

利用 GPS、重力資料和大地法推求台灣海水面地形

黃立信^{1*} 張瑋志² 黃金維³

¹國防大學理工學院環境資訊與工程學系

²國防大學理工學院國防科學研究所

³國立交通大學土木系

摘 要

本研究使用大地法計算成果，估計台灣地區大地起伏模式之精度約為 5.93cm。以此重力計算成果分三組估算本島與離島之平均海水面地形差，A 組部分：由基隆起算基隆-小琉球平均海水面地形差為 $7.61 \pm 8.50\text{cm}$ ；由高雄起算之平均海水面地形差值為 $1.68 \pm 8.50\text{cm}$ ；B 組部分：由基隆起算由基隆-綠島平均海水面地形差為 $46.94 \pm 8.50\text{cm}$ ；由高雄起算之平均海水面差值為 $41.01 \pm 8.50\text{cm}$ ；C 組部分：由基隆起算基隆-蘭嶼平均海水面地形差為 $103.36 \pm 8.50\text{cm}$ ；由高雄起算之平均海水面地形差值為 $97.42 \pm 8.50\text{cm}$ 。

關鍵詞：大地法，大地起伏模式，海水面地形

Combing GPS, Gravity Data and Geodetic Method to Estimate Taiwan's Sea Surface Topography

Lih-Shinn Hwang^{1*}, Wei-Chin Chang², and Chein-Way Hwang³

¹ Department of Environmental Information and Engineering,
Chung-Cheng Institute of Technology, National Defense University

² Graduate School of National Defense Science, Chung-Cheng Institute of Technology, National Defense University

³ Department of Civil Engineering, National Chiao Tung University

ABSTRACT

With Geodetic method, the accuracy of geoid model between Keelung and Kaohsiung point is about 5.93 cm. All sea surface topography differences (Δ SST) calculated by gravity recovery data was processed with three part(A, B and C)sets. A set result shows that from Keelung connected point to calculate Keelung(Taiwan)- Liugiu Shiang (isolated island) Δ SST are estimated to be 7.61 ± 8.50 cm, and from Kaohsiung connected point to calculate Keelung(Taiwan)-Liugiu Shiang(isolated island) Δ SST are estimated to be 1.68 ± 8.50 cm. B set result shows that from Keelung connected point to calculate Keelung(Taiwan) - Greenisland(isolated island) Δ SST are estimated to be 46.90 ± 8.50 cm, and from Kaohsiung connected point to calculate Keelung(Taiwan) - Greenisland (isolated island) Δ SST are estimated to be 41.01 ± 8.50 cm. B set result shows that from Keelung connected point to calculate Keelung(Taiwan) - Lanyu(isolated island) Δ SST are estimated to be 103.36 ± 8.50 cm, and from Kaohsiung connected point to calculate Keelung(Taiwan) - Lanyu (isolated island) Δ SST are estimated to be 97.42 ± 8.50 cm.

Keywords: Geodetic Method, Geoid Model, Sea Surface Topography

文稿收件日期 98.7.23; 文稿修正後接受日期 98.12.29; *通訊作者

Manuscript received July 23, 2009; revised December 29, 2009; * Corresponding author

一、前言

台灣處於太平洋西緣，受到歐亞大陸板塊與菲律賓海板塊擠壓間接影響高程變化[1]，且受西太平洋的親潮、黑潮等洋流經過會合影響，整體氣候受海洋影響甚大。高程基準是水準系統的依據，一般而言高程基準皆以使用當地指定之潮位站長期收集的平均海水面來獲得，如中國大陸使用青島潮位站作為高程基準依據；亦有利用區域中多個潮位站的平均海水面來獲得，如美國使用21個境內潮位站和5個加拿大境內潮位站加以計算求得[2]，這兩種方法各有優缺點。使用多個潮位站所得到的平均結果，可以削弱地區性的影響，但是對於潮位站的數目及潮位站的位置必須不能有所改變，因為會影響到高程基準化算而產生變化。台灣地區本島高程基準(Taiwan Vertical Datum 2001, TWVD2001)為基隆平均海水面所測得，離島為當地指定之潮位站資料化算設立高程基準，由於區域範圍內正高是由橢球高和大地起伏連結，大地起伏可經由區域實測重力及高解析度的全球大地位模式聯合之數值方法求解，若利用三者關係，建立在同一大地水準面之高程系統，有助於推動國家整體經濟建設。

GPS所測得之高程為數學橢球面起算之橢球高，水準測量測得之高程則為大地水準面起算之正高，兩者起算面並不一致。水準測量因為工作上的限制，且因地球曲率因素兩觀測點過遠，易受到氣候、兩點間的通視、及地形的影響，在現今技術並無法與離島進行水準測量連測；另就GPS測量而言，不受氣候及兩點間通視的限制，且觀測狀況良好，解算精度符合要求，如能加入精密大地起伏網格推算，即可有效推估測站正高，亦可反推求檢核相應點位之正高高程基準。

台灣水準原點是以計算基隆的平均海水面長期資料推算至K999台灣水準原點[3]，此為台灣高程基準，鄰近TGBM水準原點皆是由此點引測；台灣不分南北東西皆由基隆水準原點以一等水準測量引向台灣全島，所以只要在台灣本島地區使用水準測量皆能有統一的水準高程系統，然而離島高程系統卻是由當地潮位站測得平均海水面推算求得，本島與離島各自擁有不同起算的平均海水面，離島與本島高程起算基準也不一致。本研究將以GPS的定位技術求解點位三維坐標，計算求得橢球高程，加上收集重力資料計算利用數值方法而得區域性大地起伏網格，求得相對應點位之大地起伏值，與各高程系統觀測點位正高資料，由此推估平均海水面地形的差異值，

將可得知台灣本島高程系統與離島高程系統的起算基準差異，進而檢核本島與離島高程系統。

二、研究方法

一般而言，使用GPS接收站理應架設固定式之基座，對於長距離或是較長觀測時間對高程的判定，理應於觀測點位架設固定式的基座或是連續接收資料的GPS接收站，但是礙於人力、物力的限制之下，本實驗僅能自行於現場架設GPS接收儀之方式，來獲取觀測資料，為了豐富觀測資料，所以向內政部衛星中心申請當日台灣追蹤站的資料，並配合台灣IGS站之觀測資料，一併進行解算。

各觀測點外業實際接收資料，其中包含了台灣本島以及台灣離島和台灣的各衛星追蹤站和位於台灣的IGS追蹤站，以位於歐亞大陸板塊邊緣的金門衛星追蹤站做為約制站，實際擺站接收儀所設定資料接收間隔為15秒一筆，對衛星的擷取角度為15度，為了避免取得不良數據及對流層延遲誤差影響固如此設定，觀測時間為連續四十八小時，各觀測點連測，獲取三天數據，數據計算將以不同網型的連結，在相同條件以及相同誤差改正下來探討各種網型對各觀測點高程計算之結果。

本實驗利用連續三年收集觀測點的GPS資料，經過三種不同網形計算獲得結果，找出最佳網形解算出之基線精度，利用最小二乘配置法計算求得台灣地區大地起伏網格，再與觀測點位上內政部所公告之水準正高值，利用三者間的幾何關係，推求離島高程系統與本島差異，並檢核台灣區域的正高高程系統。

三、GPS觀測原理

地球形狀的計算分別用真實的地球表面(Topography)、幾何性的數學橢球面(Ellipsoid)、以及物理性的大地水準面(Geoid)作決定。地球的真實形狀為一個上尖下鈍不均質的橢球體，由於地球內部質量分布不均，使得各點位的重力垂線方向產生不規則變化，為了達到方便計算之目的，以一個簡單之數學模型來取代真實地球之形狀，即為參考橢球體，正高的起算基準為大地水準面，然而GPS的高程參考基準為橢球面，地球真實形狀與參考橢球體之間的差異為大地起伏，其關係示可見圖1，由公式(1)可表示三者之間的關係。

$$N = h - H \quad (1)$$

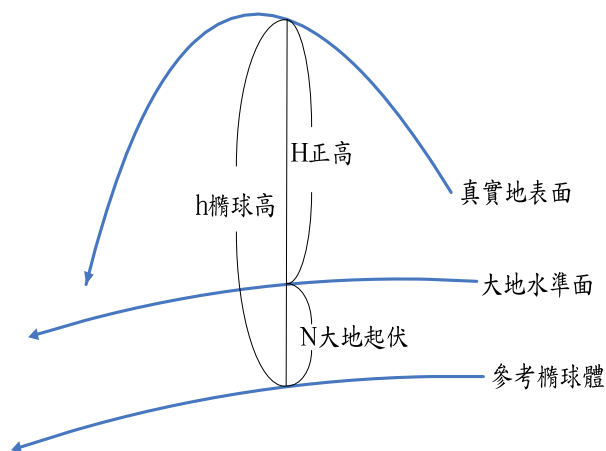


圖 1. 大地起伏與正高和幾何高之間的關係。

台灣在早期所採用的大地基準為(Taiwan Datum 1967, TWD67)[3]使用(Geodetic Reference System 1967, GRS67)地球原子，以基隆潮位站為台灣水準原點，以南投埔里虎子山三角點為三角測量之基準，由於地殼變動與當時測量技術限制，內政部在民國八十二年改採 GPS 衛星定位技術，以(World Geographic Reference System of 1980,WGRS80)為地球原子，(International Terrestrial Reference Frame 2000,ITFR2000)為框架，求得八個衛星追蹤站絕對坐標，於八十七年公佈大地基準(Taiwan Datum 1997,TWD97)[3]，現今台灣所使用的正高系統是採用基隆潮位站 1957 年至 1991 年潮位化算，命名為(Taiwan Vertical Datum 2001,TWVD 2001)[3]。

在長期潮位資料，可以得到海水面高度的時間序列，序列的呈現為連續的曲線，計算時採用每一小時整點藉此消除當天離散值，並消除週期為 1 小時之分潮之潮汐影響求得日平均海水面，按照上述方法計算月（天或小時）資料求得月平均海平面並消除每天海洋潮汐變化，取一年資料計算加權平均值得年平均海平面並消除氣象因素，權的給予為月份的天數。若採用多年資料可消除較長周期的影響，如月亮近地點移動（8.85 年）、月亮黃白交點移動（18.6 年），這方法為算術平均法，計算平均海平面是最簡單也是最有效的[4]。

由於各島嶼間使用水準高程基準皆不同，為當地潮位站資料計算所定義，然而參考橢球面基準是確定的，利用物理方法求得大地起伏連接了正高與幾何高，兩地之間由於有各自的平均海水面，以致於計算海水面至大地水準面之海水面地

形(Sea Surface Topography,SST)之值並不相同，兩島嶼海水面地形差異稱為 ΔSST ，彼此間之關係可由圖 2 看到。

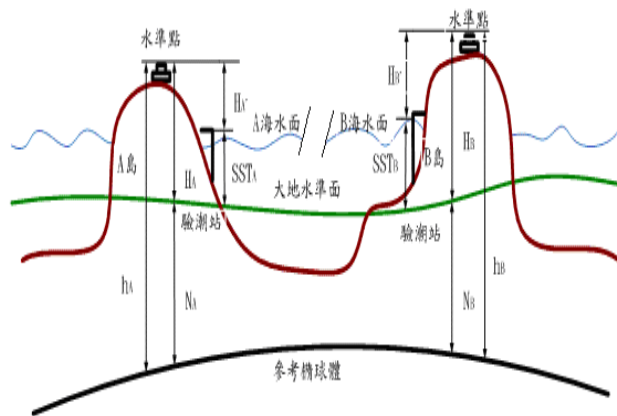


圖 2. 本島與離島高程系統海面地形差異示意圖。

H_A 、 H_B 為 A 與 B 兩點正高高程，兩地水準正高高程差由下式求得：

$$\Delta H^{Level} = H_A - H_B \quad (2)$$

h_A 、 h_B 為利用 GPS 法求得 A 與 B 兩點橢球高高程，兩地之橢球高高程差由下式求得：

$$\Delta h = h_A - h_B \quad (3)$$

N_A 、 N_B 為利用大地位模式計算之 A 與 B 兩點大地起伏值，兩地之大地起伏差可由下式求得：

$$\Delta N = N_A - N_B \quad (4)$$

結合 (3) 與 (4) 式，則可求得下式，此為 GPS 求得之正高差：

$$\Delta H^{GPS} = \Delta h - \Delta N \quad (5)$$

在 (5) 公式中， ΔH^{GPS} 之精度取決於 Δh 、 ΔN 兩者，三者之標準誤差關係可用下式表達：

$$\sigma_{\Delta H}^2 = \sigma_{\Delta h}^2 + \sigma_{\Delta N}^2 \quad (6)$$

如果 GPS 觀測時間夠長（大於一天），橢球高差之誤差應在 cm 以下，因而 ΔH^{GPS} 之誤差大部分來自大地起伏模式，由公式(6)示。故 ΔH^{GPS} 與 ΔH^{Level} 之差異反應大地起伏模式之誤差大小。

利用大地位模式，估計 A 至 B 高程基準差

異，由(5)之推導，同理可得下式：

$$\Delta H_{B,A} = \Delta h - \Delta N \quad (7)$$

參照 (2)，(7) 公式亦可轉換為下式

海平面起算而得之正高比較，由此即可求得兩地之海面地形差，即為兩起算高程基準的差異。

四、大地起伏網格製作

4.1 去除回復法

所謂去除回復法 (Remove Compute Restore, RCR)，即為全球重力位模式理論計算出之長波長重力異常，與剩餘地形效應理論計算出之重力異常稱為短波長重力異常，將長波長重力異常減去短波長重力異常，就可以獲得剩餘重力異常為中波長重力異常，將剩餘重力異常經由最小二乘配置法經過計算後可得到殘餘的大地起伏值，最後結合長波長、中波長，短波長大地起伏值，即為大地起伏結果[5]，由公式(9)及(10)表示，式中參數 Δg_{res} 為剩餘重力異常； Δg 為觀測重力異常值； $\Delta g_{GGM02C+EGM96}$ 為全球模式重力異常； Δg_{RTM} 為殘餘重力異常； e_{EGM} 、 e_{RTM} 為相對應水準梯度。

$$\Delta g_{res} = \Delta g - \Delta g_{GGM02C+EGM96} - \Delta g_{RTM} \quad (9)$$

$$e_{res} = e - e_{GGM02C+EGM96} - e_{RTM} \quad (10)$$

4.2 最小二乘法計算殘餘大地起伏

最小二乘配置法基本方程式為公式(11)，式中各項參數表示 S 為預估值(在此為大地起伏值)； C_{st} 為預估值與觀測值之間的協變方矩陣； C_{tt} 為觀測值之間的協變方矩陣； l 為觀測值。

$$\hat{S} = C_{st}(C_{tt} + C_{nn})^{-1}l \quad (11)$$

利用分解方式求得觀測值與預估值協變方，觀測重力異常殘餘值 Δg_{res}^{obs} 可經由觀測重力異常 Δg_{obs} 減去長波長重力異常 Δg_L ；真實重力異常 Δg^T 加上觀測重力異常誤差 $n_{\Delta g_{obs}}$ 減去真實

$$H_B^{AB} = \Delta H_{B,A} + H_A \quad (8)$$

此為 A 平均海水位起算，由 GPS 觀測和大地位模式計算而得之 B 正高該高程在與當地平均

長波長重力異常 Δg^T 加上長波長重力異常誤差 $n_{\Delta g_L}$ ；真實重力異常 Δg^T 減去真實長波長重力異常 Δg_L^T 加上觀測重力異常誤差 $n_{\Delta g_{obs}}$ 減去長波長重力異常誤差 $n_{\Delta g_L}$ ；真實殘餘重力異常 Δg_{res}^T 加上觀測重力異常誤差 $n_{\Delta g_{obs}}$ 減去長波長重力異常誤差 $n_{\Delta g_L}$ ，由上述推導得協變方如公式(11)，式中參數為： $cov(\Delta g_{res}^T, \Delta g_{res}^T)$ 、為真實重力異常協變方矩陣； $cov(n_{\Delta g_{obs}}, n_{\Delta g_{obs}})$ 、為觀測重力異常隨機誤差協變方矩陣； $cov(n_{\Delta g_L}, n_{\Delta g_L})$ 、長波長模型誤差協變方矩陣。

$$\begin{aligned} cov(\Delta g_{res}^{obs}, \Delta g_{res}^{obs}) &= cov(\Delta g_{res}^T, \Delta g_{res}^T) \\ &+ cov(n_{\Delta g_{obs}}, n_{\Delta g_{obs}}) + cov(n_{\Delta g_L}, n_{\Delta g_L}) \end{aligned} \quad (12)$$

公式(12)所表示 $cov(\Delta g_{res}^T, \Delta g_{res}^T)$ 、 $cov(n_{\Delta g_{obs}}, n_{\Delta g_{obs}})$ 、 $cov(n_{\Delta g_L}, n_{\Delta g_L})$ 為公式(11)中 $C_{tt} + C_{nn}$ ，式中 C_{tt} 為 $cov(\Delta g_{res}^T, \Delta g_{res}^T)$ 與 $cov(n_{\Delta g_{obs}}, n_{\Delta g_{obs}})$ 之和， $cov(n_{\Delta g_L}, n_{\Delta g_L})$ 代表了 C_{nn} 。

最小二乘配置法公式以求得殘餘之大地起伏值，表達式為(13)[6]，式中參數為： $C_{N\Delta g}$ 為大地起伏、重力異常的協變方矩陣； C_{ne} 、為大地起伏與水準梯度的協變方矩陣； $C_{\Delta g}$ 、 $D_{\Delta g}$ 為重力異常協變方矩陣； $C_{\Delta ge}$ 、 $C_{e\Delta g}$ 為重力異常水準梯度協變方矩陣； C_e 、 D_e 為水準梯度協變方矩陣。

$$N_{res} = (C_{N\Delta g} C_{ne}) \begin{pmatrix} C_{\Delta g} + D_{\Delta g} & C_{\Delta ge} \\ C_{e\Delta g} & C_e + D_e \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta g_{res} \\ e_{res} \end{pmatrix} \quad (13)$$

去除回復計算法的原理在於：剩餘重力異常會等於實測重力資料的重力異常減去全球大地位重力異常再減去由數值地形效應求得重力異

常，與相對水準梯度使用LSC方法求得殘餘大地起伏，且由大地位模式求得長波長大地起伏，數值地形資料DEM求得短波長大地起伏與殘餘大

地起伏中波長，將三者結合，成果即為台灣地區大地起伏值，圖3為計算大地起伏之流程圖。

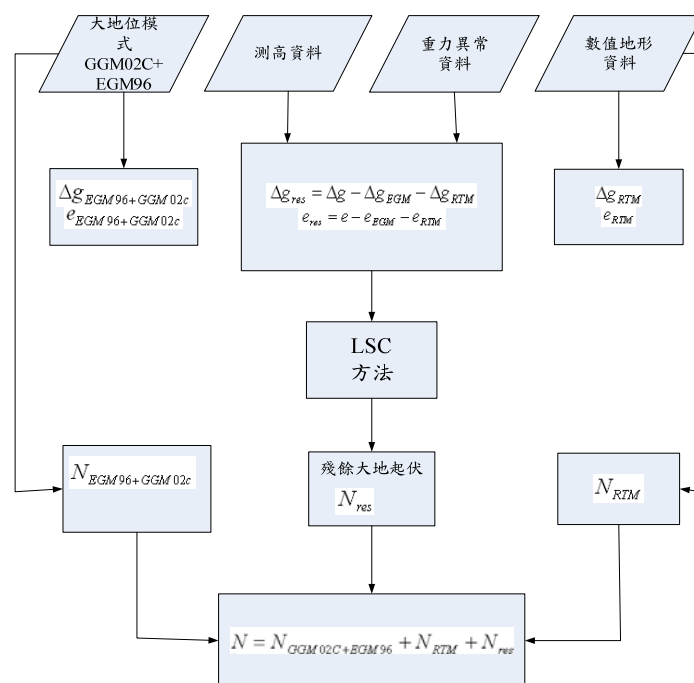


圖 3. 大地起伏計算流程圖。

4.3 重力資料

本研究所使用之重力資料分為陸測重力資料、船測重力資料及衛星測高資料，衛星測高資料由交通大學提供。

本研究所使用之陸測重力共計包含6組資料：

- a. 中央研究院地球科學研究所於1980至1987年間，測得全台603個分布均勻的重力觀測點，使用的儀器是LCR-G型

重力儀[7,8]；

- b. 中國測量工程學會於1986年10月至1988年6月間，測得分布於水準路徑上的274個測點重力值[9]；
- c. 中國測量學會於1997年至1999年間，施測水準點重力而得共有747點之重力，施測時以新竹工研院絕對重力點為基準，並以太魯閣國家公園及鳳山地政事務所之絕對重力點做為控制及檢驗點[10]；



圖4. a組資料。

圖5. b組資料。

圖6. c組資料。

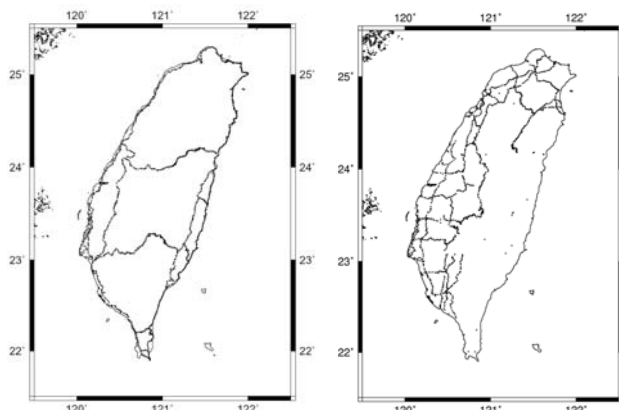


圖7. d組資料。

圖8. e組資料。

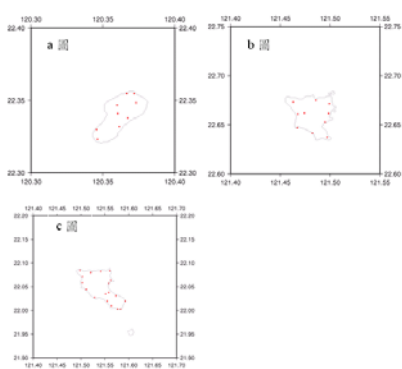


圖9. f組資料。

- d.內政部於2000~2001 年間，委託交通大學於一等一級水準點上實施重力，共含6個絕對重力點、10 個一等重力點及1,010 個一等一級水準點之重力值，平差後點位重力精度為0.07 mgal [11]；
- e.內政部於2002~2003 年間辦理一等二級水準點上之重力測量工作，經篩選後共施測6完成1,092 個點，點位重力精度皆小於0.2 mgal [12]；
- f.內政部土地測量局委託民間公司於2005 年所測設之離島(包含：金門、馬祖、澎湖、小琉球、蘭嶼、綠島)的重力資料，該組重力點的位置均位於一等水準點上，其單點重力精度可達0.04 mgal [13]。

本研究收集之船載重力資料部分有兩組資料，第一組為內政部所提供之2004 年船載重力觀測資料，可將2004年9月至12月間利用海研一號船所完成之4組觀測航次(730、738、740、741)之觀測資料加以計算，如圖10 [14]。

另一組所使用之環海重力資料，屬於國外研究船多時期之組合觀測資料，由於該組重力資料量相當龐大，為壓縮資料量之大小，本研究於每一個1'×1'網格中，選取其所有重力值之中數(平均值)為其代表值 [15]。該組資料在與前述6組陸測重力值進行運用時，係採LSC法加以組合 [16]，即可組成大地起伏模型計算所用之重力異常網格資料，圖4.9為環海重力於陸上重力資料分佈圖。

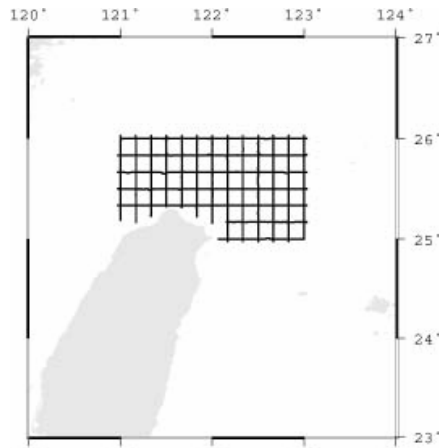


圖 10 內政部 2004 年船載重力測量
主(副)測線航跡圖

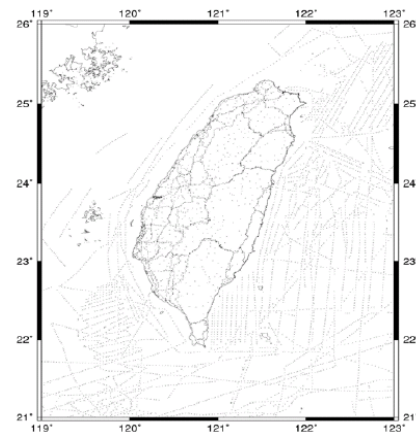


圖 11. 環海重力及陸上重力點位分佈圖。

4.4 30'×30'網格製作

本研究所使用的台灣地區數值地形資料 (DEM) 屬於規則網格資料, 其為農林航測所所提供之 6'×6' 及 30'×30' 網格資料。參考全球重力位模式採用 GGM02 (GRACE Gravity Model 2002, GGM02) 模式, 其 1~200 階係採使用 GRACE 衛星任務飛行資料, 另結合地面重力資料與平均海水面高程資料所組成至 200 階之 GGM02C, 201~360 階則用 EGM96 (Earth Gravity Model 1996, EGM96) 的階數, 屬於兩者係數結合而成之大地位模式 GGM02C+EGM96, 其重力位模式由交通大學提供, 其組成製作詳情參見[15]。

網格製作為計算出完全正規化之地球引力位球諧係數之長波長重力異常值與

RTM (Residual Terrain Model, RTM) 計算出之殘餘地形效應的短波長重力異常值, 扣除該地區重力資料留下中波長重力異常, 採用最小二乘法平差方式計算得到殘餘的大地起伏, 將大地起伏的三種波長結合, 在經過最後的修正, 及可以獲得所計算該地區的重力大地起伏網格。

大地起伏網格成果, 涵蓋範圍介於東經 119° 至 122.5°, 北緯 21° 至 26°。全球大地位模式計算則可得長波長大地起伏及長波長重力異常; 利用殘餘地形效應 DEM 計算而得短波長大地起伏及短波長重力異常; 剩餘地形效應計算所得中波長大地起伏及剩餘重力異常; 該三者之數學關係式組合形成台灣地區重力資料點位異常值及台灣地區大地起伏網格。大地起伏網格製作流程請見圖 12。

大地起伏網格製作流程：

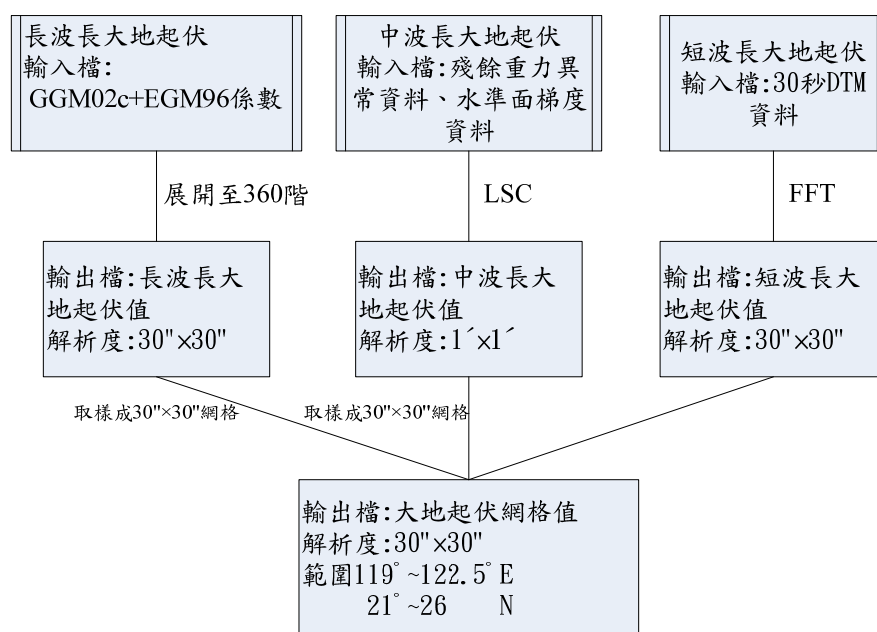


圖 12. 大地起伏網格製作流程圖。

由本文運用多組重力資料所製作出來之台灣地區大地起伏網格將透過檢核路線檢核此網格精度，檢核路線共有 39 個檢核點，其中包含了 38 個一等一集水準點，一個二等衛星控制點（此點不用作檢核），檢核點是使用 24 小時的 GPS 定位獲得高精度的橢球高，以及水準測量所獲得正高資料，將橢球高減去各點，即可建立精度足供與大地起伏值比較精度之依據，此四條檢

核路線是由內政部於 2003 年委託中興測量公司及內政部土地測量局所辦理，路線分佈於台灣北部、中部、南部，分別是北部濱海公路、台 9 線花東路線、中部橫貫公路路線、南部橫貫公路路線。上述說明之檢核路線圖，將本文所製作台灣地區大地起伏模型 CCIT.grd3，帶入檢核路線得到成果表 1，綜合此 CCIT 大地起伏成果統計來看，標準偏差在 0.1697m 上下。

表 1 重力法大地起伏檢核成果統計（單位：m）

	最大值	最小值	平均	標準偏差
北部濱海路線	-0.060	-0.197	-0.1094	0.0416
台 9 線花東路段	0.134	-0.159	0.0098	0.1553
中部橫貫公路	0.230	-0.262	0.1526	0.0366
南部橫貫公路	0.041	-0.376	-0.2614	0.1246
全部	0.230	-0.376	-0.08305	0.1697

五、GPS 外業實作

5.1 GPS 網形計算

96 年 GPS 連測作業時，為了改善觀測點位環境，以在同一區域大地水準面的原則下，將原來在一等水準點上的觀測點位附近

一區域，尋找對空通視良好，且能避免對衛星訊號遮蔽的環境，訂立副點，並進行高精度之水準測量，連結水準點與觀測副點之相關高程，有效的連結 GPS 來觀測各待測點之水平方向與高程，此次作業因為原點位 GPS 作業環境不佳而訂立副點的觀測點位有基隆（TG01）、小琉球（LC01）、綠島（LD01）、

由於蘭嶼 (LY01)。其中蘭嶼，水準點 LY01 被碼頭雜物所掩蓋，無法評估是否遭到雜物重壓破壞也無法進行高精度水準測量，故本

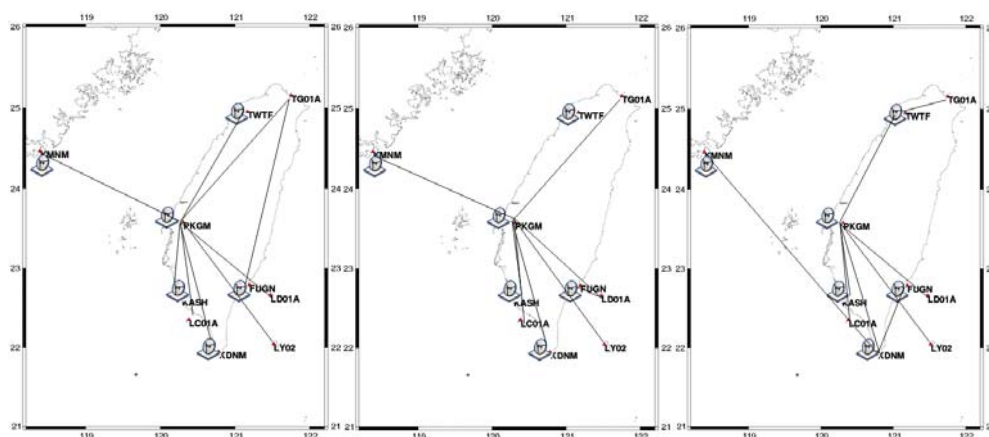
研究另選擇鄰近觀測條件良好之水準點 LY02 取代之。表 2 為觀測點與副點間水準測量結果。

表 2 觀測點位與副點水準測量之成果

點名	LC01- LC01A	TG01- TG01A	LD01- LD01A
高程差	-1.3370m	-0.8545m	1.1430m
閉合差	0.33mm	0.67mm	1mm
水準測量路線長	126m	223m	164m

表 3 數據收集時間與觀測點

資料收集時間	現地擺站資料	潮位站資料
民國 94 年 10 月 28 日至 95 年 10 月 30 日	基隆 (TG01) 小琉球 (LC01) 東港 (G123)	無
民國 95 年 11 月 24 日至 95 年 11 月 26 日	基隆 (BM04) 小琉球 (LC01) 東港 (G123)	高雄 (KASH)
民國 96 年 11 月 3 日至 96 年 11 月 5 日	基隆 (TG01A) 小琉球 (LC01A) 綠島 (LD01A) 蘭嶼 (LY02)	高雄 (KASH) 富岡 (FUGN)



96 年一次差分基線連接示意圖，a. 第一天觀測資料基線連接方式、b. 第二天觀測資料基線連接方式、c. 第三天觀測資料基線連接方式

圖 13. 96 年觀測點為例，最大觀測量網形基線示意圖。

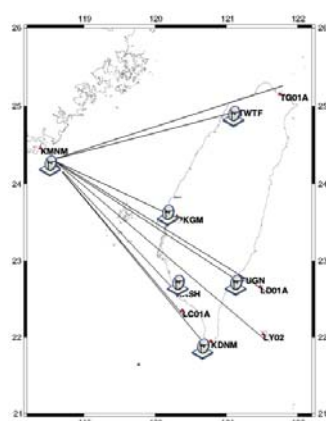


圖 14. 96 年觀測點為例，以金門為中心星形網形基線示意圖。

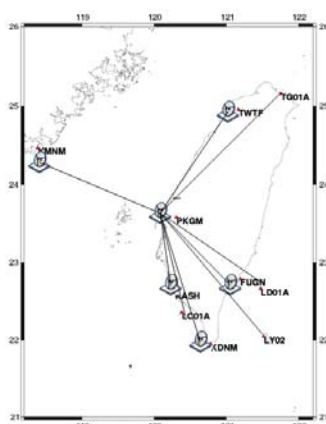


圖 15. 96 年觀測點為例，以北港為中心星形網形基線示意圖。

表 4 96 年小琉球觀測站各網形高程計算成果統計表 (單位: m)

LC01A	最大值	最小值	平均	標準偏差
最大觀測量網形	26.5127	26.4997	26.5045	0.0072
星形金門為中心	26.5125	26.5018	26.5074	0.0054
星形北港為中心	26.5142	26.5009	26.5079	0.0067

表 5 96 年基隆觀測站各網形高程計算成果統計表 (單位: m)

TG01A	最大值	最小值	平均	標準偏差
最大觀測量網形	22.8889	22.8787	22.8823	0.0057
星形金門為中心	22.8912	22.8773	22.8859	0.0075
星形北港為中心	22.8919	22.8814	22.8861	0.0053

表 6 96 年高雄觀測站各網形高程計算成果統計表 (單位: m)

KASH	最大值	最小值	平均	標準偏差
最大觀測量網形	25.6320	25.6154	25.6210	0.0095
星形金門為中心	25.6324	25.6168	25.6241	0.0078
星形北港為中心	25.6319	25.6162	25.6237	0.0079

數據收集時間與觀測點見表 3，本研究利用 Bernese5.0 為計算軟體，以金門衛星追蹤站為

最小約制站，使用內政部所提供之衛星追蹤站坐標，作為最小約制站的使用坐標，使用網形分別為，最大觀測量網形、以金門為中心星形網形、以北港為中心星形網形，將以上三種網形計算結果做為比較，一次差分基線連接示意圖見圖 13、14、15。為了豐富觀測資料，所以向內政部衛星中心，申請當日台灣追蹤站的資料並配合台灣

IGS 站之觀測資料，一併進行解算。

計算結果顯示，三年資料由 96 年各觀測點位所計算出之高程標準偏差為最佳，96 年三種網形計算結果如表 4 至表 9，由於三種網形所計算出的標準偏差皆低於 1cm，穩定度都相當高，為了找出最佳網形，在此進行基線分析。

表 7 96 年富岡觀測站各網形高程計算成果統計表（單位：m）

FUGN	最大值	最小值	平均	標準偏差
最大觀測量網形	31.2774	31.2128	31.2386	0.0342
星形金門為中心	31.2333	31.2214	31.2282	0.0061
星形北港為中心	31.2335	31.2218	31.2286	0.0061

表 8 96 年綠島觀測站各網形高程計算成果統計表（單位：m）

LD01A	最大值	最小值	平均	標準偏差
最大觀測量網形	27.5262	27.5104	27.5178	0.0080
星形金門為中心	27.5289	27.5109	27.5204	0.0090
星形北港為中心	27.5279	27.5128	27.5220	0.0081

表 9 96 年蘭嶼觀測站各網形高程計算成果統計表（單位：m）

LY02	最大值	最小值	平均	標準偏差
最大觀測量網形	33.0504	33.0052	33.0210	0.0255
星形金門為中心	33.0535	33.0064	33.0227	0.0258
星形北港為中心	33.0578	33.0070	33.0248	0.0286

5.2 基線精度比較

本研究網形組成的條件差異為一次差分基線長度不同，基線是觀測點與觀測點之間之空間距離，由於各觀測點間距離並不相同，所以組成基線長度不相等，主要是利用點與點間一次差分觀測量與觀測點之間的距離，進行各網形相互比較。使用零次差分資料組成各網形一次差分資料之基線總長，將各計算網形之基線組成長度相加總，得到各一次差分組合基線加總長度，將其取得平均值，由於 96 年第二天的觀測資料缺少了 (TWTF)，故第二天基線組成，以金門為中心之星

形基線長和以北港為中心之星形基線長與第一天和第三天不同，觀測資料由表 10 可看出各年各網形一次差分基線長度組成總平均，以金門為中心的基線組成為例：若將基線長度以百分比做為比較，金門為中心的一次差基線長度為 100%，其另二種一次差的基線組成長度最高的也只有 95 年的最大觀測量網形，基線長度為金門為中心基線的 63.79%，其餘的基線長度也都低於在 56.04%，其中以北港為中心之星形所組成之一次差基線長度最短，三年觀測資料皆都在百分比的 55% 以下。

表 10 各網形一次差分組成比較表

		最大觀測量網形 (km)	以金門為中心星形 網形 (km)	以北港為中心星形 網形 (km)
94	第一天	1187.8	基線長度相同 2161.5	基線長度相同 1187.8
	第二天	1258.5		
	第三天	1187.8		
	基線平均長度	1211.3	2161.5	1187.8
	基線長度百分比	56.04%	100%	54.95%
95	第一天	1447.6	基線長度相同 2443.1	基線長度相同 1294.5
	第二天	1621.6		
	第三天	1605.9		
	基線平均長度	1558.4	2443.1	1294.5
	基線長度百分比	63.79%	100%	52.99%
96	第一天	1687.2	2946.6	1545.2
	第二天	1276.1	2660.5	1369.8
	第三天	1509.5	2946.6	1545.2
	基線平均長度	1490.9	2851.2	1486.7
	基線長度百分比	52.29%	100%	52.14%

將基線分析方式分為單天所有基線整體精度及一測回整體基線精度，94 年分析結果由表 11 看到，不管是單天所有基線整體精度或一測回

整體基線精度皆由以北港為中心所組成的星形網形為最佳。

表 11 94 年各網形整體基線精度

94 年	單天所有基線整體精度 RMS(cm)		整體基線精度 RMS (cm)
最大觀測量網形	第一天 第二天 第三天	0.2195 0.2302 0.2693	0.4168
以金門為中心星形網形	第一天 第二天 第三天	0.2260 0.2211 0.4283	0.5324
以北港為中心星形網形	第一天 第二天 第三天	0.2170 0.2189 0.2676	0.4082

將基線分析方式分為單天所有基線整體精度及一測回整體基線精度，95 年分析結果由表 12 看到，不管是單天所有基線整體精度或一測回整體基線精度，絕大部分皆由以北港為中心所組成的星形網形為最佳。

將基線分析方式分為單天所有基線整體精度及一測回整體基線精度，96 年分析結果由表 13 看到，不管是單天所有基線整體精度或一測回整體基線精度皆由以北港為中心所組成的星形網形為最佳。

表 12 95 年各網形整體基線精度

95 年	單天所有基線整體精度 RMS(cm)		整體基線精度 RMS (cm)
最大觀測量網形	第一天	0.5887	1.6207
	第二天	0.3839	
	第三天	1.4603	
以金門為中心星形網形	第一天	0.4556	1.1950
	第二天	0.3256	
	第三天	1.0557	
以北港為中心星形網形	第一天	0.3870	1.1720
	第二天	0.3225	
	第三天	1.0582	

表 13 96 年各網形整體基線精度

96 年	單天所有基線整體精度 RMS(cm)		整體基線精度 RMS (cm)
最大觀測量網形	第一天	0.1732	0.5694
	第二天	0.1562	
	第三天	0.5194	
以金門為中心星形網形	第一天	0.1658	0.5251
	第二天	0.1546	
	第三天	0.4736	
以北港為中心星形網形	第一天	0.1612	0.5175
	第二天	0.1530	
	第三天	0.4673	

表 14 三網形整體基線精度比較

	94	95	96
網形	提升百分比	提升百分比	提升百分比
最大觀測量網形	21.72%	--	--
星形金門為中心	--	26.26%	7.78%
星形北港為中心	23.33%	27.68%	9.11%

表 15 最後幾何高程成果

觀測點名	GPS 橢球高(m)	觀測點名	GPS 橢球高(m)
基隆 (TG01A)	22.8860	綠島 (LD01A)	27.5212
高雄 (KASH)	25.6250	蘭嶼 (LY02)	33.0082
小琉球 (LC01A)	26.5083	富岡 (FUGN)	31.2283

將網形整體平差基線精度統計，可看出各年各網形基線的整體情形，94 年所呈現的結果為以金門為中心星形網形基線精度最差，以北港為中心星形基線精度最佳，95 年所呈現的結果為最大觀測量網形基線精度最差，以北港為中心星形基

線精度最佳 96 年所呈現的結果為最大觀測量網形基線精度最差，以北港為中心星形基線精度最佳。三年分析得到，三種一次差網形基線精度最佳者為以北港中心星形基線網形。

由以上對於一次差所組成的網形基線分

析，已確定實驗中所使用的三年資料，由表 14 看到，以北港為中心組成的一次差基線對於整體網形的基線精度為最佳，對於其精度較差之基線更有明顯的提升，較短一次差基線組成，對於整體基線精度確實有較好的影響，將各網形基線精度化為百分比，94 年的基線精度比星形北港網形，優於星形金門 23.33%，95 年的基線精度比星形北港網形，優於最大觀測量網形 27.68%，96 年的基線精度比星形北港網形優於最大觀測量網形 9.11%，96 年提昇的精度，比起 94 年 95 年來的低，原因為可能來自於觀測資料的資料品質，96 年數據收集有進行觀測環境的控制，在相同環境下短基線解算精度較長基線佳，但隨著資料品質提升，長基線解算精度不差於短基線，只要資料品質佳，長短基線精度為相當。

最後，高程使用星形北港為中心網形計算結果，將以觀測時間作為給予權的依據利用

$\sigma_x = \pm \sqrt{\frac{[p_{vv}]}{[p](n-1)}}$ 的關係，得到各觀測點的最佳高程結果，如表 15 所示。

5.3 本島離島高程差異推估

由前章所製作之台灣地區大地起伏網格值帶入各觀測點位大地坐標後，取得各觀測點之相對應大地起伏值，結果如表 16 所示。

台灣高程系統 TWVD 2001 使用基準為基隆潮位站，使用直接水準測量佈設於台灣本島各地，但由於台灣離島水準基準皆是使用當地潮位站進行潮位化算，唯有觀測點位基隆與高雄為同一高程系統，因此可經由這兩個點位來推算本文所製作之大地起伏網格用於同一高程系統的精度。利用公式 $N = h - H$ ，可表達橢球高程與正高高程和大地起伏之數學關係，橢球高減去大地

起伏，由於大地起伏精度的依據來源為收集重力資料的多寡，對於台灣水準高程起算點的基隆之大地起伏值計算精度就顯得格外重要，本研究對於此地區使用了基隆外海的船測重力資料，目的就是為了加強基隆觀測點位的精密度，使得由基之精度為 $\sigma_{\Delta h} = \sqrt{2} \times 1 \text{ cm}$ ，代入

$\sigma_{\Delta H}^2 = \sigma_{\Delta h}^2 + \sigma_{\Delta N}^2$ 式中，求得

隆算至離島大地起伏值更加準確。推算兩地正高差公式 $\Delta H = \Delta h - \Delta N$ ， ΔH 之精度變化多為大地起伏值影響。本研究設定為內政部公告之正高高程為真值，利用基隆 (TG01) 與高雄 (KASH) 在同一高程系統觀測點位推估大地起伏差值精度，可由表 17 得知結果，由兩地推估得知研究中所計算的大地起伏差為 5.93cm。

本研究將分為三組進行推估，A 組，分別為基隆起算基隆-小琉球，基隆起算高雄-小琉球，如圖 16 (A) 所示；B 組，分別為基隆起算基隆-綠島，基隆起算高雄-綠島，如圖 16 (B) 所示；C 組，分別為基隆起算基隆-蘭嶼，基隆起算高雄-蘭嶼，如圖 16 (C) 所示。

三組計算結果，A 組由表 18 可看到基隆起算基隆-小琉球平均海水面地形差為 7.61cm，由表 19 可看到基隆起算高雄-小琉球平均海水面地形差為 1.68cm；B 組由表 20 可看到基隆起算基隆-綠島平均海水面地形差為 46.94cm，表 21 可看到基隆起算高雄-綠島平均海水面地形差為 41.01cm；C 組由表 22 可看到基隆起算基隆-蘭嶼平均海水面地形差為 103.36cm，表 23 可看到基隆起算高雄-蘭嶼平均海水面地形差為 97.42cm。

由上述結果，本研究進一步推算台灣本島與各離島間之平均海水面地形差異及大地起伏的誤差精度，由文獻所探討的 GPS 精度問題得知 [18]，GPS 的觀測量大於六小時及優良的觀測環境下，方可獲得不錯的相對定位精度，本研究計算 96 年度 GPS 觀測點位坐標，除蘭嶼內部精度達 0.0286m 偏差外，其餘觀測點位皆為 1cm 以下，將蘭嶼錯誤剔除後所有觀測點位內部精度皆低於 1cm，根據公式 $\Delta H = \Delta h - \Delta N$ ，由於 Δh 和 ΔN 獲得方式並無相關性根據誤差傳播定理可得 $\sigma_{\Delta H}^2 = \sigma_{\Delta h}^2 + \sigma_{\Delta N}^2$ ，其中 ΔH 的精度是根據 Δh 和 ΔN 而來，得知大地起伏精度為 $\sigma_{N1} = \sigma_{N2} = 5.926 \text{ cm}$ ，由於兩觀測點基隆、高雄在同一高程基準與同一大地起伏來估算，則大地起伏差值之精度 $\sigma_{\Delta N} = \sqrt{2} \times 5.926 \text{ cm}$ ，GPS 各點設定精度為 $\sigma_{h1} = \sigma_{h2} = 1 \text{ cm}$ ，則 GPS 差值

$\sigma_{\Delta H}^2 = 72.235 \text{ cm}$ ， $\sigma_{\Delta H} = 8.50 \text{ cm}$ ，此標準偏差源自於 GPS 觀測誤差與大地起伏誤差。

表 16 各觀測點之大地起伏值

觀測點名	大地起伏值(m)	觀測點名	大地起伏值(m)
基隆 (TG01A)	20.416	綠島 (LD01A)	24.338
高雄 (KASH)	20.217	蘭嶼 (LY02)	24.644
小琉球 (LC01A)	20.748	東港 (G123)	20.959
富岡 (FUGN)	24.838	基隆 (BM04)	20.412

表 17 高雄與基隆兩水準點計算估計大地起伏值精度

點位	H(正高)	h(幾何高)	N(大地起伏)	ΔH^{level}	Δh	ΔN	ΔH^{GPS}	$\Delta H^{level} - \Delta H^{GPS}$
KASH	5.33214	25.6250	20.217	2.87874	2.739	-0.199	2.938	-0.0593
TG01A	2.45340	22.8860	20.416					
單位：m								

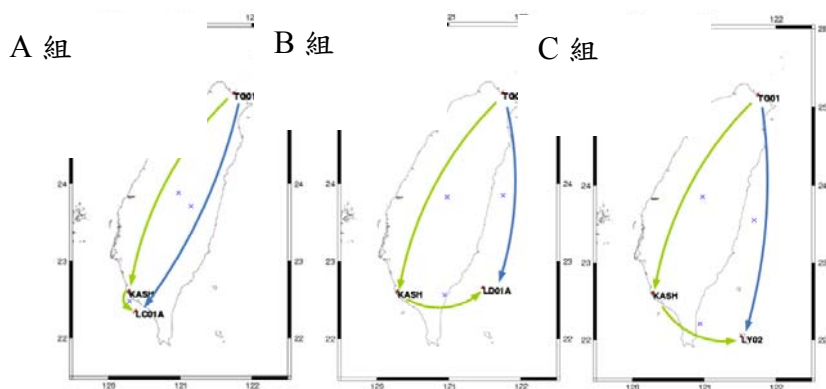


圖 16. 本島推估小琉球、綠島、蘭嶼，平均海水面地形差示意圖。

表 18 A 組以基隆連測點推算基隆-小琉球高程基準差異 (單位：m)

點位	H	N	Δh	ΔN	ΔH	水準正高 H_{TG01A}	H_{LC01A}	水準正高 H_{LC01A}
LC01A	26.5083	20.748	3.6223	0.332	3.2903		5.7437	5.66762
TG01A	22.8860	20.416				2.45340		
							$\Delta sst = 0.0761$	

表 19 A 組以高雄連測點推算基隆-小琉球高程基準差異 (單位：m)

點位	h	N	Δh	ΔN	ΔH	水準正高 H_{KASH}	H_{LC01A}	水準正高 H_{LC01A}
LC01A	26.5083	20.748	0.8833	0.531	0.3523		5.68444	5.66762
KASH	25.6250	20.217				5.33214		
							$\Delta sst=0.0168$	

表 20 B 組以基隆連測點推算基隆-綠島高程基準差異（單位：m）

點位	h	N	Δh	ΔN	ΔH	水準正高 H_{TG01A}	H_{LD01A}	水準正高 H_{LD01A}
LD01A	27.5212	24.338	4.6352	3.922	0.7132		3.1666	2.6972
TG01A	22.8860	20.416				2.45340		
							$\Delta sst=0.4694$	

表 21 B 組以高雄連測點推算基隆-綠島高程基準差異（單位：m）

點位	h	N	Δh	ΔN	ΔH	水準正高 H_{KASH}	H_{LD01A}	水準正高 H_{LD01A}
LD01A	27.5212	24.338	1.8962	4.121	-2.2248		3.10734	2.6972
KASH	25.6250	20.217				5.33214		
							$\Delta sst = 0.4101$	

表 22 C 組以基隆連測點推算基隆-蘭嶼高程基準差異（單位：m）

點位	h	N	Δh	ΔN	ΔH	水準正高 H_{TG01A}	H_{LY02}	水準正高 H_{LY02}
LY02	33.0082	24.644	10.1222	4.228	5.8942		8.3476	7.31411
TG01A	22.8860	20.416				2.45340		
							$\Delta sst = 1.0336$	

表 23 C 組以高雄連測點推算基隆-蘭嶼高程基準差異（單位：m）

點位	h	N	Δh	ΔN	ΔH	水準正高 H_{KASH}	H_{LY02}	水準正 高 H_{LY02}
LY02	33.0082	24.644	7.3832	4.427	2.9562		8.28834	7.31411
KASH	25.6250	20.217				5.33214		
							$\Delta sst = 0.9742$	

將估算出之 $\sigma_{\Delta H}$ 標準偏差修正於先前推估平均海水面地形差異，A 組：推估離島小琉球與本島平均海水面地形差異結果，由基隆起算基隆-小琉球平均海水面地形差異 $7.61 \pm 8.50\text{cm}$ ；由高雄起算基隆-小琉球平均海水面地形差異 $1.68 \pm 8.50\text{cm}$ ；B 組：推估離島綠島與本島平均海水面地形差異，由基隆起算由基隆-綠島平均海水面地形差異 $46.94 \pm 8.50\text{cm}$ ；由高雄起算基隆-綠島平均海水面地形差異 $41.01 \pm 8.50\text{cm}$ ；C 組：推估離島蘭嶼與本島平均海水面差異，由基隆起算基隆-蘭嶼平均海水面地形差異 $103.36 \pm 8.50\text{cm}$ ；由高雄起算基隆-蘭嶼平均海水

面地形差異 $97.42 \pm 8.50\text{cm}$ 。

圖 17 為中央大學水文所詹森教授海洋法計算成果[19]，皆與大地法推估結果相近，推估結果差較大的為蘭嶼，由於高自動化 GPS 解算不易出錯，計算結果精度符合要求，GPS 儀器高經過嚴謹測定，小琉球及綠島推估結果皆符合文獻所指，由於陸測重力資料精度較船測重力資料高，本研究陸測重力資料主要分佈於台灣本島，離島資料單只有稀疏資料點，離島區域僅以船測重力資料相連接，以致於離台灣本島較遠之離島(蘭嶼)平均海水面地形與本島之差異未如海洋法計算結果相同。

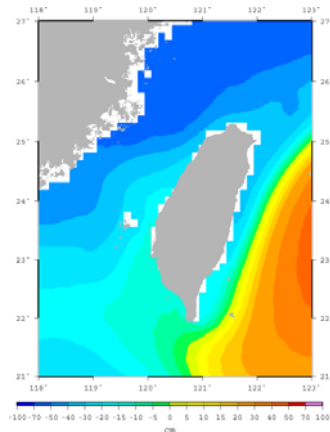


圖 17.中央大學海洋法之 10 年平均海水面地形圖。

六、結論

本研究經各項測試，可歸納成以下幾點結論：

- (1) GPS 網形的設計包含位置基準、尺度基準、方向基準等三要素、其中尺度基準與方向基準皆是由基線所提供的，資料品質及資料的長度與定位精度有直接的關係，由本實驗中所計算之三種網形，由北港為中心的星形網形，所計算出的基線精度為最高，且這三種網形的計算結果皆符合精度要求。
- (2) 若將此次研究資料中觀測環境分為三種等級，95 年將是最差的第三級，94 年為中等的第二級，96 年為最佳的第一級。由於 94 年為第一次的外業連測，連測時間為勘查點位不久後，透空性還維持在可進行作業的範圍內，但是經過一年時間過後，觀測環境已有改變，點位旁樹木生長、樓房建立、皆會對觀測造成影響，實驗結果看來 94 年基線精度優於 95 年，96 年優於 94 年。
- (3) 成果數據說明，利用一次差所組成之較短基線，在三年的數據計算中基線精度皆優於較長基線組合，在 94 年網形計算中較短基線組成優於較長基線組合 23.33%、95 年 27.68%、96 年 9.11%，96 年基線精度並無前二年精度明顯提升，原因在於 96 的觀測環境為三年中最佳，使得解算基線時有良好觀測資料，進而提升所有網形解算精度，使較長基線解算也能到達較高精度，相反的，使用較差觀測環境所計算出來之基線精度結果，運用較短基線組成網形，由實驗結果看來，確實能優於較長基線所組成之網形。
- (4) 將本島離島平均海水面地形差異分為三組進行推估，A 組：推估離島小琉球與本島平均

海水面地形差結果，由基隆起算基隆-小琉球平均海水面地形差異 $7.61 \pm 8.50\text{cm}$ ；由高雄起算基隆-小琉球平均海水面地形差異 $1.68 \pm 8.50\text{cm}$ ；B 組：推估離島綠島與本島平均海水面地形差異，由基隆起算由基隆-綠島平均海水面地形差異 $46.94 \pm 8.50\text{cm}$ ；由高雄起算基隆-綠島平均海水面差異 $41.01 \pm 8.50\text{cm}$ ；C 組：推估離島蘭嶼與本島平均海水面地形差異，由基隆起算基隆-蘭嶼平均海水面地形差異 $103.36 \pm 8.50\text{cm}$ ；由高雄起算基隆-蘭嶼平均海水面地形差異 $97.42 \pm 8.50\text{cm}$ ，由本研究所求得本島離島高程差異，對於需使用同一水準系統工程，提供相當之價值。如本島與離島相關建設之海底隧道、跨海大橋等。

參考文獻

- [1] 交通部中央氣象局，地震百問，交通部中央氣象局，台北，第 36-43 頁。
- [2] Rapp, R.H., Balasubramania, N, "A Conceptual Formulation Of a World Height System", Report No. 421, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, 1992.
- [3] 黃金維，「一等一級水準點上實施重力測量工作報告書」，內政部，2001。
- [4] 管經霖、管錚、翟國君，海面地形與高程基準，測繪出版社，第 25-33 頁，大陸，1996。
- [5] Featherstone, W. E., Holmes, S. A., Kirby, J. F., Kuhn, M., "Comparison of Remove-Compute-Restore and University of

- New Brunswick Techniques to Geoid Determination over Australia, and Inclusion of Wiener-Type Filters in Reference Field Contribution,” *Journal of Surveying Engineering*, Vol. 130, pp. 40-47, 2004.
- [6] Hwang, C., “ Analysis of some systematic errors affecting altimeter-derived sea surface gradient with application to geoid determination over Taiwan” ,*Journal Of Geodesy*, Vol. 71, pp. 113-130, 1997.
- [7] Yen, H. Y., Yeh, Y. H., Lin, C. H., Yu, G. K., Tsai Y. B., “Free-Air Gravity Map of Taiwan and Its Applications” , TAO, No. 1, pp. 143-156, 1990.
- [8] Yen, H. Y., Yeh, Y. H., Lin, C. H., Chen, K. J., Tsai, Y. B., “Gravity Survey of Taiwan” , *Journal of Physics Earth*, No. 43, pp. 685-696, 1995.
- [9] 黃金維、郭重言、儲慶美、甯方璽, “台灣重力網平差及重力資料整合”, 測量工程, 第 40 卷, 第 3 期, 第 71-82 頁, 1998。
- [10] Torge, W., *Gravimetry*, De Gruyter, Berlin, 1989.
- [11] 黃金維, “一等一級水準點上實施重力測量工作計畫書”, 內政部, 2001。
- [12] 陳春盛, “九十一年度一等水準點上實施重力測量工作報告書”, 內政部, 土地測量局, 台中, 2003。
- [13] 中興測量有限公司, “九十三年度離島一等水準點埋設及其水準、衛星定位、重力測量工作水準測量工作報告”, 內政部土地測量局, 台中, 2005。
- [14] 張嘉強、黃立信、陳松安, “運用台灣近岸海域重力資料提升區域性大地起伏計算精度”, 海峽兩岸測繪發展研討會論文集, 新竹, 2007。
- [15] Hsu, S. K., Liu, C. S., Shyu, C. T., Liu, S. Y., Sibuet, J. C. Lallemant, S. Wang, C. Reed, D., “New Gravity and Magnetic Anomaly Maps in the Taiwan-Luzon Region and their Preliminary Interpretation” , TAO, No. 9, pp. 509-532, 1998.
- [16] 黃金維、王成機, “台灣新自由空間重力異常網格”, 測量工程, 第 44 卷, 第 2 期, 第 1-22 頁, 2002。
- [17] 李佩珊, “台灣大地起伏模型之精進及其在 DEM 製作之運用”, 碩士論文, 國立交通大學土木工程研究所, 新竹, 2005。
- [18] 郭隆晨、余水倍, “台灣地區 GPS 連續觀測資料之精度分析”, 第十二屆測量學術及運用研討會論文集, 桃園, 第 89-99 頁, 1993。
- [19] Jan, S., D.E., Dietrich, Y.-H. Tseng and Y. Yang, “Development of a Low-dissipation, High-computational-efficiency Duo Grid Pacific Ocean Model (DUPOM)”, *Eos Trans. AGU*, 87(36), *Ocean Sci. Meet. Suppl.*, Abstract OS46F-15, 2006.