

以複材補片修補含裂縫鋁板之研究

Study of Composite Patch Repair to a Cracked Aluminum Sheet

黃俊榮¹、羅中志²、周玉端³、周炳煌⁴、黃淑華⁵

空軍航空技術學院 技能檢定組¹

成功大學 航空太空工程學系²

嘉南藥理科技大學 應用空間資訊系³

空軍航空技術學院 飛機工程系⁴

空軍航空技術學院 人文科學組⁵

Chun-Jung Huang¹, Chung-Chih Lo², Yu-Tuan Chou³, Biing-Hwang Jou⁴, Shu-Hua, Huang⁵

Skill Testing Division, Air Force Institute of Technology¹

Department of Aeronautics and Astronautics, National Cheng Kung University²

Department of Applied Geoinformatics, Chia Nan University of Pharmacy & Science³

Department of Aircraft Engineering, Air Force Institute of Technology⁴

General Education Center, Air Force Institute of Technology⁵

摘要

本文是以有限元素法計算具有一中央裂縫的鋁合金平板、以複材補片修補後之裂縫尖端的應力強度因子，並經由最佳化方法找出最小體積的補片尺寸。文中利用有限元素套裝軟體 ANSYS 進行建模及執行最佳化，藉由計算經修補後之鋁合金平板裂縫尖端的應力強度因子小於所設定的門檻值作為有效修補的限制條件，進而找出一組最小體積的補片尺寸。由最佳化所得的結果得知，對具有裂縫之鋁合金平板的上、下面各以一複材補片的雙補片來修補時，隨著裂縫長度增加，所需的複材補片尺寸會增加；但裂縫到達一定長度後，增加補片尺寸對於減低應力強度因子的效果不大。修補具相同大小之裂縫的鋁板，長方形複材補片的體積較正方形補片小。本研究的結果找出補片的適合尺寸，以達到修補及節省補片材料的成效。而利用單複材補片修補裂縫後所能降低應力強度因子的效果有限，故修補的效果不佳。

關鍵字：有限元素法、複合材料補片、應力強度因子、最佳化

Abstract

In this paper, finite element analyses are performed for bonded composite patch repair of centre cracked aluminum sheet to reduce the stress intensity factor at the crack tip for the aluminum sheet. The finite element package ANSYS is used

to compute the stress intensity factor. Effectiveness of composite patch repair is measured by achievable reduction of the stress intensity factor at the crack tip. Composite patch with various widths, heights, and thicknesses are used to repair an aluminum sheet with a crack of different lengths. The aim of this research is to find out the smallest size of composite patch, with which the stress intensity factor at the crack tip is lower than the fracture toughness of the material. It is found that for repairing, increasing the width of composite patch is more effective than increasing its height, and that when the thickness and width of composite patch are fixed, the stress intensity factor at the crack tip first decreases then increase as the patch height increases.

Keywords : finite element method; composite patch; stress intensity factor; optimization

一、前言

飛機金屬結構經過長時間的使用，由於疲勞或材料腐蝕所造成之裂縫，在損傷產生的初期若不及早修復或補強，將對安全造成嚴重之威脅。結構體的部份構件在受到損傷後可能無法更換，而必須以修補的方式進行補強。在過去修補具有裂縫的結構元件大多是利用經驗法則，並沒有一套完整修補結構元件裂縫的方式，修補過程中依靠修補人員的個人經驗來判斷修補的方式，單靠經驗會造成修補的成效不佳或為了增加修補效果而過於浪費材料。

本研究的目的是利用數值模擬以複材補片修補中央具有一裂縫的鋁合金平板，藉由修補方式降低鋁合金平板裂縫尖端的應力強度因子，改善裂縫所造成的破壞。本研究利用有限元素分析軟體 ANSYS 計算出裂縫尖端的應力強度因子，在材料的容許破裂韌性 (fracture toughness) 之下，找出最小體積之補片的長度、高度及厚度，作為未來修補含裂縫之結構的參考依據。

近年來藉由黏著技術與纖維複合材料的開發，在具有裂縫的結構上進行修補可提供有效的補強效果。利用黏著劑結合複合材料補片貼附在金屬結構件的缺陷部位，主要的觀念在於重新安排負載的傳遞路線，使其能繞過缺陷或裂縫處，讓裂縫尖端之破壞程度

減少，進而降低裂縫附近因負載所產的應力或能量分佈，以阻止裂縫成長。有效的膠合補片設計必須能降低裂縫尖端的應力強度因子 (stress intensity factor)，阻止裂縫的成長。

複合材料具有較高的比強度 (specific strength) 和比勁度 (specific stiffness) 及抗腐蝕，且應用於結構件之複合材料層板的性質，如疊層的纖維方向及疊層的數目可依設計者的需求做調整，因此廣泛地被運用在航太產業上面。因為複合材料補片較鋁合金補片輕且強度較大，使用複合材料修補損傷構件已成為重要的補強方法之一；複合材料補片的重量比鋁合金補片輕 25% 左右。複合材料補片最多採用的為硼/環氧基複合材料 (boron/epoxy) 及石墨/環氧基複合材料 (graphite/epoxy)。

修補裂縫有多種方式，最常使用的修補方式為鉚釘接合，但因為修補過程需要對原已損傷的結構鑽孔，可能會使結構造成更大的傷害。複合材料膠合修補提供相當多的優點，其中包括改善結構因為裂縫所造成之破壞、降低腐蝕、可減少因為修補對飛機外形的影響、能提供出比鉚釘修補更好的連結性質且方便鏟除，因此使用複合材料修補已逐漸成為趨勢。

有限元素法在工業界的應用從 1940 年開始發展。近年來，電腦科技發展迅速，

CPU 及記憶體等級不斷提升，使用有限元素法做為電腦輔助工程分析的工具扮演著相當重要的角色。電腦輔助分析乃運用電腦快速運算的能力，來進行產品設計開發的一種技巧，可大大節省成本及所需時間；而且一旦建立有效且正確的模擬分析程序，在結構有不同的施力或材料性質的狀態下，只需藉助參數的分析便可獲得相當準確的結果。Baker [1]開始以有限元素法對飛機結構做修補的分析，發現以複合材料補片來修補具有裂縫的金屬結構有非常多的優點。使用複合材料對結構進行修補由此開始發展，以有限元素法對於具有裂縫的結構做修補的計算也逐漸開始。

Mitchell 等[2]使用有限元素法分析以複合材料補片修補裂縫的問題，建立修補的二維模型，在數值分析結果與實驗結果比較後，發現使用有限元素分析有很好的準確性。Jones 與 Callinan [3]使用有限元素分析膠合式修補，指出膠合式修補可以有效將裂縫尖端的應力由膠合層平緩的傳遞至補片，並強調補片邊緣製成圓角可以減少應力集中產生的破壞。Wang 等[4]應用積分函數(J-integral)的計算方法，分析對稱型複合材料補片應用於裂縫的修補，對稱型補片可以降低彎曲應力所造成的影響。Mahadesh Kumar 與 Hakeem [5]對具有裂縫的金屬平板結構進行數值模擬，改變對稱型複合材料補片的外型並做簡單的最佳化分析；文中的結果顯示增加複合材料補片的寬度比增加高度能使應力強度因子降低更多，並指出歪斜補片有較好的修補效果。Bouiadjra 等[6]對非對稱型與對稱型複材補片進行分析比較，並研究膠合層厚度對應力強度因子的影響；他們發現降低膠合層的厚度，可以更有效的使應力傳遞到複合材料補片。Umamaheswar 與 Singh [7]使用有限元素建立鋁合金平板與複合材料補片的模型，並討論不同補片材料、補片大小及膠合層厚度對裂縫成長的影響。

Schubbe 與 Mall [8]使用複合材料補片

膠合修補鋁合金平板，其中複合材料使用三個疊層的方式，每個纖維疊層的方向不同。在文中除了計算應力強度因子，也分析因為疲勞而造成裂縫成長的速率。Papanikos 等[9]對具有裂縫的金屬平板結構進行分析，改變複合材料補片的長度及寬度，分析補片尺寸對裂縫尖端應力強度因子的影響，並研究不同大小的應力對膠合層產生脫層的效應。他們指出若分析時不考慮膠合層的脫層效應，結構本身受力過大時會高估修補的效果，因為在實際狀況下膠合層本身已產生脫層。Chue 與 Liu [10]使用複合材料補片來修補含裂縫之鋁合金平板，針對不同纖維方向的堆疊方式作比較，發現纖維方向與裂縫成 90 度和 45 度有較佳的修補效果。周文清 [11]對以複材補片修補具裂縫的平板進行單軸向拉伸時，分析不同尺寸的複合材料補片的修補效果，並針對修補時補片的纖維方向進行研究，由結果得知增加補片厚度可以更有效的降低裂縫尖端的應力強度因子。

在過去為具有裂縫的結構做修補都是利用經驗法則，並沒有一套完整修補結構裂縫的方式，在修補過程只靠修補者個人經驗來判斷的狀況之下，往往造成修補的成效不佳或為了增加修補效果使材料過於浪費。本研究主要為使用 ANSYS 有限元素分析套裝軟體，模擬分析以複材補片修補具裂縫的鋁合金平板，在分析過程中考慮不同的裂縫長度，並利用最佳化模組設定應力強度因子為設計變數，計算複材補片尺寸。具裂縫的鋁合金平板經修補過後其裂縫尖端的應力強度因子應低於材料的破裂韌性，並在以最佳化方法找出最小體積的補片尺寸。

應用本研究的概念及方法，可以作為結構修補時的相關參考，提升修補效果，減低修補時因使用過大的複材補片尺寸而浪費材料。

二、研究方法及理論

經過多年的研究經驗，設計與研究複材補片的膠合修補技術已經實際應用於各式飛

機的修補。本節將介紹結構產生裂縫時的破壞力學行為，並說明應力強度因子的定義及計算，以及簡介有限元素法及最佳化方法。

2.1. 應力強度因子的計算方法

本文研究考慮一具有裂縫的平板，裂縫長度為 $2a$ 。在平板上受到垂直於裂縫面的單軸向拉伸應力 σ ，當裂縫尖端的應力強度因子超過材料的破裂韌性時，會產生張裂式的破壞模式。考慮裂縫尖端附近的應力元素，應力強度因子的理論值為以下公式：

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (a/w \leq 0.4) \quad (1)$$

對中央具一裂縫的鋁合金平板受到拉伸應力時，可利用上列公式可求得裂縫尖端的應力強度因子，並與 ANSYS 數值模擬結果比較，以驗證模擬過程的誤差。

2.2. 最佳化方法

本研究所使用的有限元素套裝軟體 ANSYS 本身已建有最佳化模組。ANSYS 最佳化主要分為二大類，為最佳化方法與最佳化工具。

2.2.1. ANSYS 最佳化方法

(1) 子問題近似法 (Subproblem Approximation Method; SUBP)

這是利用曲線擬合 (curve fitting) 的進階零階方法。在假設沒有限制條件下加入懲罰函數法 (penalty function method)。當資料數據越多時，曲線近似情況會越接近目標函數，所得到的最佳解就接近實際最佳解。

(2) 一階梯度法 (First Order Method; FIRST)

如同子問題近似法，加入懲罰函數將限制條件轉換成無限制條件，並計算梯度 (gradient) 作為搜尋方向。

2.2.2. ANSYS 最佳化工具

(1) 隨機設計 (Random Design Generation; RAND)

在每次迭代過程中，隨機選取設計變數的數值。

(2) 掃視工具 (Sweep Tool; SWEEP)

與隨機選取方式大致相同，但需設定起始的參考點 (reference point)，而且掃視範

圍根據參數設定大小而定。

(3) 因子工具 (Factorial Tool; FACT)

因子法是計算設計空間最末端的數值。利用末端的數值去判斷最佳解可能所在的位置，再使用其他方法或工具尋找最佳解的位置。

(4) 梯度工具 (Gradient Evaluation Tool; GRAD)

利用梯度當作搜尋方向尋找下一點的位置，但每一向前的距離大小 (Δx) 皆一樣。此工具最常用來研究目標函數或限制條件的敏感度。

三、分析與驗證

本文使用套裝軟體 ANSYS 對具有裂縫的鋁合金平板修補做有限元素的模擬分析。

3.1 分析結果的驗證

本研究考慮中央具有一裂縫的 7075-T651 鋁合金平板，如圖 1 所示，其厚度 $t = 3 \text{ mm}$ 、長度 $2w = 240 \text{ mm}$ 、高度 $2l = 240 \text{ mm}$ 及裂縫長度 $2a = 24 \text{ mm}$ 。而材料性質為楊氏係數 $E = 71.7 \text{ GPa}$ 、蒲松比 $\nu = 0.33$ 。在建構模型時因為幾何形狀的對稱性質，因此將利用圖 1 右上角八分之一的鋁合金平板進行分析，由於尺寸減少許多，可節省許多分析所需的時間。

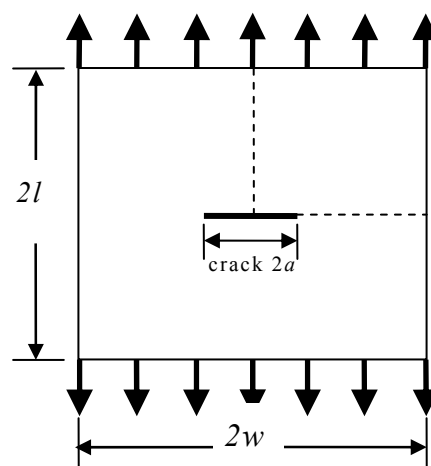


圖 1 含裂縫鋁合金平板之示意圖

根據有限元素法分析，應力分佈變化不大的區域可以利用較大網格尺寸產生較少網格數目，以節省計算時間。經計算及比較後發現其他區域的網格尺寸對應力強度因子的結果並無影響。為了節省後續研究的計算時間，我們選定其他區域的網格為自由網格。

表 1 是裂縫長度為 24 mm 時裂縫附近區域在不同網格尺寸下所計算的應力強度因子。當網格尺寸漸小時，所計算的應力強度因子越接近理論值。當網格尺寸小於 0.7 mm，所計算的應力強度因子與理論值的誤差已小於 3% 且有收斂現象，因此，本研究選擇裂縫附近區域網格為 0.7 mm 作為爾後計算時的網格尺寸。

表 1 裂縫附近區域在不同網格尺寸下所計算的應力強度因子($\text{MPa}\sqrt{m}$)

Theory [11]	Mesh size (mm)			
	2.0	1.0	0.7	0.5
32.42	30.81 (5.21%)	31.35 (3.43%)	31.51 (2.88%)	31.65 (2.43%)

3.2 問題的定義與描述

3.2.1 分析模型

本文針對中央具有一裂縫的鋁合金平板，研究以複合材料補片修補，我們以單補片(single patch)及上下各一補片的雙補片(double patch)來修補，如圖 2 所示。為了降低有限元素模型的複雜性及分析所花費的時間，以單補片修補時，可以利用整個分析模型的上下及左右方向具對稱性質，以鋁合金平板及複材補片的四分之一來建構分析的模型；而雙補片則增加厚度方向對稱性質，可利用鋁合金平板及複材補片的八分之一來建構分析的模型，如圖 3 所示。本研究並作以下的設定：

(1)考慮實際的修補情況，裂縫面為自由面，與膠合層的交接面上會因膠合層被拉扯而往受力方向變形。因此，建立模型時，將裂縫面往鋁板高度方向上偏移一小距離，使得幾何模型在受力行為上更接近實際狀況。

(2)膠合層中的聚合作用為理想狀態，並不會產生脫層現象。

(3)本文所考慮拉伸應力垂直於裂縫方向的，由文獻[12]可以知道複材補片的纖維方向垂直於裂縫方向有較佳的改善效果，所以分析過程中將設定複材補片的纖維方向垂直於裂縫方向。

3.2.2. 幾何尺寸與材料性質

如圖 2 所示，所分析之鋁合金平板的寬度 $2w$ 及高度 $2l$ 皆為 240 mm、厚度為 3 mm，在鋁合金平板的中央有一長度為 $2a$ 之裂縫，受到 $\sigma = 167 \text{ MPa}$ 的拉伸應力。以硼/環氧基(boron/epoxy)的複材補片修補鋁合金平板的裂縫，複材補片的寬度為 $2b$ 、高度為 $2h$ 及厚度為 t ；膠合層所用的材料為 FM-73，其厚度為 0.15 mm。本文分析計算所需的材料性質如表 2 所示。

本文研究的方向為：

(1)由文獻[13]知道 7075-T651 鋁合金的破裂韌性 $K_{IC} = 20 \sim 30 \text{ MPa}\sqrt{m}$ ，並考慮到材料的疲勞、使用期限及安全係數，將應力強度因子門檻值 K_{th} 設定為 $4.4 \text{ MPa}\sqrt{m}$ ，若裂縫尖端的應力強度因子超過此值，對鋁合金結構將可能產生破壞。所以本研究設定限制條件為修補後裂縫尖端處的應力強度因子低於 $4.4 \text{ MPa}\sqrt{m}$ ，找出體積最小的複合材料補片。

(2)利用最佳化模組尋找複材補片的高度、寬度及厚度，計算鋁合金平板於裂縫尖端處的應力強度因子，找出體積最小的補片尺寸，並對結果進行討論。

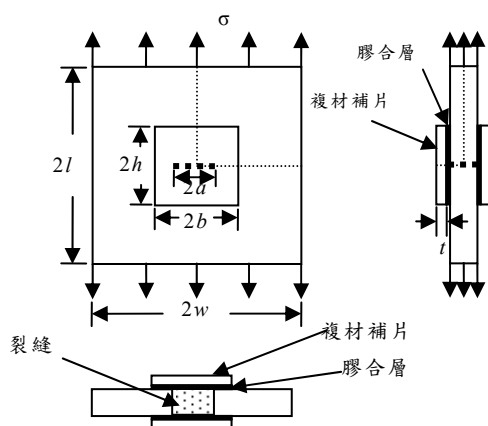


圖 2 對稱型複材補片

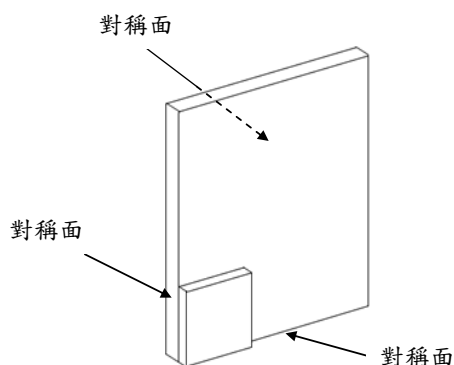


圖 3 整體結構 1/8 模型示意圖

表 2 材料常數

Material	E_1	E_2, E_3	ν_{12}, ν_{13}	ν_{23}	G_{12}, G_{13}	G_{23}
aluminum	71.7		0.33			
FM-73	2.16		0.35			
boron/epoxy	135	9	0.3	0.02	5	8

E 、 G 的單位：GPa

四、分析結果與討論

本節依利用 2.2.最佳化方法所得的最佳化方式研究對中央具有裂縫且受到 $\sigma = 167 \text{ MPa}$ 之拉伸應力的鋁合金平板，使用雙複材補片及單複材補片來修補。在不同裂縫長度下，利用最佳化方式計算複材補片大

小，使得經修補後之裂縫尖端處的應力強度因子在門檻值 $K_{th} = 4.4 \text{ MPa}\sqrt{m}$ 以下，進而得到一個體積最佳(最小)的複材補片。

4.1.最佳化方法及工具的分析

我們以矩形雙複材補片修補中央具長度為 $2a = 3 \text{ mm}$ 之裂縫的鋁合金平板為例，利用 ANSYS 內建之不同最佳化方法及最佳化工具的搭配方式，找出最合適的最佳化方式。

4.1.1 一種最佳化方法及一種最佳化工具的不同搭配方法

表 3 至表 6 為以複材補片修補含裂縫之鋁合金平板，執行一種最佳化方法及一種最佳化工具的不同搭配方法的結果。由表 3 可知在不同初始值下，使用 ANSYS 內建的單一最佳化方法無法收斂到同一最佳解。由表 4 得知，當執行 ANSYS 內建的單一最佳化工具時，以 RAND 最佳化工具所得的結果最好。由表 5 及表 6 可以得知先執行一種最佳化方法，後執行 SWEEP 最佳化工具是找到補片體積為最小的最佳化方式。

表 3 執行單一最佳化方法(SUBP 或 FIRST)，以矩形補片修補含長度為 24mm 之裂縫的鋁合金平板的結果

initial (2b-2h-t)	method	Feasible / all sets	SIF (MPa $\sqrt{m}$)	2b (mm)	2h (mm)	t (mm)	V (mm ³)
4-4- 0.25	SUBP	4/6	4.14	34.4	20.4	1.3	1824
	FIRST	0/2	-	-	-	-	-
40-40- 3.0	SUBP	6/7	3.99	27.2	25.2	1.3	1782
	FIRST	9/10	4.37	20.2	20.2	1.4	1143

feasible set 為 0 代表沒有符合的結果

表 4 執行單一最佳化工具(RAND, SWEEP, FACT 或 GRAD)，以矩形補片修補含長度為 24mm 之裂縫的鋁合金平板的結果

initial (2b-2h-t)	tool	Feasible / all sets	SIF (MPa $\sqrt{m}$)	2b (mm)	2h (mm)	t (mm)	V (mm ³)
4-4- 0.25	RAND	17/51	3.91	19.0	26.2	1.7	1693
	SWEEP	0/31	-	-	-	-	-
	FACT	1/9	2.38	40.0	40.0	3.0	9600
	GRAD	0/4	-	-	-	-	-
40-40- 3.0	RAND	18/51	3.91	19.0	26.2	1.7	1693
	SWEEP	23/31	4.30	40.0	40.0	0.9	2880
	FACT	2/9	2.38	40.0	40.0	3.0	9600
	GRAD	1/4	2.38	40.0	40.0	3.0	9600

feasible set 為 0 代表沒有符合的結果

表 5 先後執行一種最佳化工具及執行 SUBP 最佳化方法，以矩形補片修補含長度為 24mm 之裂縫的鋁合金平板的結果

initial (2b-2h-t)	method	Feasible / all sets	SIF (MPa $\sqrt{m}$)	2b (mm)	2h (mm)	t (mm)	V (mm ³)
4-4- 0.25	R - Su	18/5 2	4.30	14.4	27.8	1.6	1281
	Sw - Su	X/31	x	x	x	x	x
	Fa - Su	X/9	x	x	x	x	x
	G - Su	2/7	4.40	38.0	18.2	1.3	1798
40-40- 3.0	Su-Fa	5/14	4.14	34.4	20.4	1.3	1825
	Su-G	7/9	4.14	34.4	20.4	1.3	1825
	Su - R	21/5 6	4.09	30.2	24.0	1.1	1595
	Su - Sw	22/3 6	4.29	24.0	20.4	1.3	1273
40-40- 3.0	R - Su	19/5 2	4.20	14.0	28.2	1.7	1342
	Sw - Su	24/3 2	4.00	27.0	21.6	1.5	1750
	Fa - Su	X/9	x	x	x	x	x
	G - Su	3/9	4.20	33.4	19.4	1.4	1814
40-40- 3.0	Su-Fa	6/15	3.99	27.2	25.2	1.3	1782
	Su-G	8/10	3.99	27.2	25.2	1.3	1782
	Su - R	24/5 7	4.15	25.8	21.4	1.4	1546
	Su - Sw	24/3 7	4.23	20.0	25.2	1.3	1310

Su: SUBP, R: RAND, Sw: SWEEP, Fa: FACT, G: GRAD

feasible set 為 0 代表沒有符合的結果

feasible set 為 X 代表進入方法後出現錯誤而無法進行計算

表 6 先執行不同最佳化工具後執行 FIRST 最佳化方法，以矩形補片修補含長度為 24mm 之裂縫的鋁合金平板的結果

initial (2b-2h-t)	method	Feasible / all sets	SIF (MPa $\sqrt{m}$)	2b (mm)	2h (mm)	t (mm)	V (mm ³)
4-4-0.25	R-Fi	19/55	4.30	16.0	24.0	1.5	1152
	Sw-Fi	0/36	-	-	-	-	-
	Fa-Fi	8/18	4.40	20.2	20.2	1.4	1143
	G-Fi	0/5	-	-	-	-	-
40-40- 3.0	Fi-R	17/52	3.91	19.0	26.2	1.7	1693
	Fi-Sw	0/32	-	-	-	-	-
	Fi-Fa	1/10	2.38	40.0	40.0	3.0	9600
	Fi-G	0/5	-	-	-	-	-
40-40- 3.0	R-Fi	20/55	4.30	16.0	24.0	1.5	1152
	Sw-Fi	24/32	4.30	40.0	40.0	0.9	2880
	Fa-Fi	9/18	4.40	20.2	20.2	1.4	1143
	G-Fi	8/13	4.40	20.2	20.2	1.4	1143
40-40- 3.0	Fi-R	25/60	-	-	-	-	-
	Fi-Fa	10/18	4.37	20.2	20.2	1.4	1143
	Fi-G	12/13	-	-	-	-	-
	Fi-Sw	27/40	4.39	20.2	20.0	1.4	1131

Fi: FIRST, R: RAND, Sw: SWEEP, Fa: FACT, G: GRAD

feasible set 為 0 代表沒有符合的結果

4.1.2 一種最佳化方法和兩種最佳化工具的不同搭配方法

由表 5 及表 6 中可以觀察到最佳化方式是先執行 RAND 最佳化工具以縮小可行解區域的範圍及建立數據資料，再執行 SUBP 或 FIRST 最佳化方法，最後執行 SWEEP 最佳化工具檢測是否為最佳解。我們將選定上述方式做為我們研究的最佳化方式，並將結果列於表 7。由表 7 可知 RAND - SUBP - SWEEP (R - Su - Sw) 的搭配方式在不同初始值下也能找到相近的解。為了確認 RAND - SUBP - SWEEP 的最佳化方式是否準確及穩定，以下將利用正方形及矩形補片對具不同長度(2a = 3 mm 及 24 mm) 之裂縫的鋁合金平板做不同初始補片尺寸的驗證，並將結果列於表 8 至表 11。

表 7 執行順序為 RAND-SUBP-SWEEP(R-Su-Sw) 及 RAND-FIRST-SWEEP(R-Fi-Sw)，以矩形補片修補含長度為 24mm 之裂縫的鋁合金平板的結果

Execution sequence	initial (2b-2h-t)	Feasible / all sets	SIF (MPa $\sqrt{m}$)	2b (mm)	2h (mm)	t (mm)	V (mm ³)
R-Su-Sw	4-4-0.25 40-40-3.0	35/82 37/82	4.36 4.35	14.4 14.0	24.0 24.0	1.6 1.7	1106 1142
R-Fi-Sw	4-4-0.25 40-40-3.0	37/85 36/85	4.30 4.34	16.0 28.0	24.0 20.8	1.5 1.1	1152 1281

表 8 以不同初始正方形補片修補含長度為 3mm 之裂縫的鋁合金平板的最佳化結果

initial 2b = 2h (mm)	t (mm)	feasible / all sets	SIF (MPa $\sqrt{m}$)	2b = 2h (mm)	t (mm)	V (mm ³)
4	0.25 1.5 3.0	34/72	4.32	24.0	1.1	1267
20	0.25 1.5 3.0	34/72 35/72 35/72	4.31 4.38 4.35	24.0 20.0 24.0	1.1 1.5 1.0	1267 1200 1152
40	0.25 1.5 3.0	35/72 35/72	4.31 4.34	24.0 24.0	1.1 1.0	1267 1152

表 9 以不同初始矩形補片修補含長度為 3mm 之裂縫的鋁合金平板的最佳化結果

initial 2b (mm)	2h (mm)	t (mm)	feasible/ all sets	SIF (MPa $\sqrt{m}$)	2b (mm)	2h (mm)	t (mm)	V (mm ³)
4	20	0.25 1.5 3.0	36/82	4.36	14.4	24.0	1.6	1106
20	4	0.25 1.5 3.0	36/82	4.36	14.4	24.0	1.6	1106
20	20	0.25 1.5 3.0	36/82 36/83 36/82	4.36 4.32 4.36	14.4 18.8 15.8	24.0 21.4 24.0	1.6 1.5 1.4	1106 1207 1062

40		0.25	36/82	4.36	14.4	24.0	1.6	1106
		1.5						
		3.0	36/82	4.35	14.6	24.0	1.6	1121
4		0.25						
		1.5	36/82	4.36	14.4	24.0	1.6	1106
		3.0						
40	20	0.25	36/82	4.36	14.4	24.0	1.6	1106
		1.5						
		3.0	36/82	4.37	13.8	24.0	1.7	1126
40	40	0.25						
		1.5	36/82	4.36	14.4	24.0	1.6	1106
		3.0	37/82	4.35	14.0	24.0	1.7	1142

表 10 以不同初始正方形補片修補含長度為 24mm 之裂縫的鋁合金平板的最佳化結果

initial 2b = 2h (mm)	t (mm)	Feasible / all sets	SIF (MPa $\sqrt{m}$)	2b = 2h (mm)	t (mm)	V (mm ³)
30	0.25 1.5 3.0	45/72	4.39	30.6	2.1	3933
50	0.25 1.5 3.0	15/72 46/72	4.39 4.39	32.0 30.6	1.9 2.1	3891 3933
70	0.25 1.5 3.0	45/72	4.39	30.6	2.1	3933

表 11 以不同初始矩形補片修補含長度為 24mm 之裂縫的鋁合金平板的最佳化結果

initial 2b (mm)	2h (mm)	t (mm)	feasibl e/ all sets	SIF (MPa $\sqrt{m}$)	2b (mm)	2h (mm)	t (mm)	V (mm ³)
30	30	0.25 1.5 3.0	52/82 54/82	4.38 4.37	31.2 31.8	30.6 30.0	2.0 2.0	3819 3816
50	70	0.25 1.5 3.0	52/82	4.38	31.2	30.6	2.0	3819
50	30	0.25 1.5 3.0	52/82 54/82	4.38 4.38	31.2 31.6	30.6 30.0	2.0 2.0	3819 3792

50	0.25							
70	1.5	52/82	4.38	31.2	30.6	2.0	3819	
	3.0							
30	0.25							
70	50	1.5	52/82	4.38	31.2	30.6	2.0	3819
	70	3.0						

根據以上驗證，本研究將以 RAND - SUBP - SWEEP 為最佳化方式，在不同初始值下所計算的結果，雖然有些差異，但仍在可接受的範圍內。並訂定複材補片的基本限制如下：

- (1)考慮避免補片厚度太厚影響原本設計的空氣動力特性，因此，補片厚度 t 需小於鋁合金平板的厚度 3 mm。
- (2)考慮修補的基本條件，複材補片的長度 b 及高度 h 需大於裂縫長度 a 。

4.2.最佳化結果

4.2.1.正方形複材補片

利用正方形複材補片修補含裂縫之鋁合金平板的最佳化結果如表 12 所示。為了符合應力強度因子低於其門檻值的限制，隨著裂縫長度的增加，修補所需的補片長度與厚度都增加，如圖 4 所示。當到達一定裂縫長度後，補片尺寸增加的變化漸小，補片的厚度趨近於定值，體積的增加量逐漸減少。

表 12 以正方形複材補片修補含裂縫之鋁合金平板的最佳化結果

$2a$ (mm)	feasible / all sets	SIF (MPa $\sqrt{m}$)	$2b=2h$ (mm)	t (mm)	V (mm ³)
3	34/72	4.31	24.0	1.1	1267
6	26/72	4.31	27.4	1.7	2552
12	20/72	4.32	29.6	2.0	3504
18	33/76	4.33	30.0	2.1	3780
24	37/72	4.39	30.6	2.1	3932

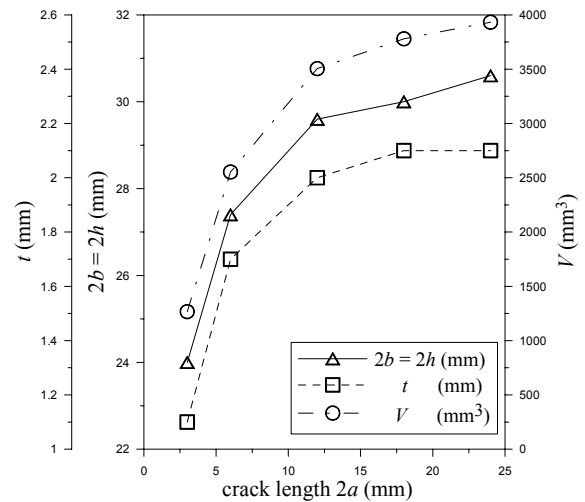


圖 4 以正方形複材補片修補的最佳化結果

4.2.2.矩形複材補片

利用矩形複材補片修補含裂縫之鋁合金平板的最佳化結果如表 13 及圖 5 所示。在裂縫長度為 6 mm 至 24 mm 之間所需補片的厚度從 1.8 mm 增加到 2.0 mm，增加幅度很小。在最小體積要求下，補片的寬度、高度及厚度的變化會互相影響，隨著裂縫長度的增加，補片厚度的變化小而且趨勢是增加狀態，因此，補片的寬度及高度的變化都是震盪的。

我們使用的最佳化方法在目標曲線(最小體積)下，所尋找到的補片尺寸是其中一組解，若以不同的最佳化方式所得結果或許會有些微差異。

表 13 以矩形複材補片修補含裂縫之鋁合金平板的最佳化結果

$2a$ (mm)	feasibl e/ all sets	SIF (MPa $\sqrt{m}$)	$2b$ (mm)	$2h$ (mm)	t (mm)	V (mm ³)
3	36/82	4.36	14.4	24.0	1.6	1105
6	25/82	4.39	22.2	29.2	1.8	2334
8	22/82	4.39	28.8	26.6	1.9	2912
10	24/82	4.39	29.6	27.6	1.9	3104
12	24/82	4.39	28.0	30.8	1.9	3277
14	25/82	4.39	29.2	31.2	1.9	3464
16	28/82	4.39	30.8	30.2	1.9	3536
18	42/82	4.40	29.8	30.0	2.0	3576
24	52/82	4.38	31.2	30.6	2.0	3818

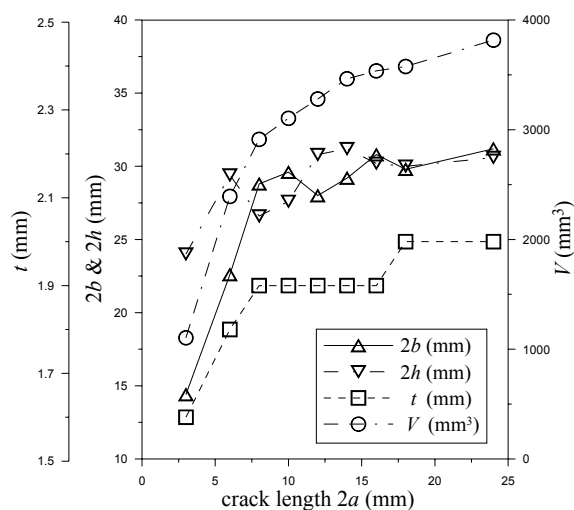


圖 5 以矩形補片複材修補的最佳化結果

五、結論

本文使用 ANSYS 最佳化模組，經驗證後找出最適合的最佳化方式為 RAND - SUBP - SWEEP。考慮具不同裂縫長度的鋁合金平板，以最佳化方法找出最小體積之複材補片的長度、高度及厚度，使修補後之鋁合金平板於裂縫尖端的應力強度因子小於門檻值 $K_{th} = 4.4 \text{ MPa} \sqrt{m}$ 。

由數值模擬結果可以歸納出以下幾個結論：

- (1) 為了符合應力強度因子低於門檻值的限制，隨著裂縫長度增加，修補所需的補片尺寸都增加，但所需的補片體積增加幅度則會趨緩。
- (2) 修補含裂縫之鋁合金平板時，隨著裂縫長度增加，所需補片的厚度增加到一定大小後，增加變化非常小。
- (3) 對於同一裂縫長度，使用長方形補片修補所需的體積小於正方形補片。利用體積較小的長方形補片修補裂縫能有效減低應力強度因子，減少材料的浪費。

六、參考文獻

1. Baker, A. A., "A summary of work on applications of advanced fibre composites at the Aeronautical Research

- Laboratories Australia", Composite Structures 9, pp 11, 1978.
2. Mitchell, R. A., Woolley, R. M., and Chwirut, D. J., "Analysis of composite reinforced cut-outs and cracks", American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal 4, pp 744, 1975.
3. Jones, R., and Callinan, R. J., "Finite element analysis of patched cracks", Journal of Structure Mechanics 7, pp 107, 1979.
4. Wang, C. H., Rose, L. R. F., and Callinan, R., "Analysis of out-of-plane bending in one-sided bonded repair", International Journal of Solids and Structures 35, pp 1653, 1998.
5. Kumar, A. M., and Hakeem, S. A., "Optimum design of symmetric composite patch repair to centre cracked metallic sheet", Composite Structures 49, pp 285, 2000.
6. Bouiadjra, B. B., Fekirini, H., Serier, B., and Benguediab, M., "Numerical analysis of the beneficial effect of the double symmetric patch repair compared to single one in aircraft structures", Computational Material Science 38, pp 824, 2007.
7. Umamaheswar, T. V. R. S., and Singh, R., "Modeling of a patch repair to a thin cracked sheet", Engineering Fracture Mechanics 62, pp 267, 1999.
8. Schubbe, J. J., and Mall, S., "Modeling of cracked thick metallic structure with bonded composite patch repair using three-layer technique", Composite Structures 45, pp 185, 1999.
9. Papanikos, P., Tserpes, K. I., Labeas, G., and Pantelakis, S., "Progressive damage modeling of bonded composite repairs", Theoretical and Applied

- Fracture Mechanics 43, pp 189, 2005.
10. Chue, C. H., and Liu, J. C. T., “The effects of laminated composite patch with different stacking sequences on bonded repair”, Composite Engineering 15, pp 223, 1995.
 11. Ayatollahi, M. R., and Hashemi, R., “Computation of stress intensity factor (K_I , K_{II}) and T-stress for cracks reinforced by composite patching”, Composite Structures, pp 602-609, 2007.
 12. 周文清, 黏著修補技術之補片最佳設計, 國立成功大學機械工程研究所, 1994.
 13. <http://www.matweb.com/index.asp?ckck=1>