

艦隊防空作戰分析與建模

高振宇 中校

提 要：

一、本文參考美國海軍作戰分析(Naval Operations Analysis)第三版〔註一〕，以 Matlab〔註二〕程式建模，使模擬分析人員可在電腦圖形使用者界面(GUI, Graphical User Interface)下輸入參數後，藉程式運算結果與圖形分析不同威脅與不同防空武器性能下相對作戰能力，分析人員可藉本模式與延伸性防空模擬分析模式(EADSIM)、整合戰區接戰模式(ITEM)或其他模式結果相互驗證。

二、模式適用於水面艦對敵空中載台、反輻射飛彈或攻船飛彈之自衛防空及區域防空分析、我水面艦艦型組合與編隊距離分析、攻擊敵航母編隊或兩棲船團戰術分析、海空聯合截擊飽和攻擊彈藥需求分析、作戰系統防空飛彈發射間隔與反應時間效能分析、超低空或超音速攻船飛彈效能與攔截能力分析等，同時亦適用於地面防空作戰分析(模式參數輸入畫面如圖一)。

關鍵詞：海軍作戰分析、艦隊防空作戰、攻擊防空艦

壹、前言

美國海軍作戰分析(Naval Operations Analysis)第三版於 1999 年由美國海軍學院出版社(Naval Institute Press)出版，本書由美國海軍官校數學系 Danile H. Wagner, W. Charles Mylander, 及 Thomas J. Sanders 等教授所編輯。本書第 13 章介紹艦隊防空作戰(Fleet Air Warfare)，暫不論書中介紹之船艦數量類型、作戰方式或編隊部署是否符合現況，本文僅單純引用書中區域防空作戰概念，作為逐步分析與發展模式之理論依據。

本文圖二、三、五取材自美海軍作戰分析第三版，圖四取材自美海軍作戰分析第二版〔註三〕，注意在海軍作戰分析一書中，公式並未考慮延遲時間、目標或飛彈間隔時間、飛彈射程限制、飛行高度與雷達偵測距離等參數。

貳、最接近點與目標追蹤

當威脅目標(包含空中威脅或攻船飛彈等)攻擊防空艦(SAM Ship)以外的目標時，如何評估水面作戰支隊各單艦或支隊總體區域防空能力？要進行上述評估首先要探討二個問題，一是威脅目標的飛行路徑(Target Track)有無穿越支隊中某艘 SAM Ship 的防空飛彈有效射程涵蓋？其次，在目標飛行路徑與 SAM Ship 最接近距離為何？此最接近距離稱為 CPA(Closest Point of Approach) Range(如圖四)。

圖四僅以二維平面的 x-y 軸面積表現防空飛彈涵蓋範圍，作者以 Matlab 建模時，會將 Target 高度列為輸入參數，以考慮三維空間中防空飛彈飛行路徑，並同時以 2D 與 3D 圖形分析區域防空作戰效能。

圖五中 Z 點為 SAM Ship，威脅目標於 A 點進入 SAM 最大射程(rmax)，依序飛過 B 點及 C 點，威脅目標飛行路徑與 SAM Ship 最接近點距離為 rCPA， θ_1 稱為第 1 次目標角度(Target Angle)， α_1 稱為第 1 次導引角度(Lead Angle)：

由正弦定理：

$$\dots\dots\dots(1)$$

$$\dots\dots\dots(2)$$

$$\dots\dots\dots(3)$$

$$\dots\dots\dots(4)$$

$$\theta_2 = \alpha_1 + \theta_1$$

同理可得 $\theta_{i+1} = \alpha_i + \theta_i$

$$\dots\dots\dots(5)$$

$$\dots\dots\dots(6)$$

$$\dots\dots\dots(7)$$

(1)至(7)式均取材自海軍作戰分析一書，注意其中包含了幾個重要的假設條件：

1.威脅目標及防空飛彈皆為等速、定向與直線運動，不考慮飛彈氣動力、導控限制與飛彈可承受最大 G 值等因素。

2.不考慮 SAM Ship 防空作戰系統延遲時間。

3.不考慮 SAM Ship 的雷達偵測距離。

4.SAM 可接戰攻船飛彈，不受最小射高限制。

5.第一次攔截位置出現在 SAM 最大射程。

根據以上分析概念與演算公式，並且加入延遲時間與雷達偵測距離等因素，所完成之模式輸入介面與輸出圖形如圖六所示，注意其中接戰反應時間與殺傷評估時間在本章中忽略不計，其對攔截能力的影響會在下一章加以說明。

範例一輸入參數如圖六，因為防空飛彈最大射程僅 25 哩，限制其作戰效能，故 SAM Ship 防空系統僅有共 5 次接戰機會(迎擊 3 次，尾追 2 次)，在此就模擬分析時若干重要發現說明如下：

1.與尾追相較，迎擊時防空飛彈與威脅目標之相對速度較高，故接戰機會較多。

2.為避免誤擊與節省彈藥，SAM Ship 對攻船飛彈威脅可只考慮迎擊接戰，對空中威脅可考慮尾追接戰。

3.必須考慮地球曲率影響(如圖七)，若威脅目標飛行高度(Ht)為 300 公尺，SAM Ship 雷達天線高度(Ha)為 25 公尺，則雷達有效偵測距離(Reff)約 49.8 哩，遠大於範例一防空飛彈最大接戰距離(Rmax) 25 哩，故範例一假設第一次 SAM 攔截距離為 SAM 最大接戰距離可以被接受。

4.水面艦防空飛彈「終端」導引方式一般均為半主動雷達導引，必須仰賴射控雷達照明目標，以提供 SAM 尋標器藉追蹤目標回波完成終端導引，換言之射控雷達照得到才打得到，當目標超出雷達有效偵測涵蓋時，防空飛彈無法接戰，例如標準飛彈 SM-1 為半主動雷達導引，需要射控雷達全程照明，SM-2 為中途慣性+指令修正+終端半主動雷達導引，僅需要於終端數秒由射控雷達照明。

由圖七，令 R_e 為地球半徑(約 6400 km)，則有效偵測距離為：

考慮大氣正折射時 R_e 以 $(4/3)R_e$ 代入上式，則

.....(8)

.....(9)

若將範例一之 R_{max} 由 25nm 提高至 45nm，則總接戰機會由 5 次提升到 8 次(如圖八)。

在範例一及範例二中，最接近點(CPA)距離皆為 15nm，若降到 5nm，理論上總接戰機會將會更多，利用本模式可以很快得到答案為 13 次(如圖九)。

參、考慮延遲時間

區域防空火力分析模式區分二部分，第一部分不考慮延遲時間，計算方法如上一章的三角函數，第二部分考慮延遲時間，為簡化起見，模式中延遲時間僅以接戰反應時間(tr)與殺傷評估時間(ta)代表，其他諸如資料鏈傳、雷達偵測與追蹤、目標識別、威脅評估、武器指派與掛彈等時間均假設包含在 tr 與 ta 之中。

模式首先由威脅目標高度，由(9)式計算出 SAM Ship 雷達有效偵測距離(Reff)，接著比較雷達有效偵測距離(Reff)與防空飛彈最大接戰距離(Rmax)，如果來襲目標高度(Ht)夠高，其有效偵測距離大於 SAM 最大接戰距離加上 SAM 接戰反應時間(tr)內的目標移動距離，即滿足(10)式，則 SAM 第一次攔截距離仍然可以假設為 SAM 最大接戰距離，(10)式中 u 為目標速度， v 為防空飛彈速度。

.....(10)

當雷達發現目標後需要先經過一段接戰反應時間(tr)才會發射飛彈，再經過 t_1 秒之後第一次

攔截到目標。此後再經過各一次殺傷評估時間(t_a)與接戰反應時間(t_r)後發射第二枚飛彈，經過 t_2 秒後第二次攔截到目標，示意如圖十。注意在此處暫不考慮射擊準則(Fire Doctrine)，也就是均假設為單發射擊(Shoot-Look-Shoot)，射擊準則與其效益將在自衛防空分析時說明。若依據輸入參數，程式計算出不能滿足(10)式，則依據圖十，解(11)式之二維聯立方程式可得到未知數 t_1 ，將 t_1 代入(12)式解二維聯立方程式得到未知數 t_2 ，依此類推以計算出每次攔截(距離雷達偵測到目標的)時間，以及目標在預定飛行路徑(圖十的垂直紅線上)的距離，注意(11)、(12)式為加入目標飛行高度(H_t)之三維計算。

.....(11)

.....(12)

若滿足(10)式，則依據圖十一，SAM 第一次攔截位置仍在 SAM 最大接戰距離(R_{max})，此時 $t_1=0$ ，二維聯立方程式改為：

.....(13)

.....(14)

依此類推計算出每次攔截時間及距離。

參考上一章的 3 個範例，當考慮延遲時間時，假設接戰反應時間(t_r)為 10 秒，殺傷評估時間(t_a)為 5 秒，模式得出結果如圖十二、十三、十四，讀者可自行比較圖六、八、九，當考慮延遲時間後，總接戰機會由 5、8、13 次降為 5、6、8 次，因此作者藉紅字標題(如圖六、八、九)，提醒讀者該圖形係不考慮延遲時間的結果。

表一至表三分別為範例一至範例三中，有無考慮延遲時間的模擬結果報告。

肆、攻船飛彈低空攻擊

範例一至範例三只改變 SAM 最大接戰距離與 CPA 距離，其威脅目標飛行高度均為 300 公尺，接著要分析飛行高度僅有 30 公尺的攻船飛彈威脅，同時考慮延遲時間，以提高模擬仿真。

除目標飛行高度降為 30 公尺外，範例四、五、六之其他參數與範例一、二、三均相同。

當威脅目標飛行高度由 300 公尺降為 30 公尺，SAM Ship 雷達有效偵測距離由 49.8 nm 降到 23.3nm，所以在圖十五與圖十六中，不論 R_{max} 為何，總接戰機會均為 3 次。圖十七中，因為最接近點距離由 15nm 降為 5nm，故總接戰機會增為 6 次。

此外在水面艦區域防空作戰或地面防空作戰中，可能會考量避免誤擊、節省彈藥、地形地物遮障、或其他短程防空接戰等因素，而規劃若干限制接戰區域，運用本模式之防空飛彈最小接戰距離(R_{min})可快速獲得所需數據，圖十八中第 2 到第 5 次接戰發生在距 SAM Ship 25nm 範圍內。

伍、自衛防空分析—當 $R_{cpa} \sim 0$

若將範例一、二的最接近點距離(R_{cpa})降為 0.01nm，成為範例八、九，如圖十九所示，當威脅就在 SAM Ship 上方通過時，區域防空將提升為自衛防空。

若將範例八、九的威脅目標飛行高度由 300 公尺降為 30 公尺，成為範例十、十一，受到雷達有效偵測距離影響，其接戰機會如圖二十。

注意在圖十九、二十中必須將小於防空飛彈最小接戰距離(R_{min})之結果過濾掉，雖然由圖中並不容易分辨出來，但由分析報告表可以很清楚得到。以範例十一為例，因為第 4 次接戰距離為 1.1882nm，小於 $R_{min}=2nm$ ，所以第 4 次接戰為無效接戰(參閱表四)。

換個角度思考，如果作戰系統能夠計算出第 4 次接戰為無效接戰，那麼第 4 次接戰應該正好發生在 Y axis=-2.0nm，第 5 次以後接戰位置會再依序前推，但是對於 30m 高之攻船飛彈來襲場景，迎擊接戰機會只有 3 次，尾追接戰理論上可不需考慮。

到目前為止，區域防空分析均以距離或高度作為繪圖之座標軸，以表現最接近點距離與攔截效益，然而其缺點是對於攔截時間或延遲時間無法清楚表現。在自衛防空分析中，因為威脅是朝向自己攻擊，圖形不需要表現空間座標與相對位置，故可引進時間變數成為其中一個座標軸，以利分析時間效益，限於篇幅，本文僅列舉一例介紹。

圖 21(a)為自衛防空分析模式參數輸入畫面，與區域防空分析不同之處在於自衛防空分析簡

化地球曲率計算而以雷達初始偵測距離代替，同時新增威脅目標攻擊數量、目標間隔時間、SAM 發射間隔時間、SAM Ship 防空系統最大齊射(Salvo)數、水面艦最大載彈量與防空飛彈單枚殺傷機率等，其中最大齊射數必須同時考量 SAM 發射系統、導引方式與射控雷達數量，以決定其主要限制因素。

圖 21(b)自動計算當日目標數量由 1 到 40 時，防空飛彈系統在不同射擊準則下之攔截率與目標穿透數，以快速評估此防空飛彈系統在此特定威脅場景與載彈量限制下，所能夠承受的最大飽和攻擊數量，以及最佳射擊準則，本例中當來襲目標數小於 7 時，以連波射擊準則(Shoot-Shoot-Look)可得到比單發射擊(Shoot-Look-Shoot)更高之攔截率與更少之目標穿透數。注意當日目標數量超出 SAM 最大載彈量時(本例為 32 枚)即不予分析。

圖 21(c)為每一枚 SAM 發射及攔截之距離與時間詳細報告，其數值可與圖 21(d)或圖 21(e)之藍色虛線對應到的座標軸數值相互對照。

圖 21(d)與圖 21(e)使用不同對應之座標軸，表現相同的二維接戰分析，當威脅目標朝向 SAM Ship 飛行時，會隨時間增加而減少相對距離，本例中 SAM Ship 初始雷達偵測距離為 40nm，因此當 $t=0$ 時，在距離軸上由 40nm 開啓接戰分析。

12 條黑色斜線代表 12 個來襲威脅目標，其斜率代表威脅目標速度，其間隔為目標間隔時間(本例為 3 秒)，2 條平行距離軸的粉紅線是防空飛彈最大與最小接戰距離(本例為 35nm 與 2nm)。

在 2 條粉紅線中間的綠色斜線為有效攔截線，綠色斜線的斜率代表防空飛彈速度，因為本例最大齊射數量為 2，因此會看到 2 條綠色斜線平行接戰，各攔截一個目標，其間隔為 SAM 發射間隔時間(本例為 2 秒)，在第 n 波與第 $n+1$ 波 SAM 發射之間隔時間為接戰反應時間與殺傷評估時間(本例合計為 15 秒)。

陸、結語

本模式不需要輸入各種武器或載台座標、航行(飛行)路徑、武器與感測器等參數，或是學習接戰準則等模式操作的設定規則，具有簡單實用的優點。運用 Matlab 的工程計算與繪圖能力，藉圖形結果與文字報告提供足夠資訊，以分析敵我艦船或地面防空系統在不同威脅環境下的接戰能力與存活機率，可作為未來武器或戰鬥系統性能提升之參據。本模式亦可針對敵水面艦、航母或兩棲船團以及地面防空系統，設計飽和攻擊戰術及預估彈藥數量需求，俾於實戰中減少戰損，發揮最大聯合戰力。

開發簡單實用並能掌握理論公式的作戰分析模式，推廣至作戰、訓練、計畫、武獲、研發、後勤、教學等領域使用，可拓展各專業領域應用層面，使各專業領域能與作戰分析、作戰實務相結合。將枯燥乏味的理論與數學公式轉變為模式，使不具專業背景的使用者能透過簡單直覺的輸入介面，得到意想不到、充滿驚喜的分析報告與圖形結果，以激發學習動機與興趣，真是一件利人又利己的事。

註一：Danile H. Wagner, W. Charles Mylander, Thomas J. Sanders, “Naval Operations Analysis”, Third Edition, Department of Mathematics, U.S. Naval Academy, 1999, PP. 298~323.

註二：Duane Hanselman, Bruce Littlefield, “Mastering Matlab 6 – A Comprehensive Tutorial and Reference”, Prentice Hall, Inc. 2001.

註三：“Naval Operations Analysis”, Second Edition, Department of Mathematics, U.S. Naval Academy, fifth printing, 1989, PP. 223~236.