

以複材補片修補含裂縫鋁板之分析

Analysis of Composite Patch Repair to a Cracked Aluminum Sheet

黃俊榮¹、崔兆崇²、吳信緯²、周玉端³、周炳煌¹

空軍航空技術學院 飛機工程系¹

成功大學 航空太空工程學系²

永達技術學院 機械工程系³

Chun-Jung Huang¹, Siu-Tong Choi², Shin-Wei Wu², Yu-Tuan Chou³, Biing-Hwang Jou¹

Department of Aircraft Engineering, Air Force Institute of Technology¹

Department of Aeronautics and Astronautics, National Cheng Kung University²

Department of Mechanical Engineering, Yung Ta Institute of Technology³

摘要

本文主要之目的為以有限元素法計算具一裂縫且經複材補片修補之鋁合金平板的應力強度因子。在本文中利用有限元素套裝軟體 ANSYS 進行模型的建構及後處理分析，經由分析結果可以得到經修補後之鋁合金平板於裂縫尖端的應力強度因子，並由應力強度因子的高低可以判斷複合材料補片修補的成效。在分析過程當中我們考慮不同的裂縫長度及補片寬度、高度和厚度，找出經修補後裂縫尖端的應力強度因子，小於材料破壞韌性的最小體積之補片。由分析結果可知修補時增加複材補片之寬度的修補效果比增加補片之高度的效果好；此外，當複材補片的厚度及寬度固定時，隨著補片高度的增加，裂縫尖端的應力強度因子先下降後上升，顯示複材補片的高度有一適當值使得應力強度因子為最小。

關鍵字：應力強度因子、複合材料補片、有限元素法

Abstract

In this paper, finite element analyses are performed for bonded composite patch repair of centre cracked aluminum sheet to reduce the stress intensity factor at the crack tip for the aluminum sheet. The finite element package ANSYS is used to compute the stress intensity factor. Effectiveness of composite patch repair is measured by achievable reduction of the stress intensity factor at the crack tip. Composite patch with various widths, heights, and thicknesses are used to repair an aluminum sheet with a crack of different lengths. The aim of this research is to find out the smallest size of composite patch, with which the stress intensity factor at the crack tip is lower than the fracture toughness of the material. It is found that for repairing, increasing the width of composite patch is more effective than increasing

its height, and that when the thickness and width of composite patch are fixed, the stress intensity factor at the crack tip first decreases then increase as the patch height increases.

Keywords : stress intensity factor; composite patch; finite element method

一、前言

飛機金屬結構經過長時間的使用，由於疲勞或材料腐蝕所造成之裂縫，在損傷產生的初期若不及早修復或補強，將對安全造成嚴重之威脅。結構體的部份構件在受到損傷後可能無法更換，而必須以修補的方式進行補強。一旦結構件因受外力致產生裂縫，其強度即隨裂縫的增長而降低；當裂縫成長至某一臨界長度時，此結構件即有斷裂破壞之危險，須儘早加以修補，以維持結構的安全及可用性，此即修補工作之重要性與必要性。

近年來藉由黏著技術與纖維複合材料的開發，在具有裂縫的結構上進行修補可提供有效的補強效果。利用黏著劑結合複合材料補片貼附在金屬結構件的缺陷部位，主要的觀念在於重新安排負載的傳遞路線，使其能繞過缺陷或裂縫處，讓裂縫尖端之破壞程度減少，進而降低裂縫附近因負載所產的應力或能量分佈，以阻止裂縫成長。有效的膠合補片設計必須能降低裂縫尖端的應力強度因子(stress intensity factor)，阻止裂縫的成長。

複合材料具有較高的比強度(specific strength)和比勁度(specific stiffness)及抗腐蝕，且應用於結構件之複合材料層板的性質，如疊層的纖維方向及疊層的數目可依設計者的需求做調整，因此廣泛地被運用在航太產業上面。因為複合材料補片較鋁合金補片輕且強度較大，使用複合材料修補損傷構件已成為重要的補強方法之一；複合材料補片的重量比鋁合金補片輕 25%左右。複合材料補片最多採用的為硼/環氧基複合材料(boron/epoxy)及石墨/環氧基複合材料(graphite/epoxy)。

修補裂縫有多種方式，最常使用的修補

方式為鉚釘接合，但因為修補過程需要對原已損傷的結構鑽孔，可能會使結構造成更大的傷害。複合材料膠合修補提供相當多的優點，其中包括改善結構因為裂縫所造成之破壞、降低腐蝕、可減少因為修補對飛機外形的影響、能提供出比鉚釘修補更好的連結性質且方便鏟除，因此使用複合材料修補已逐漸成為趨勢。

有限元素法在工業界的應用從 1940 年開始發展。近年來，電腦科技發展迅速，CPU 及記憶體等級不斷提升，使用有限元素法做為電腦輔助工程分析的工具扮演著相當重要的角色。電腦輔助分析乃運用電腦快速運算的能力，來進行產品設計開發的一種技巧，可大大節省成本及所需時間；而且一旦建立有效且正確的模擬分析程序，在結構有不同的施力或材料性質的狀態下，只需藉助參數的分析便可獲得相當準確的結果。Baker [1]開始以有限元素法對飛機結構做修補的分析，發現以複合材料補片來修補具有裂縫的金屬結構有非常多的優點。使用複合材料對結構進行修補由此開始發展，以有限元素法對於具有裂縫的結構做修補的計算也逐漸開始。

Mitchell 等[2]使用有限元素法分析以複合材料補片修補裂縫的問題，建立修補的二維模型，在數值分析結果與實驗結果比較後，發現使用有限元素分析有很好的準確性。Jones 與 Callinan [3]使用有限元素分析膠合式修補，指出膠合式修補可以有效將裂縫尖端的應力由膠合層平緩的傳遞至補片，並強調補片邊緣製成圓角可以減少應力集中產生的破壞。Wang 等[4]應用積分函數(J-integral)的計算方法，分析對稱型複合材料補片應用於裂縫的修補，對稱型補片可以降低彎曲應力所造成的影響。Mahadesh

Kumar 與 Hakeem [5]對具有裂縫的金屬平板結構進行數值模擬，改變對稱型複合材料補片的外型並做簡單的最佳化分析；文中的結果顯示增加複合材料補片的寬度比增加高度能使應力強度因子降低更多，並指出歪斜補片有較好的修補效果。Bouiadjra 等[6]對非對稱型與對稱型複材補片進行分析比較，並研究膠合層厚度對應力強度因子的影響；他們發現降低膠合層的厚度，可以更有效的使應力傳遞到複合材料補片。Umamaheswar 與 Singh [7]使用有限元素建立鋁合金平板與複合材料補片的模型，並討論不同補片材料、補片大小及膠合層厚度對裂縫成長的影響。

Schubbe 與 Mall [8]使用複合材料補片膠合修補鋁合金平板，其中複合材料使用三個疊層的方式，每個纖維疊層的方向不同。在文中除了計算應力強度因子，也分析因為疲勞而造成裂縫成長的速率。Papanikos 等[9]對具有裂縫的金屬平板結構進行分析，改變複合材料補片的長度及寬度，分析補片尺寸對裂縫尖端應力強度因子的影響，並研究不同大小的應力對膠合層產生脫層的效應。他們指出若分析時不考慮膠合層的脫層效應，結構本身受力過大時會高估修補的效果，因為在實際狀況下膠合層本身已產生脫層。Chue 與 Liu [10]使用複合材料補片來修補含裂縫之鋁合金平板，針對不同纖維方向的堆疊方式作比較，發現纖維方向與裂縫成 90 度和 45 度有較佳的修補效果。周文清 [11]對以複材補片修補具裂縫的平板進行單軸向拉伸時，分析不同尺寸的複合材料補片的修補效果，並針對修補時補片的纖維方向進行研究，由結果得知增加補片厚度可以更有效的降低裂縫尖端的應力強度因子。

在過去為具有裂縫的結構做修補都是利用經驗法則，並沒有一套完整修補結構裂縫的方式，在修補過程只靠修補者個人經驗來判斷的狀況之下，往往造成修補的成效不佳或為了增加修補效果使材料過於浪費。本文主要之目的為利用複合材料補片修補中央具

有一裂縫的鋁合金平板，以降低應力強度因子改善因為裂縫所造成的破壞。本研究以有限元素法計算出裂縫尖端的應力強度因子，在應力強度因子小於材料的破裂韌性(fracture toughness)之下，找出最小體積的補片高度、寬度及厚度。應用本研究的概念及方法，可以作為結構修補時的相關參考，可使修補的效果提升，減低修補時因為使用過大的複材補片造成材料之浪費。

二、分析過程與驗證

本文使用套裝軟體 ANSYS 對具有裂縫的鋁合金平板修補做有限元素的模擬分析。

2.1 分析結果的驗證

考慮中央具有一裂縫的鋁合金平板，如圖 1 所示，其厚度 $t=3\text{mm}$ 、寬度 $w=240\text{mm}$ 、高度 $l=240\text{mm}$ 及裂縫長度 $2a=24\text{mm}$ 。而材料性質為楊氏係數 $E=71.7\text{GPa}$ 、浦松比 $\nu=0.33$ 。因為幾何形狀有對稱性質，為了節省分析時間，所以在建構模型時我們以圖 1 右上角 1/4 的鋁合金平板進行分析。

在 ANSYS 有限元素模型中，我們分析平板所使用的元素為 Plane42 元素及 Solid45 元素；Plane42 為 4 節點平面元素，而 Solid45 為立方體 8 節點元素。我們使用這兩種元素建立二維與三維的模型來分析含裂縫的鋁合金平板，並將 ANSYS 求解出的數值結果與理論值做一比較驗證。利用 ANSYS 前處理器建立如圖 1 右上角 1/4 的模型及設定其材料性質，完成後便可進行網格的建立。圖 2 為模型網格化後圖形，在求解過程中為計算裂縫尖端處的應力強度因子，因此在裂縫處的網格大小需特別設定，本文在鋁合金平板之裂縫處的網格大小設定為 0.5mm。在網格化後施加拘束邊界條件及施力便可進入分析求解。考慮鋁合金平板所受之拉伸應力為 $\sigma=70\text{MPa}$ ，經 ANSYS 分析所得平板的 Von mises 應力圖及裂縫附近之應力的局部放大圖分別如圖 3 及 4 所示。由圖中分別可以看出應力的分佈情形及裂縫尖端有應力集中的現象產生。

考慮一具裂縫之鋁合金平板承受 $\sigma=167\text{MPa}$ 之拉伸應力，其應力強度因子的分析結果及理論解列於表 1。由表 1 得知，以不同的模型來分析具不同長度之裂縫的鋁合金平板，所求解出應力強度因子與理論解的誤差都很小；就工程分析來說，這些誤差都是在允許的範圍之內。由上述驗證結果，我們可以確定所建立的 ANSYS 分析模型及相關參數設定是正確的。

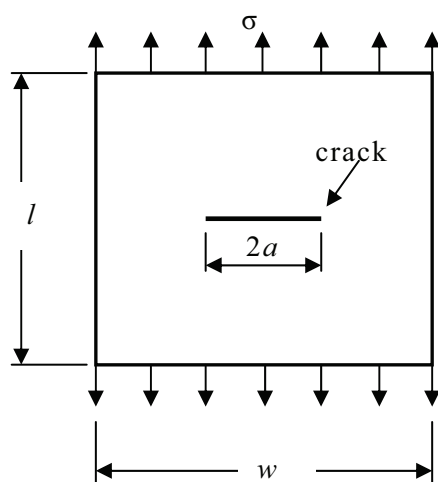


圖 1 含裂縫鋁合金平板之示意圖

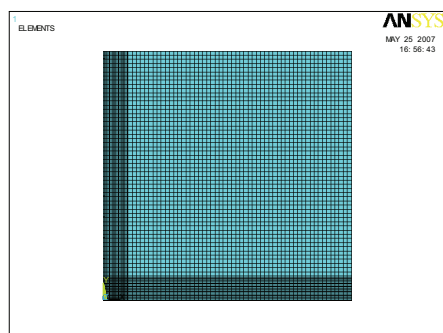


圖 2 鋁合金平板四分之一模型的網格圖

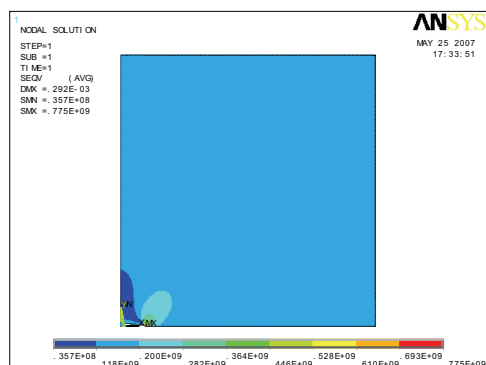


圖 3 鋁合金平板之 Von mises 應力分佈圖

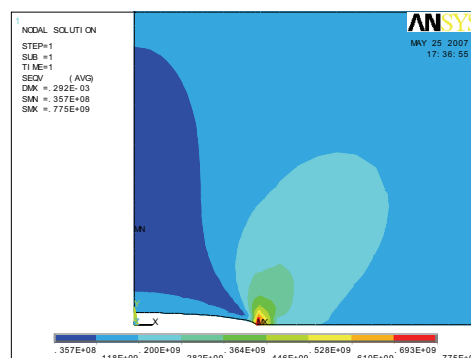


圖 4 鋁合金平板於裂縫處之 Von mises 應力局部放大圖

表 1 鋁合金平板之應力強度因子與理論解的比較

2a (mm)	分析模型	SIF ($\text{MPa}\sqrt{m}$)		誤差 %
		理論解	ANSYS	
24	2D	32.63	32.78	0.46
24	3D	32.63	32.84	0.65
30	3D	36.65	36.93	0.76

2.2 問題的定義與描述

2.2.1 分析模型

本文針對中央具有一裂縫的鋁合金平板，研究以複合材料補片修補，我們以上下各一補片的雙補片(double patch)來修補，如圖 5 所示。因為使用雙補片修補，所以整個分析模型的上下、左右及厚度方向具對稱性質，為了降低有限元素模型的複雜性及分析所花費的時間，本文以鋁合金平板及複材補片的八分之一來建構分析的模型，如圖 6 所示。本文還做了以下的設定：

(1) 膠合層並不會有脫層的情形產生。

(2) 由文獻[11]可以知道複合材料的纖維方向垂直於裂縫有較佳的改善效果，所以在本文分析過程中我們將複合材料的纖維方向設定垂直於裂縫方向。

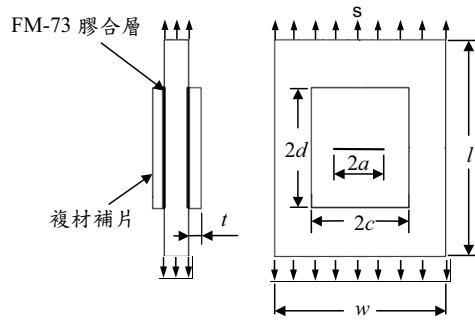


圖 5 稱型複材補片修補方式圖

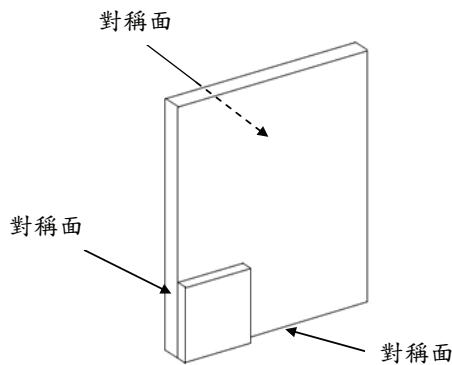


圖 6 整體結構 1/8 模型示意圖

2.2.2 幾何尺寸與材料性質

如圖 5 所示，所分析之鋁合金平板的寬度 w 及高度 l 皆為 240mm、厚度為 3mm，在鋁合金平板的中央有一長度 $2a$ 之裂縫，此平板受到 $\sigma=167\text{MPa}$ 的拉應力。平板在受到拉應力時會在裂縫尖端會產生應力集中現象，當應力值過大時便會造成裂縫的成長並使結構強度明顯降低。為了防止破壞的情形產生，我們以上下兩片硼/環氧基的複合材料補片修補鋁合金平板的裂縫，複合材料補片寬度為 $2c$ 、高度 $2d$ 及厚度 t ；膠合層所用的材料為 FM-73，其厚度為 0.15 mm。本文計算所需的材料性質如表 2 所示。

表 2 材料常數

Material	E_1	E_2, E_3	ν_{12}, ν_{13}	ν_{23}	G_{12}, G_{13}	G_{23}
aluminum	71.7		0.33			
FM-73	2.16		0.35			
boron/epoxy	135	9	0.3	0.02	5	8

E 、 G 的單位：Gpa

2.2.3 有限元素模型

使用 ANSYS 軟體時必須選擇元素的種類，才能對我們建構的分析模型進行網格化。對於鋁合金平板及膠合層，我們選用如圖 7 所示之 Solid45 元素，對複合材料補片則使用如圖 8 所示之 Solid46 元素。Solid45 為 8 節點立方體元素，每節點有 3 個自由度。Solid46 元素為立方體層疊元素，共有 8 個節點，能描述複合材料層板的特性；我們可以設定複合材料層疊數目及纖維方向。

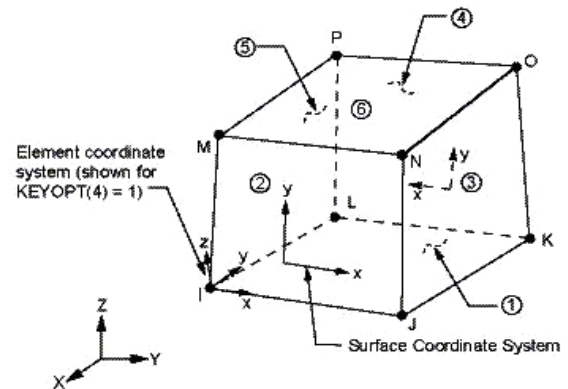


圖 7 ANSYS Solid45 元素[12]

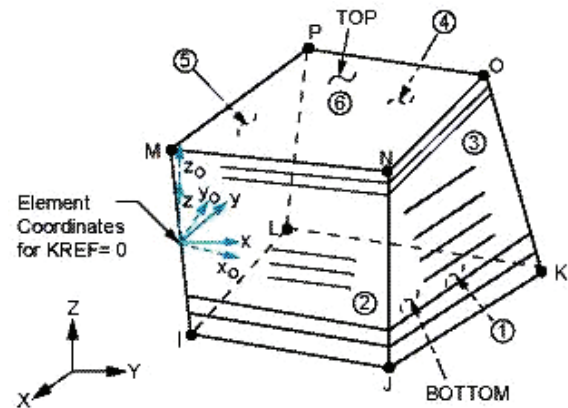


圖 8 ANSYS Solid46 元素 [12]

圖 9 及 10 為鋁合金平板及複合材料補片網格化的圖形。圖 10 的深色部份為裂縫面，我們將鋁合金平板裂縫長度方向的網格分割為 24 等份，每個網格大小為 0.5 mm，而在厚度方向網格分割為 5 等份。

我們研究的方向為：

- (1) 改變複合材料補片的高度、寬度及厚度，求解出鋁合金平板於裂縫尖端處的應力強度因子，並對結果進行討論及比較。

(2)由破壞力學文獻中可知，當鋁合金平板於裂縫處的應力強度因子高於破裂韌性時，會導致破壞的產生。由文獻[13]知道 7075-T651 鋁合金的破裂韌性 $K_{IC}=22\sim30\text{MPa}\sqrt{m}$ ，並由文獻[5]所考慮到材料的疲勞、使用期限及安全係數，將應力強度因子門檻值 K_{th} 設定為 $4.4\text{MPa}\sqrt{m}$ ，若裂縫尖端的應力強度因子超過此值，對鋁合金結構將可能產生破壞。所以本文利用不同尺寸的複合材料補片修補裂縫後，使裂縫尖端處的應力強度因子能低於 $4.4\text{MPa}\sqrt{m}$ 以下，並找出體積最小的複合材料補片。

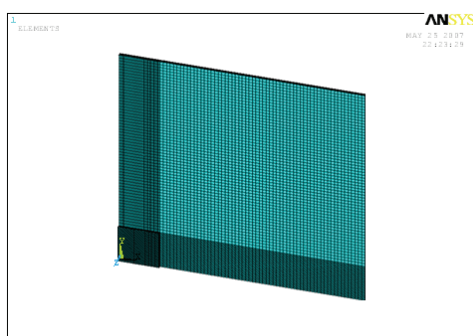


圖 9 鋁合金平板及補片之網格圖

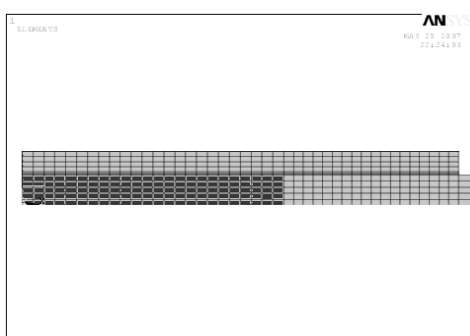


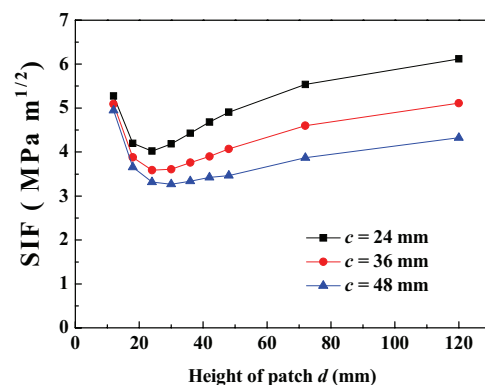
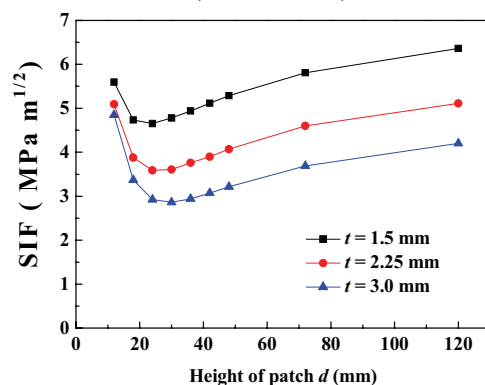
圖 10 鋁合金平板於裂縫面示意圖

三、分析結果與討論

對中央具有裂縫且受到 $\sigma=167\text{MPa}$ 之拉應力的鋁合金平板，我們使用兩片複合材料補片來修補，如圖 5 所示。在此探討以不同長、寬及厚度之複合材料補片來修補鋁合金平板，找出補片尺寸與裂縫尖端之應力強度因子的關係。我們改變補片大小，使得經修補後之裂縫尖端處的應力強度因子在應力

強度因子門檻值 $K_{th}=4.4\text{MPa}\sqrt{m}$ 以下，並由分析結果可以得到一個體積最小的補片。我們將在裂縫長度與補片大小之間找出一個關係，所得的結果可以做為以後使用複合材料補片修補具裂縫的鋁合金平板時，不同裂縫長度與所需用之複材補片大小的參考。

3.1 補片高度對裂縫尖端應力強度因子的影響

圖 11 補片高度對裂縫應力強度因子的影響
($t=2.25\text{mm}$)圖 12 補片高度對裂縫應力強度因子的影響
($c=36\text{mm}$)

我們考慮中央具有一長度 $2a=24\text{mm}$ 之裂縫的鋁合金平板，使用複合材料補片來修補。當補片的厚度 t 為固定時，使用不同的補片高度 d 及寬度 c 所求得的應力強度因子如圖 11 所示。圖 12 所示為當補片的寬度 c 為固定時，使用不同的補片高度 d 及厚度 t 所得到的結果。由圖 11 及 12 可觀察出當補片的高度 d 增加時，裂縫尖端的應力強度因子會先降低後增大，曲線的變化呈現 V 字型，其最低點的補片高度約為 25mm 。由計算結果我們可以知道，增加補片的高度 d 並不會持續降低應力強度因子。由此可知出

補片的高度 d 會有一個最佳高度，使得應力強度因子為最低。

3.2 補片寬度對裂縫尖端應力強度因子的影響

前述之具裂縫的鋁合金平板，當複材補片的厚度 t 為固定時，使用不同的補片高度 d 及寬度 c 所求得的應力強度因子如圖 13 所示。圖 14 所示為當補片的高度 d 為固定時，使用不同的補片寬度 c 及厚度 t 所得到的結果。由圖 13 及 14 可以知道當補片的寬度 c 增加時，應力強度因子會逐漸降低，但應力強度因子降低的幅度會慢慢變小；當補片的寬度 c 增加至 50 mm 時，曲線會趨近於平緩，再增加補片的寬度對於降低應力強度因子並無明顯的效果。由圖 11~14 可知複合材料補片在相同體積之下，若增加補片厚度 t 會比增加補片寬度 c 及高度 d 的效果更好。

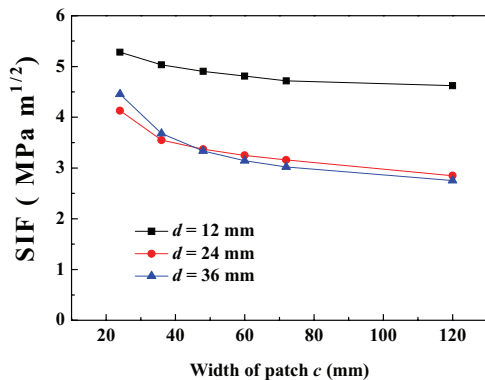


圖 13 補片寬度對裂縫應力強度因子的影響
($t=2.25\text{mm}$)

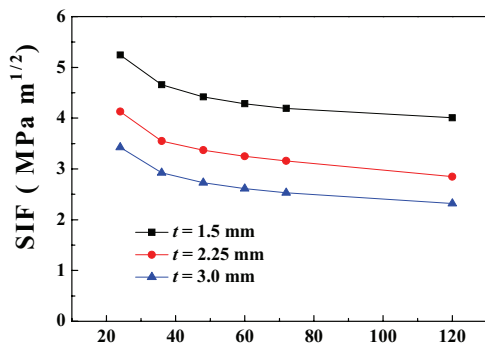


圖 14 補片寬度對裂縫應力強度因子的影響
($d=24\text{mm}$)

3.3 不同裂縫長度之下補片的最小體積

考慮中央具有一裂縫的鋁合金平板，圖

15 所示為無修補之鋁合金平板的裂縫長度 $2a$ 對應力強度因子的影響，由圖中知道當裂縫長度 a 增加時，應力強度因子會越來越大。修補時我們考慮應力強度因子大小及裂縫的大小做為是否修補的依據，當應力強度因子在材料的破裂韌性 $K_{IC}=30\text{MPa}\sqrt{m}$ 以上時，其已經造成結構破裂，所以我們不進行修補；此外，當裂縫的長度 $2a$ 小於 3 mm 時，裂縫長度已經相當小，因此我們也不做修補，我們對裂縫長度的修補範圍在 3~24 mm。

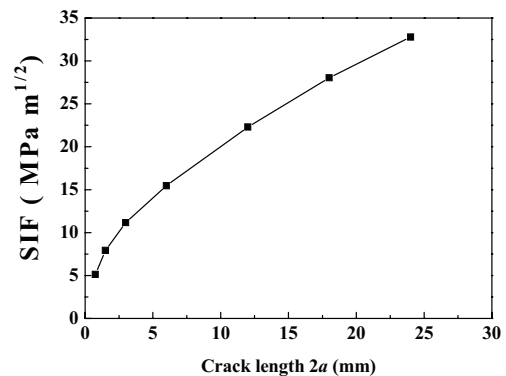


圖 15 無修補之鋁合金平板的裂縫長度 $2a$
對應力強度因子的影響

考慮具有裂縫長度為 $2a=24\text{mm}$ 的鋁合金平板，我們以全因子實驗法[14]的方式改變補片的寬度 c 分別為 20、40、60mm、高度 d 分別為 20、40、60mm 及厚度 t 分別為 1.0、1.5、2.0mm，由修補後的計算結果找出使應力強度因子小於其門檻值 $K_{th}=4.4\text{MPa}\sqrt{m}$ 且體積為最小的補片。我們利用得到的最小補片寬度 c 為 40mm、高度 d 分別為 20mm 及厚度 t 分別為 2.0mm，由此一補片尺寸再改變補片的寬度 c 分別為 30、40、50mm、高度 d 分別為 10、20、30mm 及厚度 t 分別為 1.75、2.0、2.25mm，繼續進行修補分析找出更小的補片尺寸寬度 c 為 30mm、高度 d 分別為 20mm 及厚度 t 分別為 2.0mm。如此重覆求取，當補片體積達到收斂值，我們就以此一補片尺寸為最後的分析結果。

我們考慮鋁合金平板有不同長度的裂縫，分別為 $2a=18\text{mm}$ 、 12mm 、 6mm 、 3mm

，使用複材補片修補後，對應不同的裂縫長度，經分析後找出應力強度因子小於其門檻值 $K_{th}=4.4 \text{ MPa}\sqrt{m}$ 、且體積為最小之補片的尺寸。分析完成後，前述之 5 個不同裂縫長度下，補片的最佳高度 d 、寬度 c 及厚度 t 列於表 3。

3.4 分析結果

為了驗證所分析的結果是否適用於不同裂縫長度的鋁合金平板，所以我們針對不同裂縫長度之鋁合金平板做分析。由表 3 我們將最小體積之複合材料補片的高度 $2d$ 、寬度 $2c$ 及厚度 t 對應裂縫長度 $2a$ 的比值畫出如圖 16~18。我們選用任意的裂縫長度 5mm、10mm、15mm 及 20mm 來做計算，對應某一長度的裂縫我們可從圖 16~18 得出補片的寬度、高度及厚度，並計算修補後鋁合金平板於不同長度之裂縫的應力強度因子如表 4 所示。當裂縫長度 $2a=15\text{mm}$ 時，我們從圖 16 曲線對應二次曲線到 $2c/2a \div 3.07$ 可知補片寬度 $2c \div 46\text{mm}$ ；由圖 17 及 18 可以得到補片高度 $2d$ 及補片厚度 t 分別約為 41mm 及 1.95 mm。由所得補片寬度、高度及厚度對含裂縫長度 $2a=15\text{mm}$ 的鋁合金平板進行修補，使用 ANSYS 計算後得到應力強度因子為 $4.38 \text{ MPa}\sqrt{m}$ ，可以確認修補後鋁合金平板的應力強度因子低於其門檻值。由表 4 結果中可知，我們所計算不同裂縫長度的應力強度因子都低於其門檻值 $K_{th}=4.4 \text{ MPa}\sqrt{m}$ ，因此我們可以確認當使用複合材料補片修補具有不同裂縫長度之鋁合金平板時，可以利用圖 16~18 的結果，得到補片的高度 d 、寬度 c 及厚度 t 再進行修補，可以使鋁合金平板在修補後的應力強度因子低於其門檻值且達到節省補片材料的成效。

表 3 不同裂縫長度之下補片的最小體積

crack length $2a$ (mm)	patch width $2c$ (mm)	patch height $2d$ (mm)	thickness t (mm)	volume (mm^3)	SIF ($\text{MPa}\sqrt{m}$)
3	30	30	1.25	1125	4.34
6	30	30	2	1800	4.30
12	40	40	2	3200	4.33
18	50	40	1.875	3750	4.38
24	50	40	2	4000	4.31

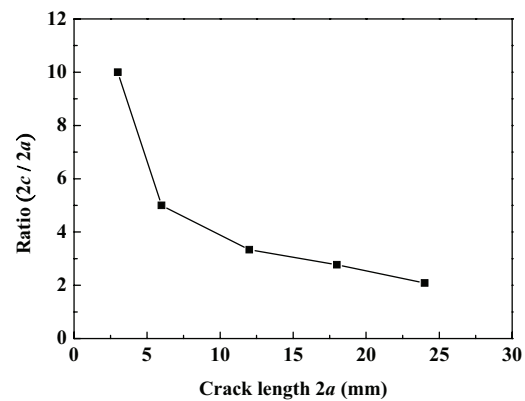


圖 16 最小體積之補片寬度與裂縫長度關係圖

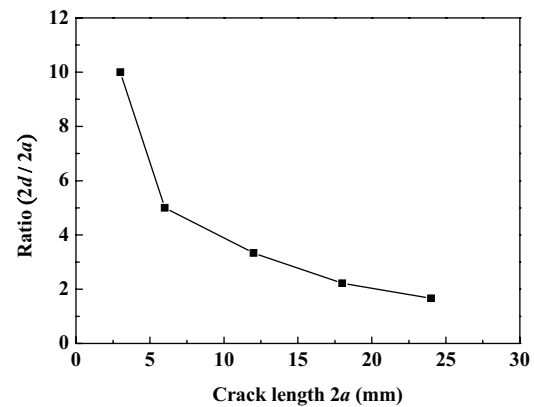


圖 17 最小體積之補片高度與裂縫長度關係圖

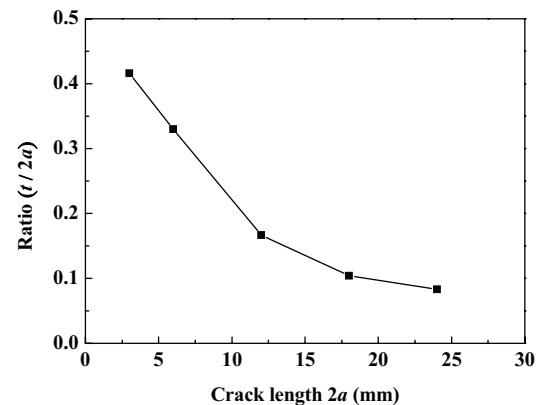


圖 18 最小體積之補片厚度與裂縫長度關係圖

表 4 驗證以複材補片修補不同裂縫長度的應力強度因子分析結果

crack length $2a$ (mm)	patch width $2c$ (mm)	patch height $2d$ (mm)	thickness t (mm)	SIF ($\text{MPa}\sqrt{m}$)	volume (mm^3)
5	31	31	1.8	4.31	1730
10	38	38	2.1	4.36	3032
15	46	41	1.95	4.38	3678
20	51	40	1.85	4.32	3774

四、結論

本文利用有限元素軟體 ANSYS 來分析以複合材料膠合修補中央具有一裂縫之鋁合金平板的應力強度因子，探討複合材料補片的高度、寬度及厚度對應力強度因子大小的影響。我們考慮鋁合金平板有不同長度的裂縫，藉由改變複合材料補片的高度、寬度及厚度，使修補後之鋁合金平板於裂縫尖端的應力強度因子小於其門檻值 $K_{th}=4.4\text{MPa}\sqrt{m}$ ，並找出體積最小的補片。我們以全因子實驗法的方式找出最小補片尺寸與裂縫長度的關係如圖 16~18，從而可找出不同的裂縫長度所需補片的尺寸。以複合材料補片修補含裂縫之鋁合金平板時，可以由本研究的結果找出補片的適合尺寸，以達到修補及節省補片材料的成效。

由數值模擬結果可以歸納出以下幾個結論：

- (1)利用複合材料補片修補具裂縫的鋁合金平板時，當補片的厚度為固定時，增加補片寬度 c 的修補效果比增加補片高度 d 的效果更好。
- (2)當複材補片的厚度及寬度為固定時，隨著補片高度的增加，裂縫尖端的應力強度因子先下降後上升，這顯示複材補片的高度有一適當值使得應力強度因子為最小。
- (3)修補裂縫時補片尺寸在相同體積之下，增加補片厚度 t 比增加高度 d 或寬度 c 對降低應力強度因子會有更好的效果。
- (4)當利用複合材料補片修補具不同長度之裂縫的鋁合金平板時，可以利用圖 16~18 的結果，從裂縫的長度可得出合適的補片高度 d 、寬度 c 及厚度 t ，可以使修補後裂縫尖端的應力強度因子低於其門檻值。

五、參考文獻

- 1.Baker, A. A., "A summary of work on applications of advanced fibre composites at the Aeronautical Research Laboratories Australia", Composite Structures 9, pp 11, 1978.
- 2.Mitchell, R. A., Woolley, R. M., and Chwirut, D. J., "Analysis of composite reinforced cut-outs and cracks", American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal 4, pp 744, 1975.
- 3.Jones, R., and Callinan, R. J., "Finite element analysis of patched cracks", Journal of Structure Mechanics 7, pp 107, 1979.
- 4.Wang, C. H., Rose, L. R. F., and Callinan, R., "Analysis of out-of-plane bending in one-sided bonded repair", International Journal of Solids and Structures 35, pp 1653, 1998.
- 5.Kumar, A. M., and Hakeem, S. A., "Optimum design of symmetric composite patch repair to centre cracked metallic sheet", Composite Structures 49, pp 285, 2000.
- 6.Bouiadjra, B. B., Fekirini, H., Serier, B., and Benguediab, M., "Numerical analysis of the beneficial effect of the double symmetric patch repair compared to single one in aircraft structures", Computational Material Science 38, pp 824, 2007.
- 7.Umamaheswar, T. V. R. S., and Singh, R., "Modeling of a patch repair to a thin cracked sheet", Engineering Fracture Mechanics 62, pp 267, 1999.
- 8.Schubbe, J. J., and Mall, S., "Modeling of cracked thick metallic structure with bonded composite patch repair using three-layer technique", Composite Structures 45, pp 185, 1999.
- 9.Papanikos, P., Tserpes, K. I., Labeas, G., and Pantelakis, S., "Progressive damage modeling of bonded composite

- repairs” , Theoretical and Applied Fracture Mechanics 43, pp 189, 2005.
- 10.Chue, C. H., and Liu, J. C. T., “The effects of laminated composite patch with different stacking sequences on bonded repair” , Composite Engineering 15, pp 223, 1995.
- 11.周文清, 黏著修補技術之補片最佳設計, 國立成功大學機械工程研究所, 1994.
- 12.ANSYS Structural Analysis Guide, Release 10.0 ANSYS Inc, 2005.
- 13.<http://www.matweb.com/index.asp?ckck=1>
- 14.李輝煌, 田口方法：品質設計的原理與實務, 高立圖書有限公司, 2006