

微衛星強健性姿態容錯控制

Micro-Satellite Robust Attitude Fault Tolerant Control

壽鶴年、劉怡嫻、柳復華、林麗鳳

Ho-Nien Shou, Yi-Na Liu, Fu-Hwa Liu, and Lih-Feng Lin

空軍航空技術學院

航空通訊電子系

Department of Aviation & Communication Electronics

Air Force Institute of Technology

摘要

本文探討微衛星強建姿態控制問題，當微衛星致動器和感測器失效情況下同時考慮系統中的不確定性的強建容錯 H_∞ 控制，運用線性矩陣不等式方法，採用所設計的輸出回授控制器，提出一種當任意致動器機構和感測器出現故障時，閉迴路系統仍保持漸近穩定且滿足給定的干擾衰減性能指標輸出迴授。將強健容錯控制設計方法應用於微衛星姿態控制系統的容錯控制並進行了模擬，模擬結果驗證了方法的有效性。

關鍵字：強建姿態控制，輸出回授控制器，線性矩陣不等式。

Abstract

The robust fault-tolerant H_∞ control problem of uncertain linear system is studied in this paper. The solution of this problem is obtained for a H_∞ output-feedback controller by a linear matrix inequality(LMI) approach. The simulation of a satellite attitude control system with actuator and sensor faults validates that this solution is effective.

Keywords : robust fault-tolerant H_∞ control, output-feedback controller, linear matrix inequality

一、前言

現代系統正朝著大規模、複雜化的方向發展，同時，人們迫切需要提高現代系統的可靠性與安全性。解析備援 (analytical redundancy) 技術是利用系統之間的內在聯繫和功能上的備援性(redundancies)，當系統的某些元件失效時，通過解析的方法產生備援信息，用其餘完好元件承擔起系統所喪失的作用，以維持系統的性能，在允許範圍內基於分析動態系統的故障診斷與容錯控制後，

解析備援技術則為提高複雜系統的可靠性開闢了一條新的途徑。

動態系統的容錯控制 (Fault Tolerant Control, FTC) 是伴隨著基於解析備援的故障診斷技術的發展而發展起來的。如果在致動器(actuator)、感測器(sensor)或元件發生故障時，閉環控制系統仍然是穩定的，並仍然具有較理想的特性，就稱此閉迴路控制系統為容錯控制系統。容錯控制具有使系統的迴授對故障不敏感的作用[1]。容錯控制方法一般可以分成兩大類，即被動容錯控制(passive

FTC)和主動容錯控制(active FTC)。

容錯控制可以追溯到提出完整性控制的新概念為標誌[2]，關於可穩定的文章是最早開始專門研究容錯控制的文章[3]，然而直到 1993 年國際上才出現了容錯控制的文章[1,4]，目前尚未見到國外有容錯控制的專著問世。

動態系統的故障檢測與診斷(Fault Detection and Diagnosis, FDD)是容錯控制的重要支撐技術之一。FDD 技術的發展已大大超前於容錯控制的發展，其理論與應用成果也遠遠多於容錯控制方面的成果。目前國際上每年發表的有關 FDD 方面的論文與報告在數千篇以上，基於解析備援的故障診斷技術被公認為起源於 1971[5]，第一篇 FDD 方面的綜述文章[6]，國際出版了上第一本 FDD 方面的學術著作[7]，這方面的重要綜述文章與著作[8-14]。

容錯控制發展至今只有 20 年左右的歷史，因此這是一門新興交叉學科。促使這門學科迅速發展的一個最重要的動力來源於航空航天領域。美國空軍從 70 年代起就不斷投入巨資支持容錯控制的發展，力求開發出具有高度容錯能力的戰鬥機，甚至在多個翼面受損時，也能夠保持戰鬥機的生存能力。

做為一門交叉性學科，容錯控制與強健控制、故障檢測與診斷、適應性控制、智慧型控制等有密切的聯繫。現代控制理論、信號處理、系統識別、最佳化方法、決策論、統計數學等構成了容錯控制的理論基礎。

經典容錯控制方法可分(1)被動容錯控制和(2)主動容錯控制。被動容錯控制大致可以分成(i)可穩定性、(ii)完整性和(iii)聯立穩定三種類型。可穩定性:使用多個補償器進行可穩定的概念是由 Siljak 最先提出的[3]，可穩定實際上是關於控制器的容錯問題，針對單個被控對象當採用兩個補償器時，存在可穩定解的充要條件是被控對象是強可穩定的(strongly stabilizable)即此對象可以被穩定的控制器所穩定[15]。然而，當被控對象不滿足強可穩定的條件時，補償器就會出現不穩

定的極點，受到過程雜訊的影響，閉迴路系統就會出現不穩定。前敘方法的另外一個缺點是，即使穩定性問題是可解的，怎樣設計這兩個補償器也是一個非常困難的問題。給出了設計兩個動態補償器的參數化方法，解決了上述部分問題[16]，以得到可穩定問題的解。此文還給出了把一個穩定的控制器分解成兩個並聯的動態補償器，進而實現可穩定問題的有效方法，其前提仍然是被控對象必須是強可穩定的。進一步給出了一個新穎的可穩定問題的求解方法，即使對不是強穩定的多變量系統依然有效，其設計考量是採用多個並列的動態補償器(可大於兩個)[17]。與傳統方法不同的是，這裡，每個補償器需要其它補償器的輸出信號，因此就需要輔助的感測器來觀測其它致動器的運行狀況[17]。綜上所述，可穩定問題已基本上趨於成熟。完整性:完整性問題也稱作完整性控制(integral control)，它一直是被動容錯控制中的熱門研究問題。此問題之所以有很高的應用價值，是因為控制系統中感測器是最容易發生故障的元件。此問題研究的一般都是 MIMO 線性非時變系統[18-20]。研究了關於致動器斷路故障的完整性問題，提出了求解靜態迴授增益陣的一種簡單的偽逆方法[19]。然而，該方法並不能保證故障狀態下的閉環系統是穩定的。基於 n 維線性特徵係數理論及參數空間設計方法，給出了關於致動器斷路故障的完整性問題的求解方法[20]。該方法的一個特點是可以在實現完整性的同時，在致動器的各種故障下，都可以將系統的閉環極點配置在預定的區域內。因此，此方法在滿足容錯控制的條件下還可以兼顧閉環系統的動態特性。該方法的一個缺陷是，當系統的維數大於 3 時，解析解就不再存在，只能採用數值解，並可能無解。由此可見，完整性問題還遠未徹底解決，缺乏有效地求解容錯控制律的構造型方法。尤其是對高維多變數系統。聯立可穩定:聯立可穩定有兩個主要作用，其一，當被控對象發生故障時，可以使其仍然保持穩定，具有容錯

控制的功能；其二，對非線性對象，經常採用線性控制方法在某一工作點上對其進行控制，當工作點變動時，對應的線性模型也會發生變化，此時，具有聯立可穩定能力的控制器就仍然可以可穩定被控對象，此問題十幾年來已引起了許多學者的關注[21-24]，1982年發表在IEEE AC[24]，是最早開始研究聯立可穩定問題的文章之一，在此方向上取得了重要進展，基於廣義的取樣數據保持函數。該文得到了如下結果：1)給出了聯立可穩定問題有解的充分條件，及其控制律的構造方法。2)給出了在滿足聯立可穩定的基礎上同時實現線性二次式最優控制的充分條件，以及相應的控制律的構造方法。

主動容錯控制 主動容錯控制在故障發生後需要重新調整控制器的參數。也可能需要改變控制器的結構，多數主動容錯控制需要 FDD 子系統。少部分不需要 FDD 子系統。但需要已知各種故障的先驗知識，主動容錯控制這一概念正是來源於需要對發生的故障進行主動處理這一事實，眾多的 FDD 方法可以分成基於定性模型的方法與定量模型的方法兩大類。經過近 30 年的發展，FDD 技術已日趨成熟，所提出的各種方法詳見[5-11]，主動容錯控制大致可以分成三大類：(i)控制律重新調度；(ii)控制器重構設計，和(iii)模型跟隨重組控制。(i)控制律重新調度：這是一類最簡單的也是最近幾年才發展起來的主動容錯控制方法，其基本思想是離線計算出各種故障下所需的合適的控制律的增益參數，並列表儲存在計算機中。當基於在線 FDD 技術得到了最新的故障信號後，就可以挑選出一個合適的增益參數，得到容錯控制律[25,26]，顯然，採用實時專家系統進行增益調度將會產生很好的效果。這類控制方法特別適合於具有多個備援機翼的戰鬥機的容錯控制[4,25]。(ii)控制律重構設計：在 FDD 單元確診故障後，在線重組或重構控制律，這是一個目前很受關注的研究方向，現有的成果還比較少[1,27]，採用控制混合器的概念，

設計了一個具有自修復功能的飛行控制系統[27]。當診斷出某個機翼受損時，可以重新分配其應盡的作用到剩餘的致動器中。該文還提出了一種控制器的重新設計技術，通過極大化一個頻域的性能指標，來重建控制律。給出了一種飛機的模型參考容錯控制方法[28]，針對飛機的元件故障，該文用檢測濾波器理論設計了相應的故障檢測器和故障參數估計器。在此基礎上，用李亞普諾夫(Lyapunov)方法設計了模型參考容錯控制律，保證在發生內部故障時，飛機穩定飛行。該文還提出了一種分析這類容錯控制系統穩定性的隨機微分方程方法，其主要結果是，由於隨機微分方程的參數是隨時間的變化而隨機變化的，所以此方程可以由馬爾可夫過程(Markov process)來描述，提出了一種基於實時專家系統的容錯監督控制方法[29]。其基本思想是，使用基於影響圖的實時專家系統監督系統的運行，系統正常運行時，採用模型參考學習自適應控制律，以提高控制精度；當檢測到系統已處於不穩定的邊沿時，將控制律實時切換到一種簡單的 PID(比例-積分-微分)控制器，仍然使系統保持穩定。(iii)模型跟隨重組控制：這類主動容錯控制的基本原理是，採用模型參考自適應控制的思想，使得被控過程的輸出始終自適應地跟蹤參考模型的輸出，而不管是否發生了故障，因此，這種容錯控制不需要 FDD 單元，當發生故障後，實際被控過程會隨之發生變動，控制律就會相應地自適應地進行重組，保持被控對象對參考模型輸出的跟蹤[30-32]，可以看出，這類容錯控制是採用隱含的方法來處理故障的，進一步提出了一種基於模糊學習系統的專家監督控制方法[33]，用於 F-16 戰鬥機的容錯控制，其基本控制器是由參考模型、模糊控制器及模糊學習模塊構成的，稱為模糊模型參考學習控制器，模糊學習模塊使這一控制器具有上述模型跟隨重組控制的基本功能。在此基礎上，通過與一個 FDI 模塊相結合，可以在線選擇合適的參考模型和模糊控制器的輸出增益，

進一步提高了容錯控制能力，因此，該方法也可以看成是模型跟隨重組控制與控制律重構設計的一種有機結合。

強健容錯控制，不管是主動容錯控制，還是被動容錯控制，都需要具有關於模型不確定性與外界擾動的強健性，被動容錯控制的核心就是強健性，以使閉環系統對各類故障不敏感，目前主動容錯控制面臨的兩個具有挑戰性的問題就是[32]: 1)基本控制器應具有強健性，在控制律重構期間使系統保持穩定；2)單元應具有強健性，以減少誤報與漏報，減少故障檢測時間，因此，強健容錯控制問題近年來受到了高度重視[1,34]，已成為目前容錯控制領域的熱門研究方向。

非線性系統的故障診斷與容錯控制，由前敘的分析可知，被動容錯控制均不採用FDD技術，因此也就不能提供系統的故障訊號。在發生故障後，與系統正常運行時相比，被動容錯控制系統的性能(至少是動態性能)會有所下降，另外，經典的被動容錯控制討論的對象都是線性系統。為了克服上述缺陷，將FDD技術與被動容錯控制相結合，提出了一種關於非線性系統感測器故障的集成故障診斷與容錯控制方法[35,36]，此方法的優點：1)可處理多種感測器故障，包括斷路、增益衰減、加性與乘性偏差等，因此克服了傳統的完整性控制問題只能處理失效故障的缺陷；2)在發生故障時，閉環系統的性能指標幾乎不受影響；3)適用於一大類(帶隨機雜訊的)非線性系統；4)不管對低維還是高維系統，設計方法都同樣簡單[36]。此外，採用非線性狀態空間模型，提出了一種關於都市交通網絡系統的容錯控制方法，在系統發生某些故障時，可以保持系統的穩定[37]。提出了一種基於預測控制的致動器容錯控制方法，並用某一飛機操縱系統的模型進行了仿真研究[38]。給出了一種基於自適應神經元網絡的非線性系統的容錯控制方法，通過採用一個輔助的回路，來補償系統中較大的輸入輸出擾動[39]。

在容錯控制理論的應用成果上，儘管容

錯控制理論不像FDD技術那樣已經在眾多的領域取得了大量應用成果，但仍然取得了一些重要的應用成果。容錯控制做為一門新興的交叉學科，其學科意義就是要盡量保證動態系統在發生故障時仍然可以穩定運作，並具有可以接受的性能指標。因此，容錯控制為提高複雜動態系統的可靠性開闢了一條新的途徑。由於任何系統都不可避免地會發生故障，因此，容錯控制也可以看成為是保證系統安全運行的最後一道防線。除前敘介紹的強健容錯控制以外，當前容錯控制中的熱門問題還有以下一些，1)快速FDI方法的研究。故障檢測與分離都需要一定時間，造成了一定的時延，這段時延越短，對控制律的重構設計就越有利。這段時延有可能會產生非常嚴重的穩定性問題，除非原來的基礎控制器本身就具有很高的完整性和很強的強健性[4]。2)強健故障檢測與強健控制的集成設計問題，強健故障檢測的目標是，在一定的模型不確定性下，檢測出盡可能小的故障，強健控制的目標是使得控制器對模型不確定性與微小的故障不敏感。因此，這兩者存在著矛盾，而它們都是強健容錯控制的基本問題。所以說，把強健故障檢測與強健控制進行統一設計，把上面的兩種目標進行折衷，已成為熱門研究課題。3)控制律的在線重組與重構方法。做為主動容錯控制的一種最重要的方法，控制律的在線重組與重構已成為當前容錯控制領域的熱點研究方向之一，只有在被控對象發生變動時，實時調整控制器的結構與參數，才有可能達到最優的控制效果[29,30]。4)主動容錯控制中的強健性分析與綜合方法。在主動容錯控制中，需要同時做到:a)基礎控制器具有強健性，b)故障檢測與診斷算法具有強健性，c)重組或重建的控制律具有強健性。這三個方面的相互作用使得對主動容錯控制的整體強健性分析變得非常困難[1]。除了上述熱門研究方向以外，因現有的理論結果還非常有限，容錯控制領域還有一些難點問題。

1)非線性系統的容錯控制。這裡的主要難點

是：a)對非線性系統缺乏一般性的控制器綜合方法,b)非線性系統的 FDD 問題還沒有得到完全解決。

2)時滯動態系統的容錯控制。非線性時滯系統的容錯控制還沒有任何結果，線性時滯系統容錯控制的結果還非常有限。

3)對高維、時變多變數系統的完整性控制問題。此問題目前還沒有任何結果，傳統的完整性問題研究的對象都是線性定常系統。

4)自適應容錯控制問題。其學術上的難點是，自適應控制系統是本質非線性系統，因此自適應容錯控制屬於非線性容錯控制的範疇，此問題也還沒有任何結果。

現代系統正朝著大規模、複雜化的方向發展，同時，人們迫切需要提高現代系統的可靠性與安全性。基於分析備援(redundancies)的動態系統的故障診斷與容錯控制則為提高複雜系統的可靠性開闢了一條新的途徑。隨著對控制系統可靠性和安全性要求的提高，容錯控制系統的研究得到了廣泛的重視。目前針對容錯控制的研究已取得了不少成果，並且作為容錯控制有力手段的完整性設計，也得到越來越深入的研究[40]。控制系統的完整性是指系統中一個或多個部件發生故障時，系統利用餘下的部件仍然能穩定工作的特性，因不需額外增加備援(redundancies)結構，也不需完全依賴於故障檢測與診斷，兼顧實用性與理論性，已成為容錯控制的一種有力手段[41]。近年來，關於不確定控制系統完整性設計的研究成果很多[42,43]。這些文獻大多都是基於狀態回授設計控制器，需要求解黎卡迪(Riccati)方程或者多個矩陣不等式，而且所考慮的被控對象及故障模型都比較理想，與實際系統相比有很大差距，另外，這些算法對故障類型的確定也完全依賴於系統故障檢測與診斷(Fault Detection and Diagnosis, FDD)結果。針對這些問題，本文基於線性矩陣不等式(Linear Matrix Inequality, LMI)設計了輸出回授控制器。避免了採用狀態回授設計時為獲得全部狀態而引入觀測器所帶來的計算量，

同時本文中考慮了致動器機構和感測器的故障以及 FDD 的不確定性，避免了控制器對 FDD 結果的完全依賴，最後將該強健容錯控制方法應用於微衛星姿態控制系統中，並進行模擬，模擬結果顯示該方法對衛星姿態控制系統致動器機構和感測器故障狀況下具有很好強健性，能夠滿足姿態控制要求，執行方法較具有備援結構傳統在工程上更具實用性。

本文內容結構如下：第二節問題闡述，第三節為強健容錯控制主要結果，第四節為強健容錯控制在衛星姿態控制中的應用，第五節為衛星強健容錯控制姿態模擬，最後一節為未來展望、實現與結論。

二、問題描述

當系統致動器機構和感測器發生故障時，利用系統 FDD 結果，同時考慮 FDD 過程中的不確定性，建立線性離散系統模型

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + B_\xi \xi_k + B_u \sum_a (1 + \Gamma_a \Delta_a) u_k \\ v_k = C_v x_k + D_{v\xi} \xi_k + D_{vu} \sum_a (1 + \Gamma_a \Delta_a) u_k \\ y_k = \sum_s (1 + \Gamma_s \Delta_s) C_y x_k + \sum_s (1 + \Gamma_s \Delta_s) D_{y\xi} \xi_k \end{cases} \quad (1)$$

其中： I 為相應的單位矩陣， $x \in \mathbb{R}^n$ 為系統狀態變數， $u \in \mathbb{R}^p$ 為系統控制輸入， $y \in \mathbb{R}^q$ 為系統測量輸出向量， $v \in \mathbb{R}^r$ 為系統受控輸出向量， $\xi \in \mathbb{R}^\xi$ 為系統干擾， $\sum_a$ ， $\sum_s$ 分別為 FDD 結果中致動器機構和感測器的故障大小， Δ_a ， Δ_s 為未知的擾動函數且 $\|\Delta\|_\infty \leq 1$ ， Γ_a ， Γ_s 分別表示， Δ_a ， Δ_s 的攝動界函數。系統在攝動的狀況下保證 $(A, B_u \sum_a (I + \Gamma_a \Delta_a))$ 可控制， $(\sum_s (1 + \Gamma_s \Delta_s) C_y, A)$ 可觀測。

將系統(1)中的不確定性提出，經整理後新系統狀態空間表示式為

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + B_1 w_k + B_2 u_k \\ z_k = C_1 x_k + D_{11} w_k + D_{12} u_k \\ y_k = C_2 x_k + D_{21} w_k \end{cases} \quad (2)$$

其中： $B_1 = [B_u \sum_a \Gamma_a \quad 0 \quad B_\xi]$ ， $B_2 = B_u \sum_a$ ，

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \Sigma_s \Gamma_s C_y \\ C_v \end{bmatrix},$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_s \Gamma_s D_{y\xi} \\ D_{vu} \Sigma_a \Gamma_a & 0 & D_{v\xi} \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \\ D_{vu} \Sigma_a \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \Sigma_s C_y, \quad D_{21} = [0 \quad I \quad \Sigma_s D_{y\xi}],$$

$$z_k = \begin{bmatrix} u_k \\ \Sigma_s \Gamma_s (C_y x_k + D_{y\xi} \xi_k) \\ v_k \end{bmatrix}$$

$$w_k = \begin{bmatrix} \Delta_a u_k \\ \Delta_s \Sigma_s \Gamma_s (C_y x_k + D_{y\xi} \xi_k) \\ \xi_k \end{bmatrix}$$

系統採用強建輸出回授控制器，則強建控制器表示式如下

$$(3) \quad \begin{cases} \hat{x}_{k+1} = A_c \hat{x}_k + B_c y_k \\ u_k = C_c \hat{x}_k + D_c y_k \end{cases}$$

其中： $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ 為是控制器的狀態， A_c, B_c, C_c

和 D_c 是待確定的控制器的參數矩陣，此時，

由輸出回授控制器(3)和線性不確定系統(2)所組成的閉迴路系統為

$$(4) \quad \begin{cases} \eta_{k+1} = A_{cl} \eta_k + B_{cl} w_k \\ z_k = C_{cl} \eta_k + D_{cl} w_k \end{cases}$$

$$\text{其中：} \eta = \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix}, \quad A_{cl} = \begin{bmatrix} A + B_2 D_c C_2 & B_2 C_c \\ B_c C_2 & A_c \end{bmatrix},$$

$$B_{cl} = \begin{bmatrix} B_1 + B_2 D_c C_{21} \\ B_c D_{21} \end{bmatrix}, \quad C_{cl} = [C_1 + D_{12} D_c C_2 \quad D_{12} C_c],$$

$$D_{cl} = D_{11} + D_{12} D_c D_{21}$$

當系統致動器機構和感測器發生故障失效時具有完整性，對不確定性參數具有強健性而且滿足預先給定的干擾衰減指標約束的輸出反授控制設計問題即為：對於系統(2)給定強健干擾衰減指標 γ ，求取輸出回授控制(3)，使得閉迴路系統(4)對於任意故障均保持漸近穩定，且從 w 至 z 的轉移函數的 H_∞ 之

范數小於 γ ，即 $\frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} \leq \gamma$ 。

三、強健容錯控制主要結果

引理 1[5] $\gamma > 0$ 存在控制器(3)，使得閉迴路系統(4)從 w 至 z 的轉移函數的 H_∞ 之范數小於 γ ，且閉迴路系統矩陣 A_{cl} 是穩定陣的充分必要條件是存在 $X = X^T$ ，滿足線性矩陣不等式

$$\begin{bmatrix} X & XA_{cl} & XB_{cl} & 0 \\ * & X & 0 & C_{cl}^T \\ * & * & -\gamma I & D_{cl}^T \\ * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (5)$$

(5)式中*表示矩陣元素斜對稱對應再取轉置。

定理 1 對於系統(2)，存在一個輸出回授 H_∞ 控

製器，若存在矩陣 $X = X^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ， $Y = Y^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ， $L \in \mathbb{R}^{n \times q}$ ， $M \in \mathbb{R}^{p \times n}$ ， $N \in \mathbb{R}^{p \times q}$ ， $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ，使得線性矩陣不等式

$$\begin{bmatrix} Y & I & AY + B_2 M & A + B_2 N C_2 & B + B_2 N D_{21} & 0 \\ * & X & K & AX + L C_2 & XB_1 + L D_{21} & 0 \\ * & * & Y & I & 0 & (C_1 Y + D_{12} M)^T \\ * & * & * & X & 0 & (C_1 + D_{12} N C_2)^T \\ * & * & * & * & -\gamma I & (D_{11} + D_{12} N D_{21})^T \\ * & * & * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (6)$$

成立，利用奇異值分解 $UV^T = I - XY$ ，則存在矩陣

$$\begin{bmatrix} A_c & B_c \\ C_c & D_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U & XB_2 \\ 0 & I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K - XAY & L \\ M & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^T & 0 \\ C_2Y & I \end{bmatrix} \quad (7)$$

滿足控制器(3)，使得閉環系統(4)漸進近穩定，從 w 至 z 的轉移函數的 H_∞ 之范數小於 γ 。

證明：在引理 1 中，為了避免矩陣 X 的非線性特性，令 $X = X^T$ ， $Y = Y^T$ 滿足

$$X = \begin{bmatrix} X & U \\ U^T & P \end{bmatrix}, \quad X^{-1} = \begin{bmatrix} Y & V \\ V^T & Q \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y & V \\ V^T & 0 \end{bmatrix},$$

根據 $XX^{-1} = I$ ，可得

$$\begin{cases} XY + UV^T = I \\ Y^T U + VP^T = 0 \end{cases} \quad (8)$$

由式(8)可得，

$$Y^T X = \begin{bmatrix} YX + UV^T & YU + VP^T \\ X & U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ X & U \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$Y^T XY = \begin{bmatrix} Y & I \\ XY + UV^T & X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y & I \\ I & X \end{bmatrix}$$

再將式(5)右乘 Y ，左乘 Y^T ，滿足

$$\begin{bmatrix} Y^T XY & Y^T XA_{cl}Y & Y^T XB_{cl} & 0 \\ * & Y^T XY & 0 & Y^T C_{cl}^T \\ * & * & -\gamma I & D_{cl}^T \\ * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

提出上式中包含閉迴路系統矩陣的項，利用式(9)進行展開，則開路系統矩陣與閉迴路系統矩陣表示為

$$\begin{bmatrix} Y^T XA_{cl}Y & Y^T XB_{cl} \\ Y^T C_{cl}^T & D_{cl}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} AY & A & B_1 \\ 0 & XA & XB_u \\ C_1Y & C & D_{11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_2 \\ I & 0 \\ 0 & D_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K & L \\ M & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & D_{12} \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中

$$\begin{bmatrix} K & L \\ M & N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U & XB_2 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ C_c & D_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^T & 0 \\ C_2Y & I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} XAY & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

將(12)代入(11)後，再將(9)，(11)代入(10)，即可得式(6)，由(12)即可得(7)。本定理的推導根源是界實引理(Bounded Real lemma)，即引理 1，因此。由求解線性矩陣不等式(6)得到的滿足控制器(3)的控制陣(7)是滿足系統(4)漸近穩定的充要條件。

四、強健容錯控制在衛星姿態控制中的應用

在三軸穩定衛星姿態控制系統中，採用四個獨立噴嘴，結合三軸的推力產生三軸推力矩陣，作為致動器機構，陀螺儀和星光感測器作為感測器，由動力學方程建立系統模型[44,45]

$$\begin{cases} u_1 + T_{d1} = J_{11}\ddot{\phi} - \omega_0(J_{11} - J_{22} + J_{33})\dot{\psi} + 4\omega_0^2(J_{22} - J_{33})\phi \\ u_2 + T_{d2} = J_{22}\ddot{\theta} + 3\omega_0^2(J_{11} - J_{33})\dot{\theta} \\ u_3 + T_{d3} = J_{33}\ddot{\psi} + \omega_0(J_{11} - J_{22} + J_{33})\dot{\phi} + \omega_0^2(J_{22} - J_{11})\psi \end{cases} \quad (13)$$

其中： J_{ii} ($i=1,2,3$) 為微衛星三個慣性主軸轉動慣量， ϕ ， θ 和 ψ 分別為衛星滾動、俯仰、偏航角， T_{di} 和 u_i 分別為三軸的干擾力矩和控制力矩， ω_0 為軌道角速度， $\dot{\phi}$ ， $\dot{\theta}$ 和 $\dot{\psi}$ 表示衛星本體角速度。令 $q = [\phi \ \theta \ \psi]^T$

將系統式(13)寫成矩陣形式為

$$A_2\ddot{q} + A_1\dot{q} + A_0q = F_d d + F_u u \quad (14)$$

其中：

$$A_0 = \omega_0 \begin{bmatrix} 4(J_{22} - J_{33}) & & \\ & 3(J_{11} - J_{33}) & \\ & & (J_{22} - J_{11}) \end{bmatrix},$$

$$A_1 = \omega_0 (J_{11} - J_{22} + J_{33}) \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} J_{11} & & \\ 0 & J_{22} & \\ & & J_{33} \end{bmatrix}, \quad F_d = F_u = I$$

在系統狀態空間表示式(2)中，選取狀態變量和系統受控輸出向量分別為

$$x = [q^T \quad \dot{q}^T]^T, \quad \eta = [\ddot{q}^T \quad \dot{q}^T \quad q^T]^T$$

系統測量輸出向量 y 為陀螺測量輸出角速度和星光感測器輸出測量角度，相對應系統矩陣如下

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -A_2^{-1}A_0 & -A_2^{-1}A_1 \end{bmatrix}, \quad B_\xi = \begin{bmatrix} 0 \\ -A_2^{-1}F_d \end{bmatrix},$$

$$B_u = \begin{bmatrix} 0 \\ -A_2^{-1}F_u \end{bmatrix}, \quad C_z = \begin{bmatrix} -A_2^{-1}A_0 & -A_2^{-1}A_1 \\ 0 & I \\ I & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{z\xi} = \begin{bmatrix} A_2^{-1}F_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{zu} = \begin{bmatrix} A_2^{-1}F_u \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_y = D_{y\xi} = I$$

五、衛星強健容錯控制姿態模擬

衛星運動座標方向如圖 1(a)所示，衛星的 4 個推力噴嘴置於 $x-y$ 平面傾斜 λ 角度，噴嘴方向朝 $-z$ 方向，排列成正方形相距離 d 。燃料槽於噴嘴 $x-y$ 平面 l 距離 $+z$ 方向於衛星重心位置，如圖 1(b)，(c)所示。使用 Matlab/Simulink[®] 模擬中使用 FDD 結果得到 Σ_a ， Σ_s 選取 $\Gamma_a = I_{3 \times 3}$ ， $\Gamma_s = I_{6 \times 6}$ ，致動器機構故障發生時刻為 $t = 50 \text{ sec}$ ，感測器故障發生的時刻為 $t = 300 \text{ sec}$ ，圖 2 所示為微衛星姿態變化率響應，圖 3 所示為微衛星姿態角響應，任務中微衛星目標穩定精度為

0.3 rad/sec ，目標指向精度為 0.1 deg 。

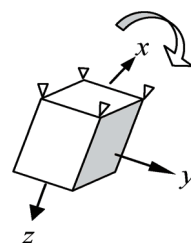


圖 1 (a) 衛星運動座標方向

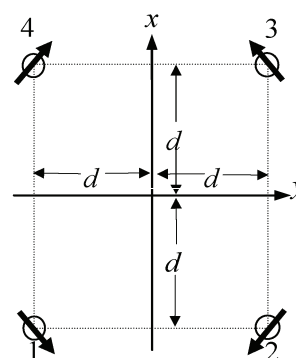


圖 1 (b) 衛星衛星的 4 個推力噴嘴置於 $x-y$ 平面噴嘴方向朝 $-z$ 方向，排列成正方形相距離 d

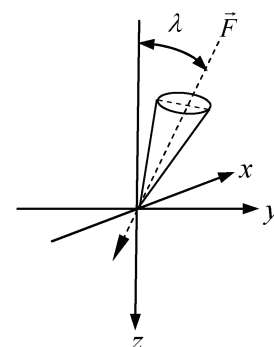


圖 1 (c) 衛星衛星的 4 個推力噴嘴置於 $x-y$ 平面傾斜 λ 角度

表 1 衛星三個慣性主軸轉動慣量與噴嘴幾何參數

$J_{11} = 5.5384 \text{ kg-m}^2$, $\lambda = 5 \text{ deg}$
$J_{22} = 5.6001 \text{ kg-m}^2$, $l = 0.5 \text{ m}$
$J_{33} = 4.2382 \text{ kg-m}^2$, $d = 0.1 \text{ m}$

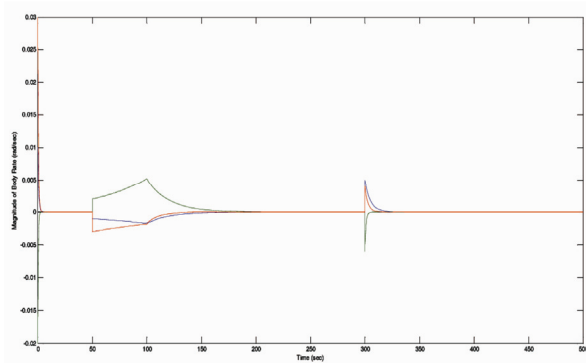


圖 2 微衛星強健故障容錯姿態變化率響應

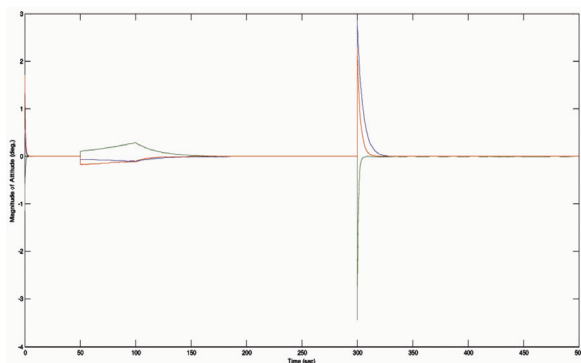


圖 3 微衛星強健故障容錯姿態角響應

六、結論

經過 30 多年的發展，容錯控制已經取得了很大的進展，並正處於快速發展之中，但容錯控制還遠未成熟，還沒有建立起完整的理論體系，尤其在應用方面還有許多問題有待解決，還需要大家繼續努力，可謂任重而道遠。

七、謝誌

作者們感謝國科會專題研究案 NSC 99-2221-E-344-002 和國家太空中心的計畫任務發展及規劃案 NSPO-S-099135，關於工程技術諮詢、協助及研究經費上的贊助，並順利完成專題研究案。

八、參考文獻

1. Patton R. J., "Robustness in fault tolerant control," *Processing of International Conference on Fault Diagnosis*, Toulouse, France, 1993, pp.1081-1117.

2. Niederlinski A., "A heuristic approach to the design of interacting multi-variable system," *Automatica*, vol.7, pp.691-701, 1971.
3. Saljak D. D., "Reliable control using multiple control system," *International Journal of Control*, vol.31, pp.303-329, 1980.
4. Patton R.J., "Fault-tolerant control: the 1997 situation," *Processing of IFAC/IMACS symposium on Fault Detection and Safety for Technical Process*. Hull, England, pp.1033-1055, 1997.
5. Beard R V., "Failure accommodation in linear system through self- reorganization," Man Vehicle Laboratory, MIT, Cambridge, MA Rep. MTV-71-1, 1971.
6. Willskyi Alan S., "A Survey of Design Methods for Failure Detection in Dynamic Systems," *Automatica*, Vol. 12, pp. 601-611, 1976.
7. Himmelblau D M. "Failure Detection and Diagnosis in Chemical and Petrochemical Process," A Amsterdam : Elsevier Press. 1978.
8. Gertler, J.J., "Survey of model-based failure detection and isolation in complex plants," *IEEE Control Systems Magazine* , vol.8, No.6, pp.3-11, 1988.
9. Isenmann R., "Process fault detection based on modeling and estimation method m a survey," *Automatica*, vol.20, No.4, pp.387-404, 1984.
10. Frank P M., "Fault diagnosis in dynamic system using analytical and knowledge-based redundancy-A survey and some new results," *Automatica*, vol.26, No.3, pp.459-474, 1990.
11. Isermann, R., " Fault diagnosis of machines via parameter estimation and knowledge processing," *Automatica*, Vol.

- 29, No. 4, pp. 815-835, 1993.
12. Basseville M., "Detection of Abrupt Changes in Signals and Dynamical Systems," Springer, Berlin, 1986.
 13. Ron Patton, Paul M. Frank, "Fault Diagnosis for Dynamic Systems," Springer, London Berlin, 2000.
 14. Xue Jun Zhang, "Auxiliary signal design in fault detection and diagnosis," Springer, 1989.
 15. Vidyasagar M, and N Viswanadham, "Reliable Stabilization Using a Multi-controller Configuration," Automatica, vol.21, pp. 599-602, 1985.
 16. Gundes A N., "Controller design for reliable stabilization," Processing of 12th IFAC World Congress, vol.4, pp.1-4, 1993.
 17. N. Sebe and T. Kitamori, "Reliable stabilization based on a multi-compensator configuration," Processing 12th IFAC World Congr., vol. 4, Sydney, Australia, 1993, pp.5-8.
 18. Morari, M., "Robust Stability of Systems with Integral Control," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC-30. No. 6, pp.574-588, 1985.
 19. Nwokah O D I, Yau C H, and Perez R A., "Robust integral stabilization and regulation of uncertain multivariable systems," Processing of 12th IFAC World Congress, vol.4 , pp.13-17, 1993.
 20. Ye Y. Z., "Fault-Tolerant Pole Assignment for Multivariable System Using a Fixed State Feedback," Control Theory and Applications, vol.10, no. 2, pp.212-218, 1993.
 21. A.W. Olbrot, "Robust stabilization of uncertain system by periodic feedback," International Journal of Control, vol.45, pp.747-758, 1987.
 22. Sacks, R. and Murray, J., "Fractional representation, algebraic geometry, and the simultaneous stabilization problem," IEEE Transactions on Automatic Control, vol.27, no. 4, pp. 895- 903, 1982.
 23. Khargonekar, P.P., Pascoal, A.M. and Ravi, R., "Strong, simultaneous, and reliable stabilization of finite-dimensional linear time-varying plants," IEEE Transactions on Automatic Control, vol.33, no. 12, pp. 1158-1161, 1988.
 24. Kabamba, P.T. and Yang, C., "Simultaneous controller design for linear time-invariant systems," IEEE Transactions on Automatic Control, vol.36, no. 1, pp. 106-111, 1991.
 25. McLean D., "Application of Precomputed Control laws in. Reconfigurable Aircraft Flight Control Systems," AIAA Journal of Guidance, Navigation and Control, vol.12, pp. 325-333, 1989.
 26. Rugh, W.J., "Analytical framework for gain scheduling," IEEE Control System, vol.11, no. 1, pp. 79-84, 1991.
 27. Huber, R. R. and McCulloch, B., "Self-Repairing Flight Control System," SAE Technical Paper Series, 841552, Processing of Aerospace Congress Exposition.
 28. R. Srichander and B. K. Walker, "Stochastic Stability Analysis for Continuous-Time Fault Tolerant Control Systems," International Journal of Control, vol.57, no. 3, pp.433-452, 1993.
 29. Ramamurthi, K . and A.M. Agogino, "Real-Time Expert Systems for Fault Tolerant Supervisory Control," Journal of dynamic systems, measurement, and control, vol. 115, no,2, pp. 219-227 ,1993.
 30. Napolitano, Marcello R and Swaim, Robert

- L, "A new technique for aircraft flight control reconfiguration," *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, Boston, MA, Technical Papers. Part 1; 14-16 Aug. 1989. pp. 1-9. 1989.
31. Chien, Y. H. and R. F. Stengel, "Restructurable Control Using Proportional-Integral Implicit Model Following," *Guidance, Navigation and Control Conference*, Vol. 13 , No. 2. (1990), pp. 303-309.
32. Morse, W D and Ossman, K A, "Model following reconfigurable flight control system for the AFTI/F-16," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. vol. 13, no. 6, pp. 969-976. 1990.
33. Kwong, W.A., "Expert supervision of fuzzy learning systems for fault tolerant aircraft control," *Proceedings of the IEEE*, vol.83, no.3, pp.466-483, 1995.
34. Patton R J. and Chen J., "Robust fault detection and isolation systems," in *Control and Dynamic Systems* (Leondes C ed.). Mita Press, vol.74, pp.171-224, 1996.
35. Zhou, D.H. Frank, P.M., "Fault diagnostics and fault tolerant control," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol.34, no.2 ,pp.420 - 427,1998.
36. Zhou, D.H., Su, Y.X., Xi, Y.G., and Zhang, Z.J., "Extension of Friedland's separate-bias estimation to randomly time-varying bias of nonlinear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.38, no.8 ,pp.1270 - 1273,1993.
37. Zhengfang Chen and Chang, T., "Modeling and fault-tolerant control of large urban traffic networks," *Proceedings of American Control Conference*, vol.4, ,pp.2469 - 2472,1997.
38. Huzmezan M., and Maciejowski J. M., "Reconfigurable flight control during actuator failure using predictive control," *Processing 12th IFAC World Congr.*, pp.301-306, 1999.
39. Noriega, J.R., and Hong Wang, "A direct adaptive neural-network control for unknown nonlinear systems and its application," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol.9, no.1 , pp.27 - 34,1998.
40. Kyucheo E., Hakyoun C. and Jang G. L., "Point stabilization of mobile robots via state-space exact feedback linearization," *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, vol.16, no.5, pp.353-363, 2000.
41. Theocharis K. B., Thomas G. H., "High—performance induction motor speed control using exact feedback linearization with state and State derivative feedback," *IEEE Trans On Power Electronics*, vol. 19, no.4, pp.1022-1028, 2004.
42. Wang Jiang, Li Tao, Zeng Qiming, et al, "The research of state variable feedback linearization method on the CCM boost converter and nonlinear control law," *Processing of the CSEE*, vol.25, no.2, pp.87-92, 2005.
43. Fang Y. W., and Han C., "SISO nonlinear system H_{∞} control : an approach of volterra series," *Control Theory & Applications*, vol.17, no.4, pp.561-564, 2000.
44. Han Chongzhao, and Cao J. F., "Study on stability of nonlinear control system based on generalized frequency response function," *Control Theory & Applications*, vol.13, no.5, pp.573-582, 1996.
45. Shou H. N. and Lin C. T., "Micro-Satellite

Attitude Determination: Using Kalman Filtering of Magnetometer Data Approach,” *IEEE Processing of International Symposium on Computer, Communication, Control and Automation*, pp.169-171, 2010.

46. Zames G., “Feedback and Optimal Sensitivity Model Reference Transformation Multiplicative Seminoms and Approximate Inverses,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.26, no.2, pp.301-320, 1981.