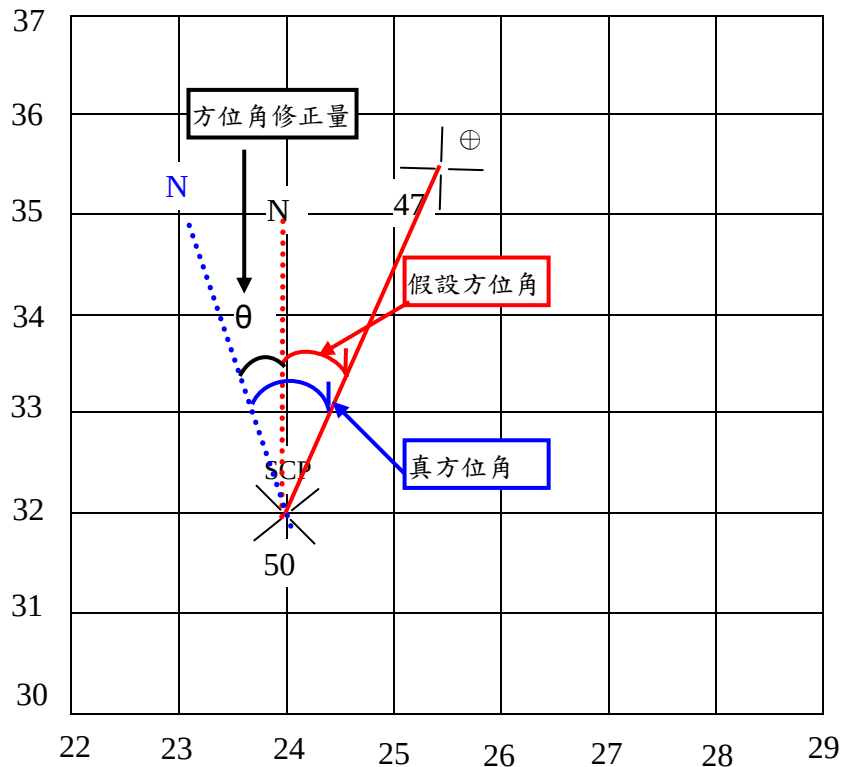


2. 方位、座標不同之統一

當假設與上級賦予之方位、座標均不同時，其各點之座標修正量並非為一常數，故不僅須將方格平移，使各點座標一致外，並須藉旋轉修正因方位不同而產生之位移。³現行座標統一原理，乃藉測地統制點(SCP)及檢驗點($\oplus$)之假設座標，以方位角距離計算方式，求算兩點間之假設方位角及距離，再將假設方位角再加上方位角修正量經座標計算後，此時座標系統即旋轉至統一之座標系統中，故轉換成統一後之座標(如圖二)。

³同註1，頁9-29。

圖二 方位、座標不同之統一示意圖



資料來源：筆者自繪

現以範例說明，使讀者能更清楚填表方式。假設某砲兵營測地統制點之假設座標(24756.00，32452.00，50)，方位統制線之假設方位角為 380 密位。根據統制點假設座標求得⊕座標(28316.00，34815.00，47)。上級賦予該營統制點之座標(26742.00，31851.00，45)，方位統制線統制方位角為 400 密位，求統一之檢驗點座標及標高。座標統一計算表範例(如表二)。

表二 座標統一計算表範例

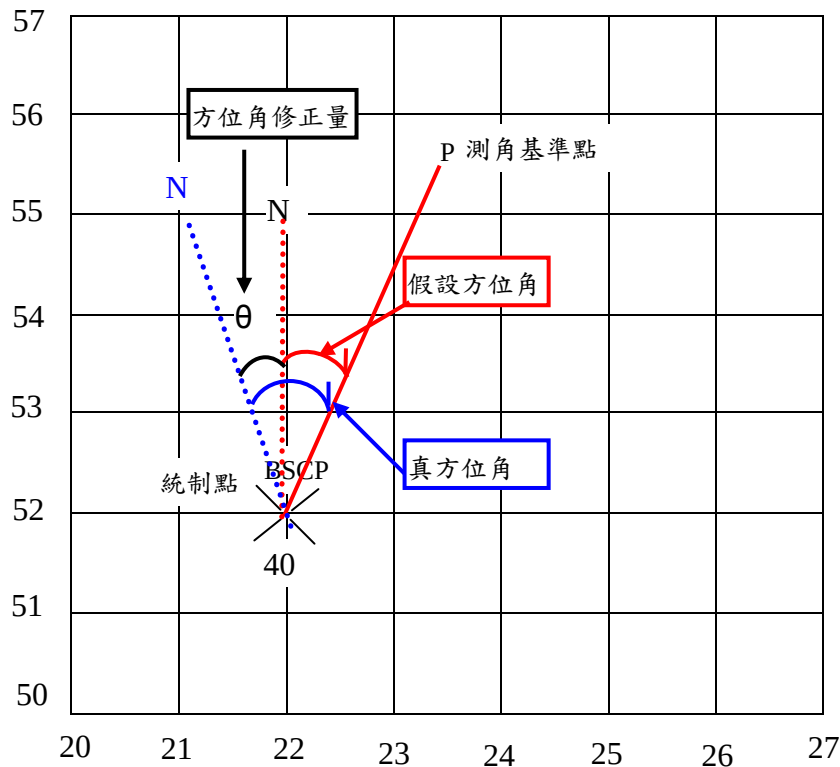
1. 求方位角及標高修正量					
統制點之統一方位角		400 ⁻	統一標高		45
統制點之假設方位角		-380 ⁻	假設標高		-50
方位角修正量		+ 20 ⁻	標高修正量		-5
2. 以假設座標求出假設方位角及距離對數					
求點(⊕)假設座標= X 28316 Y 34815					
統制點之假設座標= -X 24756 Y 32452					
DX ⊕ 3560 DY ⊕ 2363					
LDX	3.55145	DX 大於 DY 時		DX 小於 DY 時	
LDY	3.37346	LDX	3.55145	LDY	
LTan α	0.17799	Lsin α	9.92070	Lcos α	
求點假設方位角	1003 ⁻	距離對數	3.63075	距離對數	
3. 求統一方位角及標高					
假設方位角	1003 ⁻	假設標高		47	
方位修正量	+20 ⁻	標高修正量		-5	
統一方位角	1023 ⁻	統一標高		42	
4. 以統一方位角距離對數求統一座標差					
距離對數	3.63075	距離對數		3.63075	
LSin 統一方位角	+9.92624	LCos 統一方位角		+9.72970	
LDX	3.55699	LDY		3.36045	
5. 求統一座標					
統制點之統一座標		26742.00		31851.00	
座標差		⊕ 3605.70		⊕ 2293.24	
求點(⊕)之統一座標		30347.70		34144.24	
求點(⊕)之座標標高					
X=30347.70 Y=34144.24 H=42.00  =					

資料來源：《陸軍野戰砲兵測地訓練教範（下冊）（第二版）》（桃園龍潭：國防部陸軍司令部印頒，99年11月10日），頁9-34。

(三) 方位統一

通常砲兵營、連實施座標統一計算時不需計算此項，惟當目標獲得連(本部連)測量排，賦予各砲兵營測地統制點諸元時，需將原假設之方位統制線方位角加上方位角修正量，以求得測地統制點統制之方位角(如圖三)。

圖三 方位統一示意圖



資料來源：筆者自繪

參、精進座標統一方式

筆者於座標統一課程教授中，發現多數學生對於此課程所教授之計算模式較為生疏，且期末鑑測時發覺許多同學因測驗時間受限，經常未能及時完成此表之計算或放棄該表成績實屬可惜，故參考坊間線性代數相關書籍，研究關於歐幾里德向量空間點積的矩陣公式及正交矩陣等定理，希能提升學者學習成效，本段茲就其原理、公式推導與新式表格分述如后：

一、計算原理與公式推導

(一) 計算原理與公式推導

依歐幾里德向量空間中的旋轉算子⁴來說明，即將二維空間中的每一向量旋轉一固定角 θ ，稱為在二維空間中的旋轉算子，並考慮將每一向量逆

⁴ 算子:若函數 f 的定義域為 R_n 而對應域為 R_m ，則 f 稱為由 R_n 至 R_m 的變換，再 $m=n$ 的特殊狀況下， $f: R_n \rightarrow R_n$ 的變換稱為在 R_n 上的算子。

時針旋轉一個固定角 θ 的旋轉算子，為求得 B 與 $B' = T(X)$ 關係之方程組，令 α 為從正 X 軸到 B 間的夾角，並令 r 為 B 與 B' 共同長度(如圖四)，藉由基本三角學公式得⁵：

$$DX = X_b - X_a = r \cos \alpha \text{ 及 } DY = Y_b - Y_a = r \sin \alpha \text{ -----(1)}$$

$$DX' = X_{b'} - X_a = r \cos(\alpha + \theta) \text{ 及 } DY' = Y_{b'} - Y_a = r \sin(\alpha + \theta) \text{ -----(2)}$$

又使用三角函數中的合角公式，將式(1)代入式(2)中得式(3)

$$\begin{aligned} DX' = X_{b'} - X_a &= r \cos(\alpha + \theta) = r [\cos \theta \cos \alpha - \sin \theta \sin \alpha] \\ &= [r \cos \alpha] \cos \theta - [r \sin \alpha] \sin \theta = DX \cos \theta - DY \sin \theta \text{ 及} \\ DY' = Y_{b'} - Y_a &= r \sin(\alpha + \theta) = r [\sin \theta \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha] \\ &= [r \cos \alpha] \sin \theta + [r \sin \alpha] \cos \theta = DX \sin \theta + DY \cos \theta \text{ ----- (3)} \end{aligned}$$

因(3)中的方程式都是線性的關係，故 T 為線性算子；從這些方程式得知 T 的標準矩陣為：

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

運用此定理可得座標矩陣旋轉公式為：⁶

$$\begin{bmatrix} DX' \\ DY' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} DX \\ DY \end{bmatrix}$$

經矩陣乘積運算後得此方程式：

$$DX' = DX \cos \theta - DY \sin \theta$$

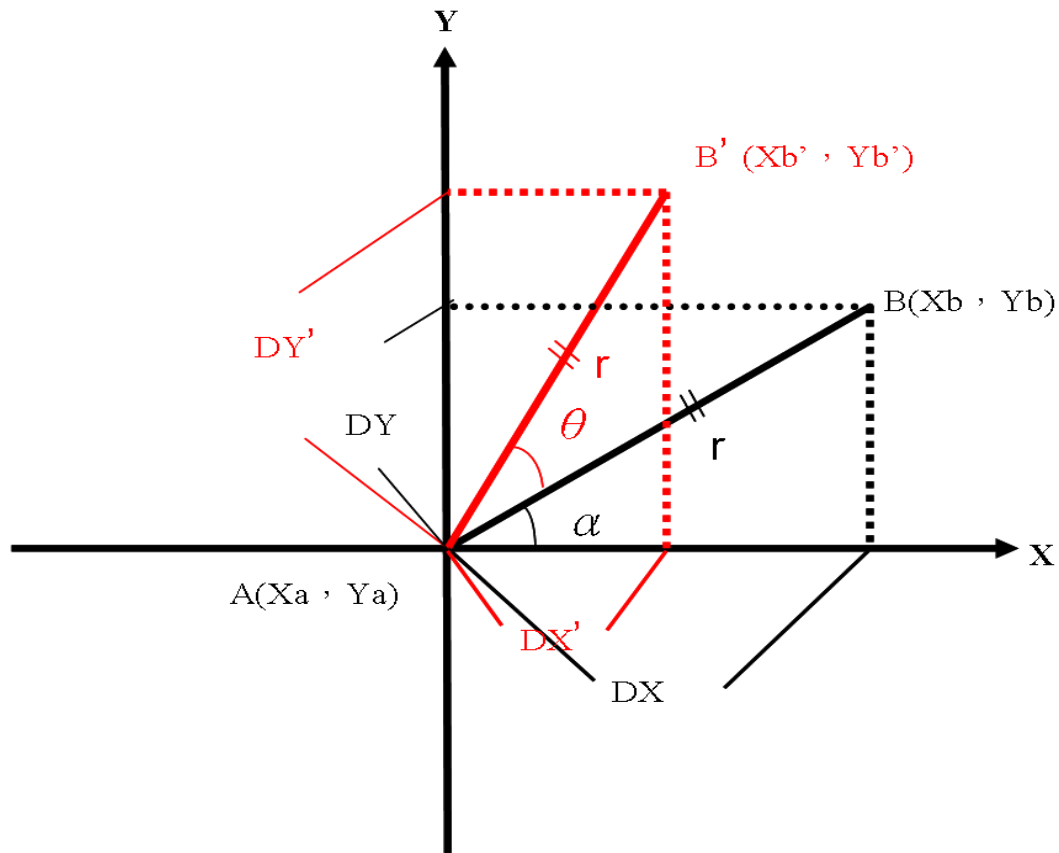
$$DY' = DX \sin \theta + DY \cos \theta$$

上述為座標旋轉，又 $X_{b'} = X_a \pm DX'$ 、 $Y_{b'} = Y_a \pm DY'$ 此為座標平移，以上說明為計算原理與公式推導。

⁵簡國清，《初等線性代數與應用(第九版)》(台北市:東華書局，97.02)，頁 226。

⁶翁慶昌譯，《線性代數(第六版)》(台北縣:高立圖書有限公司，2009.07)，頁 62。

圖四 座標轉換示意圖



資料來源：筆者自繪

(二) 座標修正量公式說明

座標統一表格中因 θ 、 DX 及 DY 皆有正與負關係，故經分析後將其歸納為八種狀況之座標修正量公式說明(如圖五)，接續圖一之假設條件產生下述結果：

$$\textcircled{1} = r \cos \theta \cos \alpha = \text{【} r \cos \alpha \text{】} \cos \theta = DX \cos \theta \quad \text{-----} \quad (4)$$

$$\textcircled{2} = r \sin \theta \sin \alpha = \text{【} r \sin \alpha \text{】} \sin \theta = DY \sin \theta \quad \text{-----} \quad (5)$$

$$\textcircled{3} = r \sin \theta \cos \alpha = \text{【} r \cos \alpha \text{】} \sin \theta = DX \sin \theta \quad \text{-----} \quad (6)$$

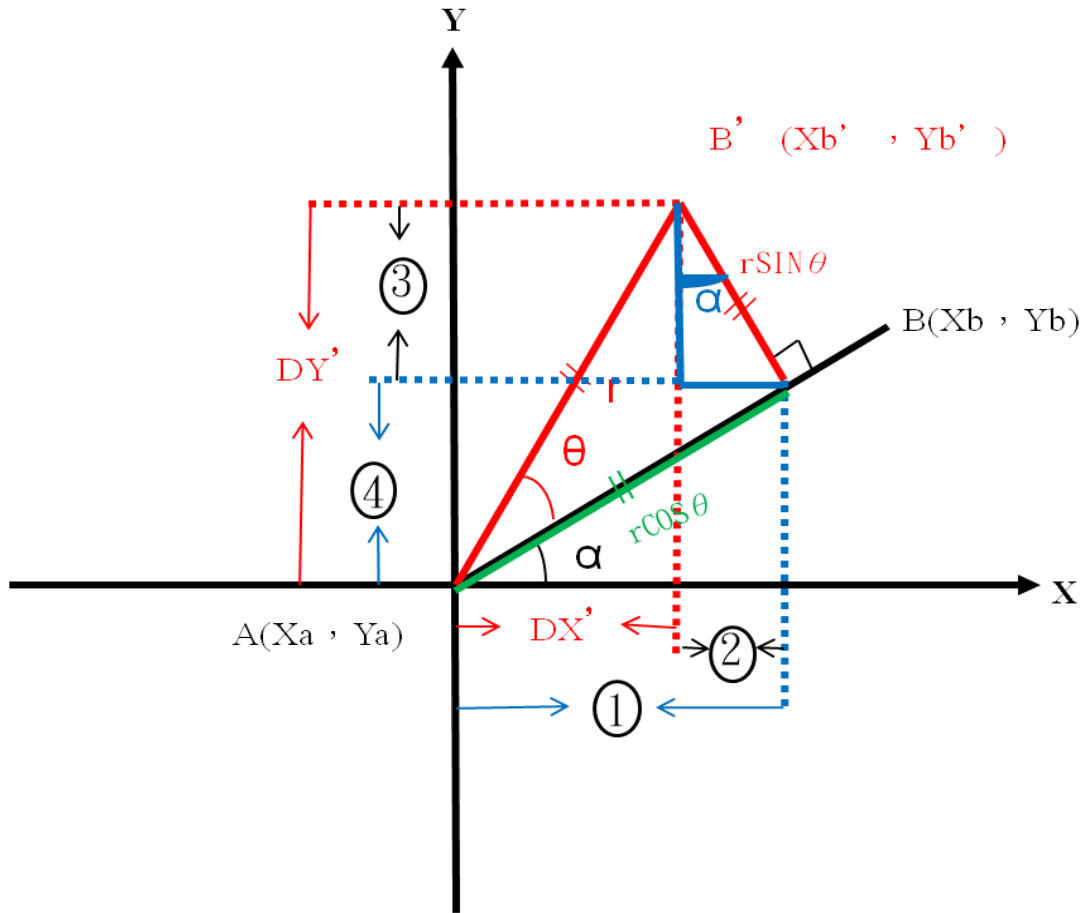
$$\textcircled{4} = r \cos \theta \sin \alpha = \text{【} r \sin \alpha \text{】} \cos \theta = DY \cos \theta \quad \text{-----} \quad (7)$$

$$DX' = Xb' - Xa = \textcircled{1} - \textcircled{2} = DX \cos \theta - DY \sin \theta$$

$$DY' = Yb' - Ya = \textcircled{3} + \textcircled{4} = DX \sin \theta + DY \cos \theta$$

現僅對上述公式取其一種狀況解釋，當 (θ, DX, DY) 符號為 $(+, -, -)$ 時，則 DX' 公式為 $-(\textcircled{1} + \textcircled{2})$ 且 DY' 公式為 $\textcircled{3} - \textcircled{4}$ 實施說明，其餘 7 種狀況同理可證。

圖五 公式說明圖



資料來源：筆者自繪

當 θ 為+時，則座標旋轉至 IV 象限，此時 Sin 值為負，Cos 值為正。

當 θ 為-時，則座標旋轉至 I 象限，此時 Sin 及 Cos 值為正。

故推導過程如下：

① = $【r \cos \theta】 \cos \alpha = DX \cos \theta$ ，因 θ 為正值則 $\cos \theta$ 值為正，且 DX 為負值，整理後其值為負。

② = $【r \sin \theta】 \sin \alpha = -DY \sin \theta$ ，因 θ 為正值則 $\sin \theta$ 值為負，且 DY 為負值，又其式中有一負號，整理後其值為負。

由(4)(5)式可得 $DX' = DX \cos \theta - DY \sin \theta$ ，故其修正量公式為 $-(① + ②)$ 。

③ = $【r \sin \theta】 \cos \alpha = DX \sin \theta$ ，因 θ 為正值則 $\sin \theta$ 值為負，且 DX 為負值，整理後其值為正。

④ = $【r \cos \theta】 \sin \alpha = DY \cos \theta$ ，因 θ 為正值則 $\cos \theta$ 值為正，且 DY 為負值，整理後其值為負。

由(6)(7)式可得 $DY' = DX \sin \theta + DY \cos \theta$ ，故其修正量公式為 $③ - ④$ 。

二、新式表格與設計說明

因統制點統一方位角減該點假設方位角所產生的方位角修正量(θ)可能產生正或負值，且求點與統制點間假設座標之橫、縱座標差(DX、DY)可能分佈於第一、二、三、四象限，綜合上述可產生八種座標修正量公式。但每次計算前僅需判明使用其中一種公式，再藉由座標計算概念即可迅速求得座標統一後之諸元，較現行座標統一方式簡單且不易誤算，故藉由前述公式推導結果，可將座標統一表格精簡設計(如表三)。

表三 新式座標統一計算表

新式座標統一計算表											
一、求方位角及標高修正量											
統制點統一方位角						統一標高					
統制點假設方位角				-		假設標高		-			
方位角修正量(θ)				±		標高修正量		±			
二、求座標修正量											
求點()假設座標=				X		Y					
統制點之假設座標				=-X		Y					
				DX±		DY±					
θ	DX	DY	座標修正量 公式	L _{DX}		L _{DY}		L _{DX}		L _{DY}	
+	+	+	DX' ①+② DY' ④-③	+L _{CO} θ		+L _{SI} θ		+L _{SI} θ		+L _{CO} θ	
+	+	-	DX' ①-② DY' -(③+④)	L①		L②		L③		L④	
+	-	+	DX' ②-① DY' ③+④	①		②		③		④	
+	-	-	DX' -(①+②) DY' ③-④								
-	+	+	DX' ①-② DY' ③+④	±②		±①		±④		±③	
-	+	-	DX' ①+② DY' ③-④								
-	-	+	DX' -(①+②) DY' ④-③	DX' ±		DX' ±		DY' ±		DY' ±	
-	-	-	DX' ②-① DY' -(③+④)								

三、求統一座標及標高				
統制點之統一座標			假 設 標 高	
座標修正量	±	±	標 高 修 正 量	±
求點 () 之統一座標			求點統一標高	
求點 () 之座標與標高	X=	Y=	H=	∠=

資料來源：筆者設計

二、計算說明

此表區分三大部分，第一部分求取方位角及標高修正量，第二部分求取座標修正量，第三部分求取統一座標及標高，分述如后：

(一) 計算步驟

1. 求方位角及標高修正量

(1) 上級賦予統制點之方位角減下級所假設之方位角，求得方位角修正量

(2) 上級賦予統制點之標高減下級所假設之標高，即得標高修正量。

2. 求座標修正量

(1) 以統一之求點座標減統制點之假設座標，求得縱、橫座標差。

(2) 藉座標修正量公式辨識決定使用公式，並計算橫、縱座標差修正量。

3. 求統一座標及標高

(1) 以上級賦予之統制點座標加橫、縱座標差修正量，即得求點之統一座標。

(2) 以求點未修正標高加(減)標高修正量，即得求點之統一標高。

4. 求方位統制線之統一方位角

以方位統制線之假設方位角加方位修正量，即得方位統制線統制方位角。通常砲兵營、連實施座標統一計算時不需計算此項，惟當目標獲得連(本部連)測量排，賦予各砲兵營測地統制點諸元時，方須計算。

(二) 填表說明

現以範例說明，使讀者能更清楚填表方式。假設某砲兵營測地統制點之假設座標(24756.00, 32452.00)，標高為 50 公尺，方位統制線之假設方位角為 380 密位。根據統制點假設座標求得⊕座標(28316.00, 34815.00)，標高為 47 公尺。上級賦予該營統制點之座標(26742.00, 31851.00)，標高 45 公尺，方位統制線統制方位角為 400 密位，求統一之檢驗點座標及標高。

1. 求方位角及標高修正量

(1) 將上級賦予之統一方位角 400 密位，統一標高 45 公尺，分別填入「統制點之統一方位角」及「統一標高」欄內。

(2) 將該營之假設方位角 380 密位，標高 50 公尺，分別填入「統制點之假設方位角」及「假設標高」欄內。

(3) 將兩項分別相減，得方位角修正量為+20 密位，填入「方位修正量」欄內，標高修正量-5 公尺，填入「標高修正量」欄內。

2. 求座標修正量

- (1) 將所求之「檢驗點」填入求點括號內，然後將由假設統制點求得之該點座標 $X: 28316.00$ $Y: 34815.00$ ，分別填入「X」及「Y」位置。
- (2) 將該營統制點之假設座標 $X: 24756.00$ $Y: 32452.00$ ，分別填入上項座標下，如有小數應將小數點對正，以免計算錯誤。
- (3) 由上欄座標值減去下欄座標值，得橫座標差為+3560，縱座標差為+2363，分別填入橫線之下「DX」及「DY」欄內，並加註正負符號。
- (4) 藉 θ 、DX 及 DY 之正負符號，實施座標修正量公式判識，決定使用公式。
- (5) 查對數表第一表(真數查對數)，分別查出 DX 之對數 3.55145 填入「LDX」欄內，DY 之對數為 3.37346，填入「LDY」欄內。
- (6) 將方位角修正量 20 密位，查出其餘弦(COS)及正弦(SIN)之對數為 9.99992 及 8.29300，填入「 $LCOS \theta$ 」及「 $LSIN \theta$ 」欄內。
- (7) 以 LDX 之對數 3.55145 加上 $LCOS \theta$ 之對數 9.99992，得 3.55137 即為①所求之距離對數，填入「L①」欄內。
- (8) 以 LDY 之對數 3.37346 加上 $LSIN \theta$ 之對數 8.29300，得 1.66646 即為②所求之距離對數，填入「L②」欄內。
- (9) 以 LDX 之對數 3.55145 加上 $LSIN \theta$ 之對數 8.29300，得 1.84445 即為③所求之距離對數，填入「L③」欄內。
- (10) 以 LDY 之對數 3.37346 加上 $LCOS \theta$ 之對數 9.99992，得 3.37338 即為④所求之距離對數，填入「L④」欄內。
- (11) 查對數表第一表(對數查真數)得①、②、③及④之真數值分別為 3559.34、46.39、69.90 及 2362.52。
- (12) 藉座標修正量公式判識決定使用公式為 $DX' \text{ ①} + \text{②}$ 及 $DY' \text{ ④} - \text{③}$ ，計算橫、縱座標差修正量 $DX' + 3605.73$ 、 $DY' + 2292.62$ 。

3. 求統一座標及標高

- (1) 將上級賦予該營統制點之統一座標 $X: 26742.00$ $Y: 31851.00$ 及檢驗點假設標高 47 公尺，分別填入「求統一座標及標高」欄內。
- (2) 將求得之橫、縱座標差修正量 $DX' + 3605.73$ 、 $DY' + 2292.62$ 及標高修正量 -5 公尺，分別填入「座標修正量」及「標高修正量」欄內。
- (3) 經計算後得檢驗點之座標 $X: 30347.73$ 、 $Y: 34143.62$ 及標高 $H=42.00$

4. 求點($\oplus$)之座標標高:

- (1) 將求點「檢驗點」之符號填入「統一座標」欄內。
- (2) 將上項所得之諸元，分別填入下欄得 $X=30347.73$ 、 $Y=34143.62$ 及 $H=42.00$ 。

(三) 填表範例

將上述說明依序填入新式座標統一計算表中，即可獲得座標統一後之成果(如表四)。

表四 新式座標統一計算表

新式座標統一計算表											
一、求方位角及標高修正量											
統制點統一方位角			400			統一標高			45		
統制點假設方位角			- 380			假設標高			- 50		
方位角修正量(θ)			⊕ 20			標高修正量			⊕ 5		
二、求座標修正量											
求點 (⊕) 假設座標 = X 28316.00 Y 34815.00											
統制點之假設座標 = -X 24756.00 Y 32452.00											
DX⊕ 3560.00 DY⊕ 2363.00											
θ	DX	DY	座標修正量 公式	LDX	3.55145	LDY	3.37346	LDX	3.55145	LDY	3.37346
+	+	+	DX' ①+② DY' ④-③	+LCOS θ	9.99992	+LSIN θ	8.29300	+LSIN θ	8.29300	+LCOS θ	9.99992
+	+	-	DX' ①-② DY' -(③+④)	L①	3.55137	L②	1.66646	L③	1.84445	L④	3.37338
+	-	+	DX' ②-① DY' ③+④	①	3559.34	②	46.39	③	69.90	④	2362.52
+	-	-	DX' -(①+②) DY' ③-④								
-	+	+	DX' ①-② DY' ③+④	⊕②	46.39	±①		±④		⊕③	69.90
-	+	-	DX' ①+② DY' ③-④								
-	-	+	DX' -(①+②) DY' ④-③	DX' ⊕	3605.73	DX' ±		DY' ±		DY' ⊕	2292.62
-	-	-	DX' ②-① DY' -(③+④)								
三、求統一座標及標高											
統制點之統一座標				26742.00		31851.00		假設標高		47.00	
座標修正量				⊕ 3605.73		⊕ 2292.62		標高修正量		⊕ 5.00	
求點 (⊕) 之統一座標				30347.73		34143.62		求點統一標高		42.00	
求點 (⊕) 之座標與標高 X=30347.73 Y=34143.62 H=42.00 $\angle =$											

資料來源：筆者整理

肆、分析比較

經上述研究成果，以本組練習題卡為基礎，設計配合 8 種座標統一題型，以電算機成果為基準，區分本組教官及教三連助教各一員實施驗證，計算模式分別以新、舊座標統一表格實施，獲得下述數據(時間、精度)成果，提供後續分析比較參考(如表五)。

表五 座標統一計算成果比較表

區分 ⊕計算成果 題目	電 算 機 計 算	新 座 標 統 一 筆 算		舊 座 標 統 一 筆 算
		教 官	助 教	
題目一： 假設 SCP (42345.60, 19012.34, 110.00) 方位統制線假設方位角 960 密位 ⊕ (44789.58, 21235.68, 80.35) 上級賦予 SCP (41964.54, 18452.95, 80.35) 方位統制線方位角 980 密位	X : 44451.70 Y : 20627.88 H : 50.70	X : 44451.73 Y : 20627.91 H : 50.70 DX:0.03 DY:0.03 時間:4 分 35 秒		X : 44451.60 Y : 20628.30 H : 50.70 DX:-0.1 DY:0.42 時間:4 分 55 秒
		X : 44451.73 Y : 20627.91 H : 50.70 DX:0.03 DY:0.03 時間:5 分 05 秒		X : 44451.60 Y : 20628.30 H : 50.70 DX:-0.1 DY:0.42 時間:5 分 55 秒
題目二： 假設 SCP (44546.31, 25341.35, 118.32) 方位統制線假設方位角 3542 密位 ⊕ (47554.31, 20105.58, 51.43) 上級賦予 SCP (44954.25, 23265.64, 119.54) 方位統制線方位角 3654 密位	X : 47369.54 Y : 17731.41 H : 52.65	X : 47369.56 Y : 17731.41 H : 52.65 DX:0.02 DY:0 時間:4 分 32 秒		X : 47368.49 Y : 17731.50 H : 52.65 DX:-1.05 DY:0.09 時間:4 分 53 秒
		X : 47369.61 Y : 17731.44 H : 52.65 DX:0.07 DY:0.03 時間:4 分 55 秒		X : 47368.47 Y : 17731.51 H : 52.65 DX:-1.07 DY:0.1 時間:5 分 58 秒
題目三： 假設 SCP (44356.80, 18287.50, 100.00) 方位統制線之假設方位角 991 密位 ⊕ (43687.58, 20107.58, 95.48) 上級賦予 SCP	X : 40214.22 Y : 19647.51 H : 94.48	X : 40214.22 Y : 19647.51 H : 94.48 DX:0 DY:0 時間:4 分 25 秒		X : 40214.08 Y : 19647.33 H : 94.48 DX:-0.14 DY:-0.18 時間:4 分 51 秒

(40865.54, 17820.95, 99.24) 方位統制線方位角 1001 密位		助教	X : 40214.23 Y : 19647.53 H : 94.48 DX:0.01 DY:0.02 時間:4 分 45 秒	X : 40214.01 Y : 19647.49 H : 94.48 DX:-0.21 DY:-0.02 時間:5 分 41 秒
題目四: 假設 SCP (45468.80, 26543.50, 100.00) 方位統制線假設方位角 1850 密位 ⊕ (44357.21, 24532.58, 95.84) 上級賦予 SCP (45987.32, 25463.95, 111.21) 方位統制線方位角 1934 密位	X : 44713.87 Y : 23551.46 H : 107.05	教官	X : 44713.88 Y : 23551.49 H : 107.05 DX:0.01 DY:0.03 時間:4 分 20 秒	X : 44713.79 Y : 23551.35 H : 107.05 DX:-0.08 DY:-0.11 時間:4 分 55 秒
		助教	X : 44713.88 Y : 23551.49 H : 107.05 DX:0.01 DY:0.03 時間:4 分 48 秒	X : 44713.82 Y : 23551.40 H : 107.05 DX:-0.05 DY:-0.06 時間:5 分 42 秒
題目五: 假設 SCP (41356.80, 18287.50, 100.00) 方位統制線假設方位角 1001 密位 ⊕ (43687.58, 20107.58, 95.24) 上級賦予 SCP (40865.54, 17820.95, 99.24) 方位統制線方位角 991 密位	X : 43178.34 Y : 19663.82 H : 94.48	教官	X : 43178.34 Y : 19663.82 H : 94.48 DX:0 DY:0 時間:4 分 22 秒	X : 43178.33 Y : 19662.70 H : 94.48 DX:-0.01 DY:-1.12 時間:4 分 52 秒
		助教	X : 43178.34 Y : 19663.82 H : 94.48 DX:0 DY:0 時間:4 分 55 秒	X : 43178.33 Y : 19662.70 H : 94.48 DX:-0.01 DY:-1.12 時間:5 分 53 秒
題目六: 假設 SCP (44546.31, 25341.35, 118.32) 方位統制線假設方位角 3542 密位 ⊕ (47554.31, 20105.58, 51.43) 上級賦予 SCP (44954.25, 23265.64, 119.54) 方位統制線方位角 3254 密位	X : 49303.55 Y : 19077.03 H : 52.65	教官	X : 49303.53 Y : 19077.03 H : 52.65 DX:-0.02 DY:0 時間:4 分 23 秒	X : 49302.55 Y : 19076.64 H : 52.65 DX:-1.00 DY:-0.39 時間:4 分 53 秒
		助教	X : 49303.51 Y : 19077.02 H : 52.65 DX:-0.04 DY:-0.01 時間:4 分 53 秒	X : 49302.55 Y : 19076.64 H : 52.65 DX:-1.00 DY:-0.39 時間:5 分 55 秒

題目七： 假設 SCP (44356.80, 18287.50, 100.00) 方位統制線假設方位角 1001 密位 ⊕ (43687.58, 20107.58, 95.24) 上級賦予 SCP (40865.54, 17820.95, 99.24) 方位統制線方位角 899 密位	X : 40017.52 Y : 19565.01 H : 94.48	教官 X : 40017.72 Y : 19565.01 H : 94.48 DX:0.2 DY:0 時間:4 分 31 秒	X : 40017.59 Y : 19564.80 H : 94.48 DX:0.07 DY:-0.21 時間:4 分 45 秒
		助教 X : 40017.79 Y : 19565.01 H : 94.48 DX:0.27 DY:0 時間:5 分 12 秒	X : 40017.57 Y : 19564.95 H : 94.48 DX:0.05 DY:-0.06 時間:5 分 48 秒
題目八： 假設 SCP (45468.80, 26543.50, 100.00) 方位統制線假設方位角 1943 密位 ⊕ (43357.21, 25532.58, 95.84) 上級賦予 SCP (45987.32, 25463.95, 111.21) 方位統制線方位角 1934 密位	X : 43884.74 Y : 24434.41 H : 107.05	教官 X : 43884.77 Y : 24434.11 H : 107.05 DX:0.03 DY:-0.3 時間:4 分 25 秒	X : 43884.75 Y : 24433.92 H : 107.05 DX:0.01 DY:-0.49 時間:4 分 51 秒
		助教 X : 43884.80 Y : 24434.21 H : 107.05 DX:0.06 DY:-0.2 時間:4 分 58 秒	X : 43884.77 Y : 24434.02 H : 107.05 DX:0.03 DY:-0.39 時間:5 分 55 秒

資料來源：筆者自製

一、速度探討

就速度而言，此 8 種題目以現行座標統一計算模式，教官平均時間約 5 分鐘，助教完成時間約 6 分鐘，而以新式座標統一計算模式，教官平均時間約 4 分半鐘，助教平均時間約 5 分鐘(如表六)，由此可知新式座標統一計算模式，對於初學座標統一計算之人員而言，其所縮短之時間越多，完成計算之速度較之前模式快，分析其原因乃現行座標統一計算觀念較複雜，而新式座標統一計算觀念較簡單所致。

二、精度分析

就精度而言，此 8 份題卡均以電算機成果為基準，比較現行座標統一計算模式成果精度，教官平均誤差 DX=0.31 公尺、DY=0.38 公尺，助教平均誤差 DX=0.32 公尺、DY=0.32 公尺；而以新式之座標統一計算模式計算，教官平均誤差 DX=0.04 公尺、DY=0.05 公尺，助教平均誤差 DX=0.06 公尺、DY=0.04 公尺(如表六)，由此可知新式座標統一計算模式，較接近電算機之成果，即精度較佳。分析其原因乃現行座標統一計算，須先藉由方位角距離計算求得其假

設方位角及距離對數，因對數表之設計不夠精確造成方位角及距離對數產生誤差，而導致座標值誤差較大之故。

表六 座標統一計算精度、速度比較表

區分 時間及誤差 項目		新 座 標 統 一 筆 算	舊 座 標 統 一 筆 算
平均速度	教 官	4 分 27 秒	4 分 52 秒
	助 教	4 分 56 秒	5 分 51 秒
平均精度	教 官	DX:0.04 DY:0.05	DX:0.31 DY:0.38
	助 教	DX:0.06 DY:0.04	DX:0.32 DY:0.32
附 記	DX:與電算機成果比較之橫座標差		
	DY:與電算機成果比較之縱座標差		

資料來源：筆者自製

三、難易度比較

就難易度言，現行座標統一計算表包含了五個步驟：(一)求方位角、標高修正量。(二)假設座標求方位角與距離對數。(三)求統一方位角及標高。(四)以統一方位角及距離對數求統一座標差。(五)求統一座標等，其中之計算方式涵蓋方位角距離計算及座標計算兩種觀念，但常因學生在方位角距離計算學習過程不夠紮實，導致座標統一計算表無法如期完成或經常算錯，而打擊對座標統一計算學習興趣。然新式座標統一計算模式僅包含三個步驟：(一)求方位角及標高修正量。(二)求座標修正量。(三)求統一座標及標高，其計算方式簡單明瞭，僅運用座標計算之概念即可獲得成果，相較之下較易計算。

四、正確率比較

將表五中之成果實施整理，並記錄其正確與錯誤題數(如表七)，數據顯示教官以現行座標統一模式計算，錯誤 2 題正確率達 75%，助教錯誤 4 題，正確率達 50%；而以新式座標統一模式計算教官及助教均僅算錯 1 題，正確率達 87.5%，由此可知新式座標統一模式計算較不易算錯，分析成因乃現行座標統一計算，須先藉由方位角距離計算，求得其假設方位角及距離對數，此部分計算通常於時間急迫狀況下容易誤判方位角，而導致最後成果錯誤之主因。

表七 座標統一計算錯誤率比較表

題目 正確或錯誤 區分		一	二	三	四	五	六	七	八	正確率
新座標統一筆算	教官	V	V	V	V	V	V	V	X	87.5%
	助教	V	V	V	V	V	V	V	X	87.5%
舊座標統一筆算	教官	X	V	V	V	X	V	V	V	75%
	助教	X	V	X	V	X	V	V	X	50%
附記		打「V」為計算正確；打「X」為計算錯誤。								

資料來源：筆者自製

伍、結論與建議

本軍砲兵測地作業雖以定位定向系統為主流，但礙於定位定向系統損壞及砲兵戰術運用考量，常須以無定位定向系統方式實施作業，待獲得假設座標系統之成果後，再藉由座標統一計算，始可將所有測地成果置於統一之座標系統中，以求得精確之射擊諸元實施精準射擊，然經此研究驗證發現，現行座標統一計算方式較為複雜，計算耗時且正確率不穩定，而以新式座標統一計算程序簡單，計算時間雖僅縮短 30 秒至 1 分鐘，但正確率卻大幅提升。

座標統一計算非一蹴可及，惟有不不斷勤訓練精練下，才能使自我的專業學能不斷提昇，筆者希藉本文可提供砲兵測量同仁嶄新之座標統一觀念與計算方式，並建議此計算模式於未來發展更成熟後，可納入教學課程及基地測考使用，以提升砲兵測地作業後，實施成果整理的精度與速度。

參考文獻

- 一、《陸軍野戰砲兵測地訓練教範（上冊）（第二版）》（桃園龍潭：國防部陸軍司令部印頒，民國 99 年 11 月 10 日）。
- 二、《陸軍野戰砲兵測地訓練教範（下冊）（第二版）》（桃園龍潭：國防部陸軍司令部印頒，民國 99 年 11 月 10 日）。
- 三、簡國清譯，《初等線性代數與應用(第九版)》（台北市:東華書局，97.02）。
- 四、翁慶昌譯，《線性代數(第六版)》（台北縣:高立圖書有限公司，2009.07）。
- 五、黃新峰、陳子建編，《Linear Algebra》（台北縣:全華科技圖書股份有限公司，2008.02）。
- 六、陳治中編，《線性代數(第二版)》（台北縣:新文京開發出版有限公司，2009.06）。
- 七、呂金河譯，《線性代數導論(第八版)》（台北市:華泰文化，2005.05）。
- 八、陸軍「國防新知運用」專區，網址：mdb.army.mil.tw。